

Sistema FIEB



PELO FUTURO DA INOVAÇÃO

CENTRO UNIVERSITÁRIO SENAI CIMATEC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU
MODELAGEM COMPUTACIONAL E TECNOLOGIA INDUSTRIAL

PAULO ROBERTO SANTANA DOS REIS

Análise numérica de circuitos de resfriamento em *Stave*

Salvador, 2021

PAULO ROBERTO SANTANA DOS REIS

Análise numérica de circuitos de resfriamento em *Stave*

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* do Centro Universitário SENAI CIMATEC como requisito para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial

Orientador: Prof. Dr. Alex Álisson Bandeira Santos

Coorientadora: Prof.^a Dr.^a Luzia Aparecida Tofaneli

Salvador, 2021

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do Centro Universitário SENAI CIMATEC

R375a Reis, Paulo Roberto Santana dos

Análise numérica de circuitos de resfriamento em Stave / Paulo Roberto Santana dos Reis. – Salvador, 2021.

106 f. : il. color.

Orientador: Prof. Dr. Alex Álisson Bandeira Santos.
Coorientadora: Prof^a. Dr^a. Luzia Aparecida Tofaneli.

Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial) – Programa de Pós-Graduação, Centro Universitário SENAI CIMATEC, Salvador, 2021.
Inclui referências.

1. Stave. 2. Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD). 3. Transferência de calor. 4. Alto-forno. I. Centro Universitário SENAI CIMATEC. II. Santos, Alex Álisson Bandeira. III. Tofaneli, Luzia Aparecida. IV. Título.

CDD 620.11

CENTRO UNIVERSITÁRIO SENAI CIMATEC

Mestrado Acadêmico em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial

A Banca Examinadora, constituída pelos professores abaixo listados, aprova a Defesa de Mestrado, intitulada “**Análise Numérica de Circuitos de Resfriamento em Stave**” apresentada no dia 31 de março de 2021, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial.

Assinado digitalmente por:
Alex Alisson Bandeira Santos
O tempo: 31-03-2021
11:39:41

Orientador:

Prof. Dr. Alex Álisson Bandeira Santos
SENAI CIMATEC

Assinado digitalmente por: LUZIA APARECIDA TOFANELI
O tempo: 31-03-2021 15:01:27

Coorientadora:

Prof. Dr. Luzia Aparecida Tofaneli
SENAI CIMATEC

Membro Interno:

André T. da Cunha Lima
Prof. Dr. André Telles da Cunha Lima
SENAI CIMATEC

Membro Externo:

Cristiano Hora de Oliveira Fontes
Prof. Dr. Cristiano Hora de Oliveira Fontes
UFBA

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu pai
Pedro Jose dos Reis, minha Mãe Vanalva Ferreira de Santana, meus irmãos Lazaro,
Paula e Rafael e Meu amor, Camila Anjos.

AGRADECIMENTOS

Os meus sinceros agradecimentos são para:

Ao Centro Universitário SENAI CIMATEC pela oportunidade de desenvolver o trabalho nas suas instalações.

Aos orientadores Alex Álisson Bandeira Santos e Luzia Aparecida Tofaneli pelas sugestões, esclarecimentos e paciência na condução deste trabalho.

Aos membros da banca pela disponibilidade em avaliar e realizar comentários construtivos, contribuindo com a evolução do trabalho.

Aos membros do Laboratório Energia, Turan Dias Oliveira e Paulo Roberto Freitas Neves, pela confiança e ensinamentos.

Ao meu Pai, Pedro José dos Reis, onde o senhor esteja, essa vitória é grande parte sua. Obrigado por todo o desprendimento para poder me proporcionar a melhor educação possível. Do fundo do meu coração, saudades eternas.

RESUMO

A produção do ferro gusa é uma atividade do setor siderúrgico de extrema importância econômica pelo fato de corresponder à grande parte do custo da produção do aço. A sua produção ocorre através do alto-forno e sua temperatura de trabalho é acima de 1500 °C. O *Stave* de resfriamento é um dos elementos importantes quando se trata de alto-forno, pois pode prolongar sua vida útil e reduzir o custo de produção do ferro gusa. Este trabalho tem como objetivo analisar a efetividade de diferentes circuitos de resfriamento de *Stave* através de metodologia numérica. A transferência de calor e o escoamento interno em diferentes modelos de serpentina, através da fluidodinâmica computacional (CFD), foram avaliados para diferentes circuitos de serpentina e diferentes condições de operação. Uma abordagem em regime permanente, ou seja, não variante com o tempo, será utilizada. Além disso, o modelo de turbulência SST $\kappa - \omega$ e o método de discretização volumes finitos são utilizados através do software ANSYS CFX 17.1. O desempenho do *Stave* com diferentes serpentinas é analisado a partir da queda de pressão, da distribuição de temperatura e da taxa de transferência de calor. Para o circuito de melhor desempenho, parâmetros de temperatura e vazão são analisados adimensionalmente e uma correlação foi proposta. Os resultados apontam que o circuito com duas serpentinas é o mais adequado para ser implementado em projeto de alto-forno. É apresentado também que os circuitos de serpentinas com duas entradas e saídas possuem uma maior potência hidráulica, sendo que a diferença da potência hidráulica entre eles é de 13%. De acordo com os estudos paramétricos realizados, as análises adimensionais produzem resultados, em relação a temperatura máxima, 5,86% superior aos resultados encontrados em CFD. Quando a variável de interesse é a temperatura mínima, a análise adimensional tem resultados 2,21% superior. Tudo isso, constata que os resultados obtidos pela análise adimensional não são tão discrepantes aos obtidos com a simulação em CFD e como aquele tem um tempo de processamento menor, pode ajudar em uma tomada de decisão mais rápida.

Palavras-chave: *Stave*, Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), Transferência de calor, Alto-forno.

ABSTRACT

The production of pig iron is an activity of the steel industry of extreme economic importance because it corresponds to a large part of the cost of steel production. Its production takes place through the blast furnace and its working temperature is above 1500 °C. The cooling stave is one of the important elements when it comes to the blast furnace, as it can extend its useful life and reduce the cost of producing pig iron. This work aims to analyze the effectiveness of different Stave cooling circuits through numerical methodology. Heat transfer and internal flow in different coil models, using computational fluid dynamics (CFD), were evaluated for different coil circuits and different operating conditions. A steady-state approach, that is, one that is not time-varying, will be used. In addition, the SST turbulence model $\kappa - \omega$ and the finite volume discretization method are used through ANSYS CFX 17.1 software. Stave performance with different coils is analyzed from pressure drop, temperature distribution and heat transfer rate. For the best performing circuit, temperature and flow parameters are analyzed dimensionally and a correlation has been proposed. The results show that the circuit with two coils is the most suitable to be implemented in a blast furnace project. It is also shown that coil circuits with two inputs and outputs have greater hydraulic power, with the difference in hydraulic power between them being 13%. According to the parametric studies carried out, the dimensionless analyzes produce results, in relation to the maximum temperature, 5.86% higher than the results found in CFD. When the variable of interest is the minimum temperature, the dimensionless analysis has 2.21% higher results. All this shows that the results obtained by the dimensionless analysis are not as different from those obtained with the CFD simulation and as the former has a shorter processing time, it can help in a faster decision-making process.

Keywords: Cooling *Stave*, Computational Fluid Dynamics (CFD), Heat Transfer, Blast Furnace.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Constantes do modelo $\kappa - \epsilon$.	39
Tabela 2: Constantes do modelo $\kappa - \omega$.	40
Tabela 3: Constantes do modelo SST $\kappa - \omega$.	41
Tabela 4: Número e tamanho médio do elemento.	52
Tabela 5: Casos Simulados para diferentes temperaturas da água e ar.	56
Tabela 6: Diferentes casos de vazão mássica simulados.	57
Tabela 7: Condição diferente proposto para validar correlação.	58
Tabela 8: Teste de independência de malha.	59
Tabela 9: Transferência de calor e temperatura da água para os diferentes circuitos de serpentina.	65
Tabela 10: Potência hidráulica.	66
Tabela 11: Comparações das temperaturas máximas e mínimas da simulação no Ansys com a Análise Adimensional no Python	78

LISTAS DE FIGURAS

Figura 1: Matriz de produção de Ferro Gusa das usinas independentes.	18
Figura 2: Desenho exemplificativo de um alto-forno.	19
Figura 3: Sistema de refrigeração de um alto-forno com <i>Stave</i> .	20
Figura 4: Distribuição do stress em torno do <i>Stave</i> com revestimentos refratários.	22
Figura 5: Vista isométrica do sistema de resfriamento do <i>Stave</i> com revestimento.	23
Figura 6: Modelo de geometria de serpentina em <i>Stave</i> .	23
Figura 7: Esquema das configurações das serpentinas sobre o chip.	25
Figura 8: Distribuição de temperatura em um chip com circuito de refrigeração de melhor desempenho de acordo com Almerbati, Lorente e Bejan, 2018.	26
Figura 9: Método dos Volumes Finitos para um domínio unidimensional.	30
Figura 10: Definições e distâncias num domínio unidimensional.	31
Figura 11: Variação da velocidade ao longo do tempo em um escoamento turbulento	33
Figura 12: Localização do Y^+ em uma superfície plana.	35
Figura 13: Perfil de velocidade junto a uma superfície sólida.	35
Figura 14: Elemento de malha.	46
Figura 15: Modelo físico da superfície sólida do problema em estudo.	47
Figura 16: Esboço do desenho da serpentina do circuito 4. Valores em milímetro.	48
Figura 17: Esboço do desenho da serpentina no <i>Stave</i> .	49
Figura 18: Circuitos de serpentina.	49
Figura 19: Detalhamento da malha no domínio serpentina.	50
Figura 20: Detalhamento da malha no domínio serpentina – região de entrada.	51
Figura 21: Detalhamento da malha no domínio serpentina – região lateral.	51
Figura 22: Detalhamento das faces do <i>Stave</i> e da entrada e saída do fluido na serpentina.	53
Figura 23: Detalhamento da entrada e saída do fluido para um circuito com duas serpentinas.	53
Figura 24: Variação da tensão de cisalhamento na parede em relação a região de entrada e totalmente desenvolvida.	55
Figura 25: Demonstração das linhas implementadas no <i>Stave</i> para análise da distribuição de temperatura em cada ponto no <i>Stave</i> .	58
Figura 26: Desenho de um tubo simples com comprimento de 4 m.	60
Figura 27: Relação da velocidade do fluido [m/s] vs comprimento do tubo [m].	61
Figura 28: Diâmetro [m] vs velocidade do fluido [m/s]	62
Figura 29: Distribuição da temperatura na parte central do <i>Stave</i> .	63
Figura 30: Distribuição da temperatura na parte fria do <i>Stave</i> .	64
Figura 31: Distribuição de temperatura na parte quente do <i>Stave</i> .	64
Figura 32: Temperaturas do <i>Stave</i> .	66
Figura 33: Distribuição de temperatura sobre a linha central que divide o <i>Stave</i> horizontalmente.	68
Figura 34: Distribuição de temperatura utilizando a temperatura adimensional.	69

Figura 35: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do <i>Stave</i> para Reynolds igual a 248000.	70
Figura 36: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do <i>Stave</i> para Reynolds igual a 205000.	70
Figura 37: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do <i>Stave</i> para Reynolds igual a 162000.	71
Figura 38: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do <i>Stave</i> para Reynolds igual a 119000.	71
Figura 39: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do <i>Stave</i> para Reynolds igual a 71500.	72
Figura 40: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do <i>Stave</i> para Reynolds igual a 47700.	72
Figura 41: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do <i>Stave</i> para Reynolds igual a 19100.	73
Figura 42: Correlação para o coeficiente a3.	74
Figura 43: Correlação para o coeficiente a2.	74
Figura 44: Correlação para o coeficiente a1.	75
Figura 45: Correlação para o coeficiente a0.	75
Figura 46: Distribuição da temperatura para uma vazão de 2,5 kg/s.	76
Figura 47: – Distribuição da temperatura para uma vazão 7 kg/s.	77

LISTAS DE SIGLAS E ABREVIATURAS

A	Área da seção transversal [m ²]
A_s	Área superficial [m ²]
AESM	Anuário Estatístico Sindifer Minas Gerais.
arg₁	Parâmetro do modelo de turbulência SST κ – ω
arg₂	Parâmetro do modelo de turbulência SST κ – ω
C	Velocidade do som [m/s]
CD_{κω}	Parâmetro do modelo de turbulência SST κ – ω
C_μ	Constante do modelo de turbulência κ – ε
C_{ε1}	Constante do modelo de turbulência κ – ε
C_{ε2}	Constante do modelo de turbulência κ – ε
D	Diâmetro [m]
e	Energia específica [J/kg]
\vec{f}	Forças de campo por unidade de volume
F₁	Função de mistura do modelo SST κ – ω
F₂	Função de mistura do modelo SST κ – ω
g	Aceleração da gravidade [m/s ²]
h	Coefficiente de transferência de calor por convecção [W/m ² .K]
h_L	Perda de carga [m]
h_{tot}	Entalpia total [J]
IABr	Instituto Aço Brasil
κ	Energia cinética turbulenta [m ² /s ²]
κ	Constante de Von Kármán
K	Condutividade térmica [W/m.K]
L_c	Comprimento característico [m]
L_h	Comprimento de entrada hidrodinâmica [m]
L_m	Comprimento de mistura [m]
L_{h, laminar}	Comprimento de entrada hidrodinâmica no regime laminar [m]
L_{h, turbulento}	Comprimento de entrada hidrodinâmica no regime turbulento [m]
L_{t, Laminar}	Comprimento de entrada térmica no regime laminar [m]

\dot{m}	Vazão mássica [kg/s]
Ma	Número de Mach
n	Vetor normal direcionado para o exterior
Nu	Número de Nusselt
p	Pressão
P_κ	Produção de turbulência devido a forças viscosas [kg/m.s ³]
ΔP_L	Queda da pressão [kg/m.s ²]
P_r	Número de Prandtl
Q	Transferência de Energia [J]
\dot{Q}	Taxa de transferência de calor [kW]
Re	Número de Reynolds
S	Taxa de Deformação [1/s]
\bar{S}	Valor médio de S_ϕ no volume de controle
S_E	Termo fonte de energia
Sindifer	Sindicato das Indústrias Metalúrgicas e de Material Elétrico do Estado do Espírito Santo.
S_{Mx}, S_{My}	Termos fonte de momento nas direções x, y e z, respectivamente
S_{Mz}	[kg/m ² s ²]
S_φ	Termo fonte de propriedade escalar genérica
t	Tempo [s]
T_a	Temperatura do ambiente externo [K]
T_{adm}	Temperatura adimensional
T_{af}	Temperatura interna do alto-forno [K]
T_{circ}	Temperatura termodinâmica [K]
T_f	Temperatura de entrada do fluido na serpentina [K]
T_i	Temperatura em um determinado ponto da geometria [K]
T_s	Temperatura na superfície [K] ou [°C]
T_∞	Temperatura no infinito [K] ou [°C]
U	Magnitude da velocidade [m ² /s]
u	Velocidade de flutuação em um escoamento turbulento [L T ⁻¹]
\bar{u}	Velocidade média de flutuação em um escoamento turbulento [L T ⁻¹]

u_*	Velocidade de atrito [m/s]
\vec{u}	Vetor velocidades (u,v,w) [m/s]
u,v,w	Velocidade nas direções x, y, z [m/s]
u',v',w'	Flutuações da velocidade [m/s]
v	Velocidade de escoamento do fluido [m/s]
V	Volume [m ³]
\dot{V}	Vazão volumétrica [m ³ /s]
ν_t	Viscosidade cinemática turbulenta [m ² /s]
$\dot{W}_{bomba,L}$	Potência de Bombeamento [W]
W_s	Trabalho do eixo [J]
W_μ	Trabalho de cisalhamento [J]
x,y,z	Direções cartesianas [m]
ΔX	Comprimento do volume de controle [m]
y	Distância perpendicular à parede [m]
y_p	Distância à parede mais próxima
y^+	Distância adimensional da parede
β_1	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \omega$ para modelagem SST $\kappa - \omega$
β_2	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \epsilon$ modificado para modelagem SST $\kappa - \omega$
β'	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \omega$
ω	Frequência turbulenta [1/s]
U	Velocidade característica [m/s]
ρ	Massa específica de um fluido [kg/m ³]
θ	Temperatura adimensional
ϕ	Propriedade escalar genérica
ϕ_3	Constante genérica do modelo SST $\kappa - \omega$
Γ	Coeficiente de difusão [m ² /s]
τ	Tensão de cisalhamento [N/m ²]
τ_0	Tensão de cisalhamento na superfície [N/m ²]
τ_x	Tensão cisalhante na direção x [Pa]
μ	Viscosidade dinâmica [Pa.s]

μ_t	Viscosidade turbulenta [Pa.s]
λ	Condutividade térmica [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
ε	Emissividade
δ	Matriz identidade
δ_{ab}	Delta de Dirac
δ_t	Espessura da camada limite térmica [m]
δX_{WP}	Distância entre nó a esquerda e nó central [m]
δX_{WP}	Distância entre a face esquerda e o ponto central do volume de controle [m]
δX_{PE}	Distância entre nó central e nó a direita [m]
δX_{Pe}	Distância entre a face direita e o ponto central do volume de controle [m]
δX_{we}	Distância entre as faces direita e esquerda do volume de controle [m]
σ	Constante de Stefan-Boltzmann
σ_κ	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \varepsilon$; Constante do modelo de turbulência $\kappa - \omega$
$\sigma_{\kappa 1}$	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \omega$ para modelagem SST $\kappa - \omega$
$\sigma_{\kappa 2}$	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \varepsilon$ modificado para modelagem SST $\kappa - \omega$
σ_ε	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \varepsilon$
σ_ω	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \omega$
$\sigma_{\omega 1}$	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \omega$ para modelagem SST $\kappa - \omega$
$\sigma_{\omega 2}$	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \varepsilon$ modificado para modelagem SST $\kappa - \omega$
α	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \omega$
α_1	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \omega$ para modelagem SST $\kappa - \omega$
α_2	Constante do modelo de turbulência $\kappa - \varepsilon$ modificado para modelagem SST $\kappa - \omega$
Λ	Taxa de trabalho viscoso [N.m]

SUMÁRIO

RESUMO	7
ABSTRACT	8
SUMÁRIO	16
1. INTRODUÇÃO	18
1.1 Justificativa	18
1.2 Revisão da Literatura	21
1.3 Objetivos	26
1.3.1 Objetivo Geral	26
1.3.2 Objetivos específicos	26
2. REFERENCIAL TEÓRICO	27
2.1 Métodos de Discretização	27
2.1.1 Métodos das Diferenças Finitas	27
2.1.2 Método dos Elementos Finitos	28
2.1.3 Método dos Volumes Finitos	29
2.2 Modelos de Turbulência	32
2.2.1 Modelo $\kappa - \epsilon$	38
2.2.2 Modelo $\kappa - \omega$	39
2.2.3 Modelo SST $\kappa - \omega$ (Shear Stress Transport)	40
3. METODOLOGIA	44
3.1 Equações Matemáticas da Conservação	44
3.2 Acoplamento Pressão Velocidade	45
3.3 Domínio Físico de Estudo	47
3.4 Domínio Computacional	48
3.5 Modelo Numérico	54
3.6 Análise Adimensional	55
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	59
4.1 Estudo de convergência de malha	59
4.2 Avaliação do modelo numérico	59
4.3 Simulações de variados circuitos de serpentina	62
4.4 Análise Adimensional	67
5. CONCLUSÃO E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	79
5.1 Conclusão	79

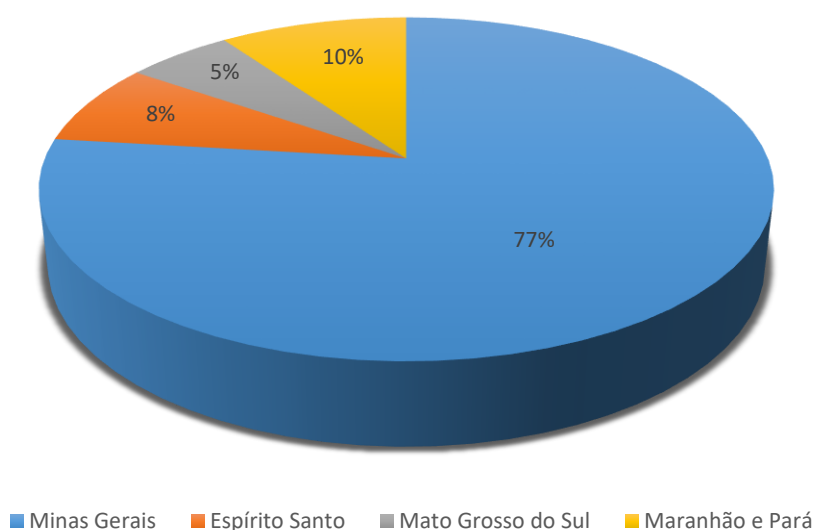
5.2 Sugestões para trabalhos futuros	80
6. REFERÊNCIAS.....	82
PRODUÇÃO TÉCNICA E CIENTÍFICA	86
APÊNDICE A	87
APÊNDICE B	103

1. INTRODUÇÃO

1.1 Justificativa

O Brasil em 2018, segundo o Instituto Aço Brasil e o Sindicato das Indústrias de Ferro do estado de Minas Gerais (IABr / Sindifer), produziu 32.552.480 toneladas de ferro gusa. Esse total engloba as produções de usinas integradas, em que o ferro gusa é produzido para consumo próprio, e usinas não integradas (independentes). O ferro gusa é uma liga composta de ferro, carbono (de 3% a 6%), manganês (cerca de 0,3%), silício (de 0,4%), fósforo (cerca de 1%) e enxofre (quase 0,03%). A produção do ferro gusa é uma atividade do setor siderúrgico de extrema importância econômica pelo fato de corresponder à grande parte do custo da produção do aço. A produção dessa liga ocorre por meio do processo de redução do ferro presente em minérios que contêm esse elemento. Essa produção pode ser verificada de acordo a divisão nos principais polos de fabricação de gusa no país, a Figura 1 evidencia o estado de Minas Gerais como o maior produtor nacional com 77%, seguido pela combinação dos estados do Pará e Maranhão com 10%.

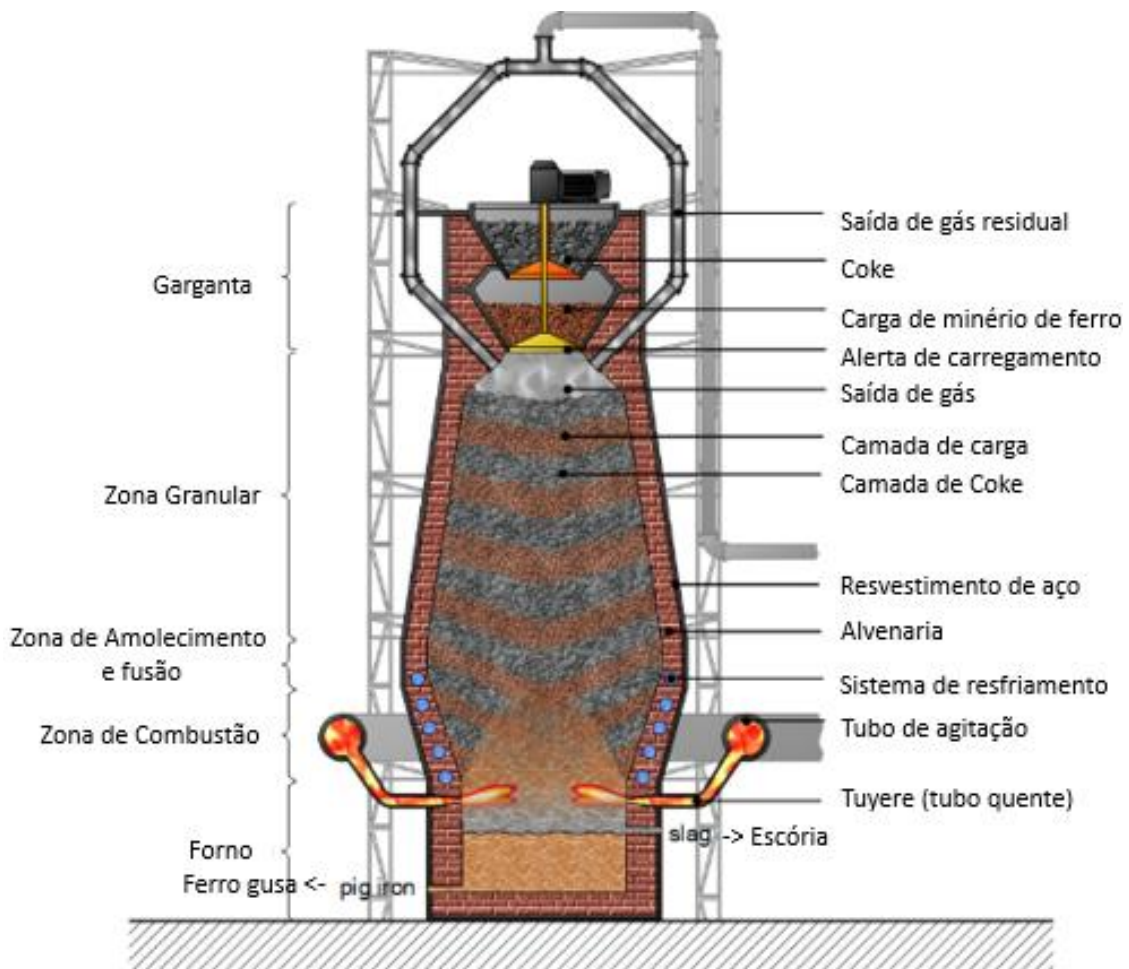
Figura 1: Matriz de produção de Ferro Gusa das usinas independentes.



Fonte: Adaptado: AESM, 2018.

O alto-forno é um típico forno da indústria siderúrgica e, portanto, a Figura 2 apresenta de forma ilustrativa esse equipamento com todas as nomenclaturas de composição do forno e, também, os locais onde as matérias primas são inseridas. Este equipamento é o componente principal no processo de fusão de aglomerados autorredutores e redução do minério de ferro na transformação em gusa. Devido à alta carga térmica necessária para um alto-forno é comum a implementação de sistemas de refrigeração para preservação estrutural. Diversos trabalhos científicos foram desenvolvidos para inserção de um sistema de refrigeração, buscando dessa forma um aumento da campanha do equipamento. (KUMAR, BANSAL E CHANDRAKER (2012), CHEN E CHENG (2016)).

Figura 2: Desenho exemplificativo de um alto-forno.

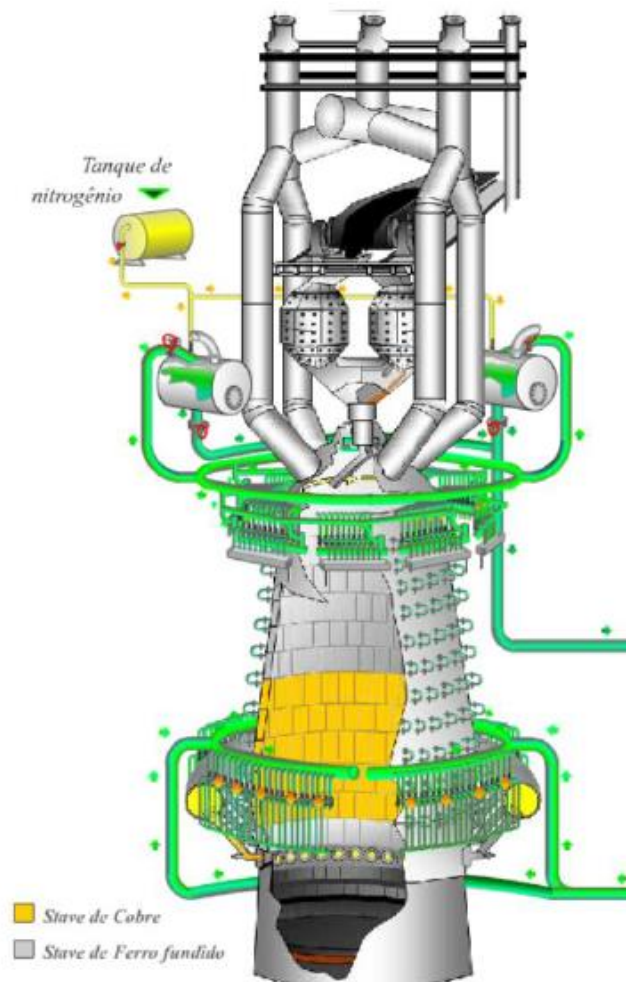


Fonte: Adaptado: TEC-SCIENCE, 2018.

Conforme Soni e Verma (2014), o sistema de arrefecimento para alto-forno foi desenvolvido desde 1884, onde inicialmente, na década de 1920, foi aplicado somente em regiões com elevado gradiente de temperatura.

Yeh, Ho e Yang (2012), a maior carga de calor fica concentrada na região inferior do alto-forno, como ilustrado na Figura 3, e o *Stave* localizado nessa região – tijolo amarelo na parte inferior – tem vida útil menor do que em qualquer outra região do alto-forno.

Figura 3: Sistema de refrigeração de um alto-forno com *Stave*.



Fonte: Animação Flash Gerdau Açominas, Usp 2016

Segundo Chen e Cheng (2016), o *Stave* deve utilizado para proteger a parede do alto-forno com o intuito de obter uma redução de estresse térmico e suas possíveis

consequências, deformações e rachaduras. Seu formato é normalmente retangular e disposto em série por toda a lateral do alto-forno.

Por estar em um ambiente agressivo de variação de temperatura, o *Stave* necessita ser revestido de materiais que suportem tal exposição. Os impactos do *Stave*, segundo Xu *et al.* (2017), estão diretamente associados com o custo final do ferro gusa e no tempo de vida do alto-forno. Sendo assim, seu principal objetivo é atuar como isolante térmico entre o alto-forno e o meio externo.

O sistema de resfriamento quando feito de maneira não adequada provoca uma não uniformidade no processo de arrefecimento, ocasionando gradientes intensos de temperatura que são danosos ao equipamento. Consequências de gradientes de temperatura são ainda mais intensas, quando as peças são constituídas de mais de um material. Diferentes coeficientes de dilatação, associados às diferenças locais de temperatura, tendem, portanto, a amplificar danos estruturais.

É importante aprimorar o desenvolvimento do alto-forno, principalmente no que se refere ao prolongamento de campanhas. Deste modo, segundo Lijun *et al.* (2006), a vida útil do *Stave* de resfriamento é uma componente chave para prolongar a vida útil de um alto-forno.

1.2 Revisão da Literatura

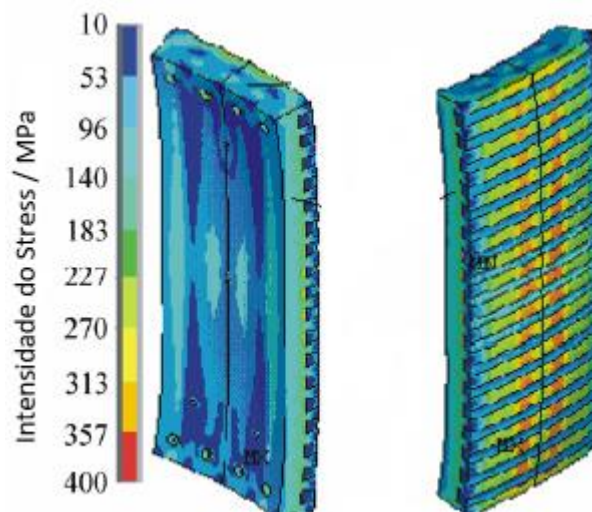
A necessidade de operar um alto-forno por um longo período de tempo, a fim de obter um melhor aproveitamento da matéria prima, tem associação elevada com a tentativa de entender o comportamento físico do *Stave*. Segundo Xu *et al.* (2017), *Stave*, equipamento largamente utilizado para produção de ferro gusa, é um componente importante para extensão da “vida” de um alto-forno.

O sistema de resfriamento tem sido objeto de pesquisa de muitos trabalhos nas últimas décadas, principalmente, pelo interesse industrial em artefatos que utilize, eficientemente, toda a energia gerada. Lijun *et al.* (2006) percebeu que inúmeros trabalhos científicos com CFD (*Computational Fluid Dynamics*) foram desenvolvidos para um sistema de serpentina no formato circular. Assim, realizou um estudo para tubo elíptico pois, a diminuição da área da seção transversal de resfriamento do tubo refletiria em uma redução da espessura do *Stave* para uma mesma vazão mássica. A

simulação numérica, utilizando elementos finitos, mostrou que um circuito de serpentina com formato elíptico obteve uma temperatura maior que o circuito de serpentina circular, uma variação de 4,4% e o stress térmico também não teve valores tão diferentes. Com a substituição das serpentinas circulares por serpentinas elípticas geraria uma diminuição na espessura do *Stave* e por consequência em um menor custo de produção. Diminuindo o custo final de produção do ferro gusa.

Ning et al. (2009) estudaram os efeitos causados pelo aumento de temperatura do alto-forno na face quente do *Stave* e, também, o comportamento da intensidade do stress no mesmo. O estudo procura analisar a temperatura e o stress causado pela mudança na temperatura do gás interno em um alto-forno. Como conclusão, ficou demonstrado, a partir de simulações apresentadas na Figura 4, que a região central é a que causa maior stress e, conseqüentemente, a formação de rachaduras. Outro aspecto é a fadiga causada nos parafusos fixos a partir da intensidade da tensão gerada.

Figura 4: Distribuição do stress em torno do *Stave* com revestimentos refratários.



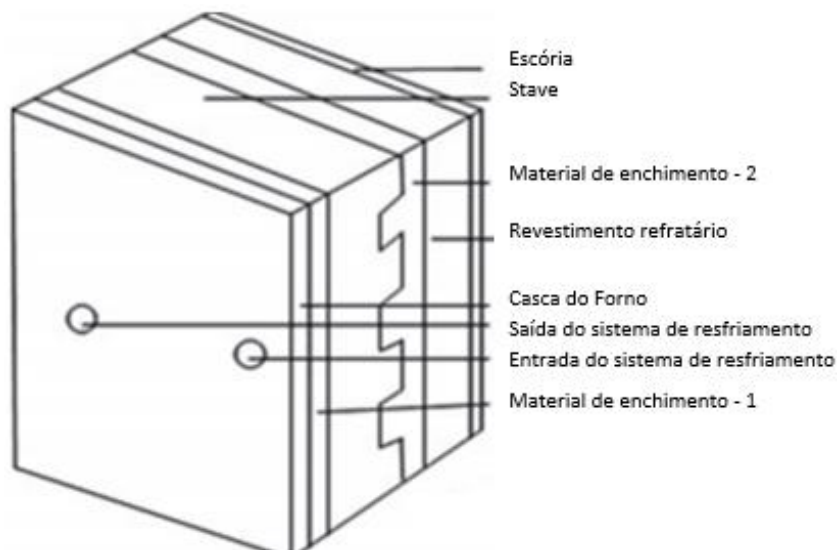
Fonte: Adaptado: Ning *et al*, 2009.

Yeh *et al.* (2012) investigaram o revestimento refratário, utilizando simulação CFD com base nas equações de Navier-Stokes, equação da energia e o modelo de turbulência k- ϵ , e provaram que é um grande protetor para o *Stave*. Além disso, conseguiram estimar possíveis larguras do *Stave* para um mesmo desenho de serpentina com o

intuito de aumentar o tempo de campanha. Kumar *et al.* (2012) realizaram um estudo, utilizando elementos finitos e desconsiderando os efeitos da transferência de calor por radiação dos materiais que compõe o revestimento, sobre a utilização de dois diferentes compostos – carboneto de silício e alumina – que revestem o *Stave*. Os pesquisadores concluíram as maiores temperaturas e stress térmico são obtidos com o composto de carboneto de silício em relação ao composto de alumina (óxido de alumínio).

Outro ponto importante no desenvolvimento de estudos voltados para melhor compreender o *Stave* foi a incorporação de análises fluidodinâmicas utilizando o método de Volumes Finitos, como o trabalho de Mohanty *et al.* (2015). Como podemos verificar na Figura 5, foi simulado o *Stave* revestidos de inúmeros materiais distintos, mas com apenas um circuito de serpentina sendo que, o desenho da serpentina tem muita semelhança com o desenvolvido posteriormente por Chen e Cheng (2016). Observou-se que o material e a espessura têm larga influência na temperatura de trabalho do *Stave* e por consequência no seu tempo de campanha.

Figura 5: Vista isométrica do sistema de resfriamento do *Stave* com revestimento.

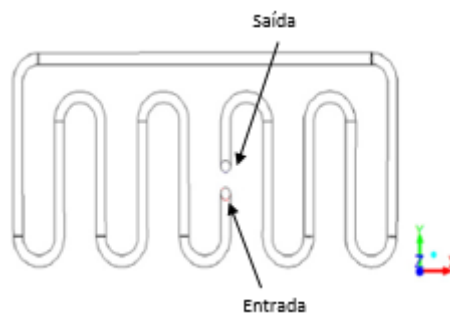


Fonte: Adaptado: MOHANTY *et al.* 2015.

Chen e Cheng (2016) estudaram o efeito de nano partículas de titânio em conjunto com um fluido – água – que atravessam uma serpentina inserida em um *Stave*.

Conforme o estudo, utilizou-se como modelo de turbulência o k- ϵ e a Figura 6 apresenta a geometria da serpentina utilizada nas simulações. Para apenas um circuito de serpentina foi simulado vários fluxos de massa e porcentagem por volume de nano partículas. A partir do estudo, eles encontram um aumento de 62% no valor da proporção adimensional do coeficiente convectivo para a fricção, quando o número de Reynolds fosse superior a 95000 para 1% em volume de TiO₂, que foi a melhor eficiência de transferência de calor encontrada.

Figura 6: Modelo de geometria de serpentina em *Stave*.



Fonte: Adaptado: Chen e Cheng, 2016.

Mohanty *et al.* (2016) através de outro estudo, utilizaram simulação numérica para entender o comportamento da transferência de calor no *Stave* variando alguns parâmetros como fluido refrigerante e material de revestimento. Os resultados indicaram que o nitrogênio pode ser utilizado como meio refrigerante para vazão alta.

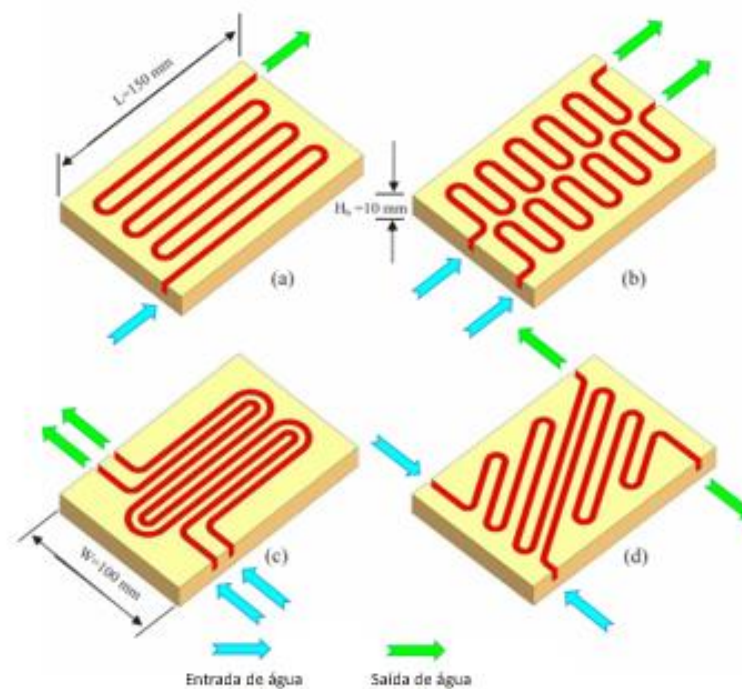
Zhang *et al.* (2018) investigaram de forma numérica e experimental as características que tornam o composto de cobre-aço um atrativo candidato a ser utilizado como revestimento em *Stave*. Através dos experimentos de testes de propriedades mecânicas e fraturas, comprovaram que o composto de cobre-aço produzido por solda pode atender a uma grande variação de temperatura. Já os resultados da simulação numérica mostraram que o resfriamento do composto de cobre-aço possui a mesma capacidade de condutividade térmica e capacidade anti-deformação duas vezes maior que a do composto cobre.

A maioria (Ning *et al.* (2009), Yeh *et al.* (2012), Mohanty *et al.* (2015), Chen e Cheng (2016), Mohanty *et al.* (2016) e Zhang *et al.* (2018)) dos estudos de resfriamento

em *Stave* encontrados no meio acadêmico consideram apenas um único caso de geometria de serpentina exposta à uma temperatura do alto-forno. Realizando buscas na literatura de soluções de resfriamento com variação de geometria de serpentina foram encontrados os estudos de Imran *et al.* (2018) e Almerbati *et al.* (2018).

Imran *et al.* (2018) investigaram de forma numérica e experimental o efeito de quatro circuitos de serpentina sobre um chip, como demonstrado na Figura 7. Na simulação numérica utilizaram as equações de Navier Stokes e aplicaram o método dos volumes finitos como meio de discretização das geometrias. Os resultados demonstraram que as serpentinas com duas entradas e duas saídas performam melhor, em relação a distribuição de temperatura sobre a superfície em estudo, que as serpentinas de uma entrada e uma saída.

Figura 7: Esquema das configurações das serpentinas sobre o chip.

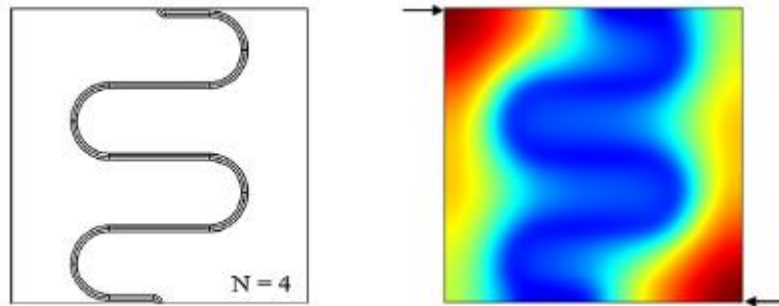


Fonte: Adaptado: Imran, Mahmoud e Jaffal, 2018.

Almerbati *et al.* (2018) estudaram a variação de contornos de uma serpentina em um chip quadrado. O trabalho aplicou o conceito de elementos finitos e considerou o tubo como uma superfície isotérmica. As simulações apontaram que a serpentina com

quatro contornos proporcionaria a menor temperatura sobre o chip, como podemos verificar na Figura 8.

Figura 8: Distribuição de temperatura em um chip com circuito de refrigeração de melhor desempenho de acordo com Almerbati, Lorente e Bejan, 2018.



Fonte: Almerbati, Lorente e Bejan, 2018

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Este trabalho propõe analisar de forma paramétrica, em diferentes geometrias de serpentina e valores de Reynolds em regime turbulento, a efetividade de diferentes circuitos de resfriamento de *Stave* através de fluidodinâmica computacional.

1.3.2 Objetivos específicos

1. Analisar condições representativas do problema industrialmente relevante;
2. Investigar um modelo matemático e numérico adequado ao estudo do problema;
3. Simular *Stave* sob diferentes parâmetros geométricos e de operação do circuito de resfriamento;
4. Analisar de forma dimensional e adimensional os resultados, para propor melhorias nos arranjos construtivos de *Stave* para obtenção de melhor eficiência operacional.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

As equações de Navier–Stokes (Equação 1) e da Continuidade (Equação 2) descrevem o comportamento do escoamento de fluidos. Para escoamentos de aplicação industrial muitas vezes de natureza complexa essas equações não têm solução analítica conhecida. Assim é frequente o uso de aproximações algébricas através de um método numérico para encontrar a solução desses escoamentos.

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \vec{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2)$$

onde ρ representa a densidade do fluido, \vec{u} o vetor velocidade, p a pressão, μ a viscosidade do fluido e \vec{f} é a resultante das forças de campo por unidade de volume.

2.1 Métodos de Discretização

Nesta seção serão apresentados os principais métodos de discretização utilizados em modelagem computacional. A aplicação desses modelos ocorre na etapa de pré-processamento, onde cada método será utilizado para discretizar a geometria na forma temporal e espacial para, posteriormente, aplicar o método de solução numérica. O Método das Diferenças Finitas (MDF), será descrito na seção 2.1.1. Posteriormente, o Método dos Elementos Finitos (MEF) e por fim o Método dos Volumes Finitos (MVF).

2.1.1 Métodos das Diferenças Finitas

Este método, como afirmaram Tu, Yeoh e Liu (2013), é um dos mais antigos para solução numérica de equações diferenciais parciais e, teoricamente, poderia ser aplicado para qualquer sistema de malha. Entretanto, o método é mais frequentemente aplicado para estruturas geométricas simples.

A primeira etapa para se obter uma solução numérica é discretizar a geometria de interesse. Segundo Ferziger e Peric (2002), no método de diferenças finitas a

estruturação da malha ocorre localmente, ou seja, cada nó da malha pode ser considerado origem de um sistema de coordenadas locais, cujos eixos coincidem com as linhas da malha. Em uma geometria tridimensional as linhas de malha se cruzam em cada nó. Neste método cada nó da malha é considerado uma nova origem, portanto, tem uma variável com valor desconhecido associado ao mesmo e, por consequência, deve apresentar uma equação algébrica. O valor da variável desconhecida é obtido a partir do nó vizinho e assim sucessivamente. Para solução de um sistema de equação é necessário que o número de equações seja igual ao número de incógnitas. Sendo que segundo Ferziger e Peric (2002), nos nós de fronteira os valores das variáveis são fornecidos.

Segundo Gilat e Subramaniam (2008) a precisão da aproximação por diferenças finitas depende da precisão dos pontos dos conjuntos de dados, dos espaçamentos entre os pontos e da fórmula específica usada na aproximação. Além disso, as soluções são encontradas por aproximações para derivada. Sendo que as derivadas são obtidas através da expansão em série de Taylor ou de forma polinomial.

2.1.2 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) segundo Zikanov (2010) representa uma alternativa para solução de equações diferenciais. No qual a decomposição não ocorre em todo o domínio da solução e sim nos pequenos elementos, em que o domínio é subdividido.

De acordo também com Zikanov (2010), a discretização por Elementos Finitos é amplamente utilizado em análise estrutural e para problemas envolvendo transferência de calor, mas em relação a escoamento de fluidos não é o método mais utilizado.

Segundo Tu, Yeoh e Liu (2013), a diferença entre Elementos Finitos e Volumes Finitos baseia-se que as equações governantes nos elementos finitos são primeiramente aproximadas pela multiplicação com as funções de forma antes de serem integradas em todo o domínio computacional. Outro ponto relevante é que as funções são escolhidas de forma que resultem em um valor igual a zero fora do elemento.

2.1.3 Método dos Volumes Finitos

A discretização pelo Método dos Volumes Finitos (MVF) consiste na integração da equação da conservação diretamente no domínio físico. Podemos descrever as etapas utilizadas pelo Método dos Volumes Finitos da seguinte forma:

- Divisão do domínio contínuo em volumes de controles discretos usando a malha computacional;
- Integração das equações nos volumes de controle individuais para desenvolver as equações algébricas para as variáveis discretas dependentes, por exemplo: Temperatura e velocidade;
- Montar e resolver o sistema algébrico obtido

Versteeg e Malalasekera (2007) apresenta uma demonstração genérica de como utilizar o método dos volumes finitos para um caso puramente difusivo em regime permanente, a partir da Equação de Transporte para uma propriedade genérica ϕ . A Equação 3 representa a Equação de Transporte.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{u}\phi) = \text{div}(\Gamma\nabla\phi) + S_\phi \quad (3)$$

onde ρ é a densidade, t é o tempo, \vec{u} é o vetor velocidade, Γ é o coeficiente de difusão e S_ϕ é uma força externa, de acordo com o problema físico estudado podemos retirar do equacionamento o termo convectivo – por se tratar de um caso difusivo – e, também, o termo de variação temporal (por ser um estudo de regime permanente), resultando na Equação 4:

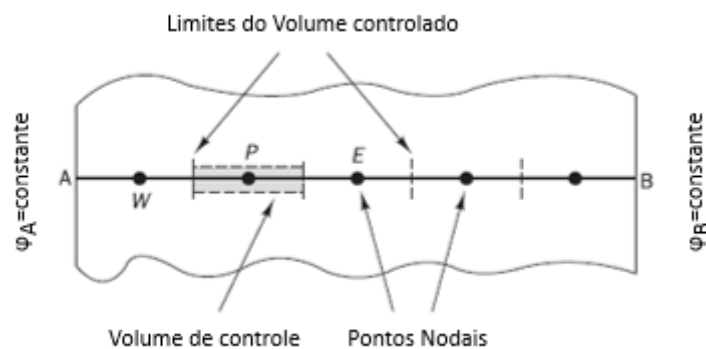
$$\text{div}(\Gamma\nabla\phi) + S_\phi = 0 \quad (4)$$

Considerando aplicar a Equação de Transporte em um domínio unidimensional – para facilitar o entendimento da utilização do método, mas de forma análoga podendo

ser aplicado em um sistema bidimensional ou tridimensional – é dividido em pequenos volumes de controle em torno dos pontos W, P e E. Observando a Figura 9 abaixo, podemos notar que o volume de controle está em torno do ponto P. E a partir das descrições realizadas é possível obter a Equação 5 da seguinte forma:

$$\frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) + S_\phi = 0 \quad (5)$$

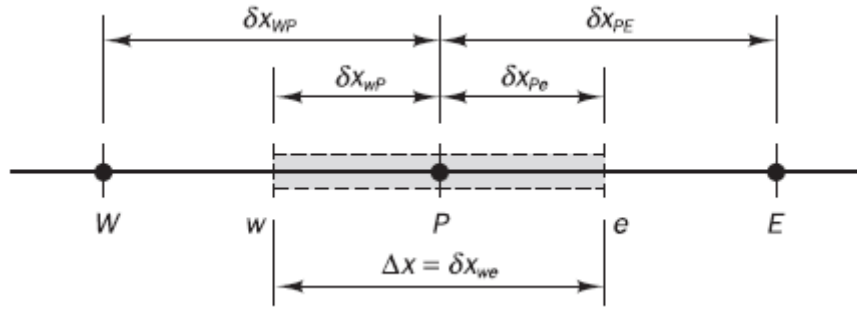
Figura 9: Método dos Volumes Finitos para um domínio unidimensional.



Fonte: Versteeg e Malalasekera, 2007.

A Figura 10 ilustra um ponto nodal genérico P e seus vizinhos W – nó a oeste – e E – nó a leste - em uma geometria unidimensional. Além disso, podemos determinar as faces do volume de controle sendo w sua face a oeste e sua face a leste sendo e. As distâncias entre os nodos W e P e entre os nodos E e P podem ser identificados como δX_{WP} e δX_{PE} respectivamente. De forma análoga, as distâncias entre a face w e o ponto P e entre o ponto P e a face e são apresentadas como δX_{WP} e δX_{Pe} , respectivamente. O comprimento total do volume de controle é $\Delta X = \delta X_{we}$.

Figura 10: Definições e distâncias num domínio unidimensional.



Fonte: Versteeg e Malalasekera, 2007.

Considerando a integração da Equação 5 no volume de controle, teremos:

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dV + \int_{\Delta V} S dV = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0 \quad (6)$$

onde A é a área da seção transversal da face do volume de controle, ΔV o volume e \bar{S} o valor médio de S_ϕ no volume de controle.

A forma discretizada das derivadas da Equação 6 podem ser obtidas da seguinte maneira:

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e = \Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{WP}} \right) \quad (7)$$

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w = \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right) \quad (8)$$

Segundo Versteeg e Malalasekera (2007) em casos em que o termo fonte é dependente de uma variável dependente, o método dos volumes finitos aproxima o termo fonte de maneira linear, como podemos verificar na Equação 9:

$$\bar{S} \Delta V = S_u + S_P \phi_P \quad (9)$$

Substituindo a Equação 7, 8 e 9 na Equação 6 iremos obter a forma algébrica e discretizada.

$$\left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}}A_e + \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}}A_w - S_P\right)\phi_P = \left(\frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}}A_w\right)\phi_W + \left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}}A_e\right)\phi_E + S_u \quad (10)$$

Os coeficientes da Equação 10 podem ser identificados algebricamente da seguinte forma:

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W + S_\phi \quad (11)$$

onde

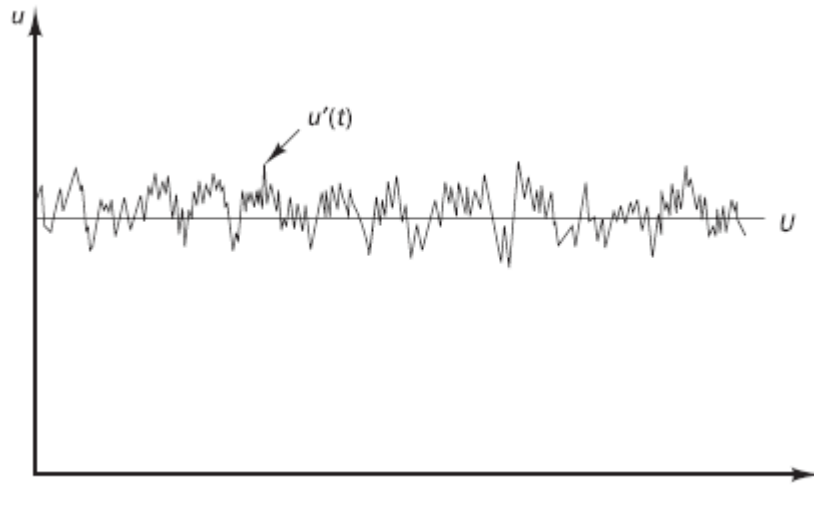
$$a_E = \frac{\Gamma_e A_E}{\Delta V \delta x_E}; a_W = \frac{\Gamma_w A_W}{\Delta V \delta x_W}; a_P = a_E + a_W; \quad (12)$$

A forma da Equação 10 apresentada é para um caso unidimensional. A descrição matemática para um caso tridimensional pode ser encontrada no Versteeg e Malalasekera (2007).

2.2 Modelos de Turbulência

Segundo Souza *et al.* (2011), os movimentos turbulentos são caracterizados por flutuações instantâneas de algumas propriedades como por exemplo: temperatura e velocidade. E, derivado dessas flutuações, o movimento turbulento contribui no transporte de *momentum*, calor e massa nos escoamentos de interesse prático. Em escoamentos turbulentos os valores instantâneos das propriedades flutuam em torno de um valor médio, como podemos verificar na Figura 11 a flutuação da velocidade em torno de um valor médio.

Figura 11: Variação da velocidade ao longo do tempo em um escoamento turbulento



Fonte: Versteeg e Malalasekera, 2007.

De acordo Souza *et al.* (2011), para a maioria dos propósitos, nos estudos de escoamento de fluidos, conhecer o comportamento médio do escoamento é suficiente. Reynolds (1895), sugeriu que o escoamento instantâneo desmembrasse em uma componente média e outra componente flutuante. Essas componentes foram inseridas nas equações das flutuações médias de Navier-Stokes, como podemos verificar nas equações 13 a 15:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(\rho u \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla \cdot (\mu \nabla u) + \left[-\frac{\partial(\overline{\rho u'^2})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho v' u'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho w' u'})}{\partial z} \right] + S_{Mx} \quad (13)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla(\rho v \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla \cdot (\mu \nabla v) + \left[-\frac{\partial(\overline{\rho u' v'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho v'^2})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho v' w'})}{\partial z} \right] + S_{My} \quad (14)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla(\rho w \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu \nabla w) + \left[-\frac{\partial(\overline{\rho u' w'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho v' w'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho w'^2})}{\partial z} \right] + S_{Mz} \quad (15)$$

onde, \vec{u} é o vetor tridimensional de velocidades médias, formado pelas componentes (u,v,w). (u',v',w') são as flutuações das velocidades, p é a pressão, ρ a massa específica e μ é a viscosidade do fluido. S_{Mx} , S_{My} e S_{Mz} são eventuais termos de geração do

momento. Os termos de geração do momento são acontecimentos do problema físico ao qual a equação de Navier-Stokes não inclui, exemplo: o termo \vec{f} da Equação 1 não está presente na Equação 13 explicitamente, mas caso o problema físico necessite daquele termo, podemos inserir no termo de geração do momento.

As equações 13, 14 e 15 estão apontadas para aplicação em regime transiente, mas no desenvolvimento deste trabalho essas equações foram aplicadas em regime permanente, onde o termo variante com o tempo é igual a zero.

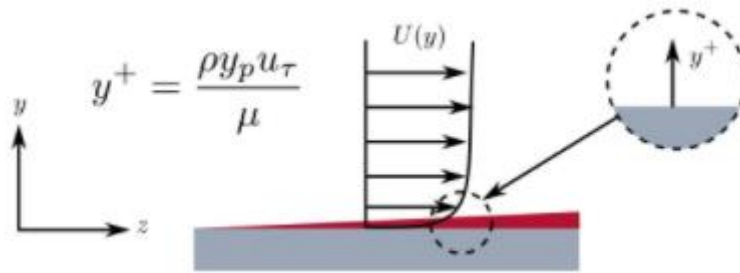
O tratamento estatístico da turbulência através das equações acima adiciona termos não conhecidos que contêm o produto de quantidades flutuantes no tempo, que agem como esforços adicionais no fluido. Esses termos, chamados de tensores de Reynolds, são difíceis de serem determinados diretamente e, por isso, se tornam variáveis a serem resolvidas. Esses esforços turbulentos precisam ser modelados por equações adicionais para o sistema de equações resultantes ser determinado.

Existem inúmeros modelos de turbulência desenvolvidos e sendo aplicados em simulação numérica. Quando se utiliza de modelos de turbulência, solicita-se que se analise as situações sensíveis do problema, a natureza da turbulência e que a partir disso, escolha o modelo que melhor atenda a essa necessidade.

No desenvolvimento dos estudos bibliográficos encontrou-se alguns trabalhos que demonstraram os modelos de turbulência utilizado. Como os trabalhos de Chen e Cheng (2016), Cornelissen, Taghipour, Escudié, Ellis e Grace (2007), Yeh, Ho e Yang (2012) que utilizaram o modelo $K - \epsilon$. Já, Al-neama, Kapur, Summers e Thompson (2017) utilizaram o modelo $k - \omega$. Neste trabalho foi utilizado o modelo de turbulência SST- $\kappa - \omega$ e para entender melhor essa escolha, temos que explicar um pouco sobre a utilização de uma variável bem importante na simulação de escoamentos turbulentos conhecida como Y^+ .

A Figura 12 apresenta o ponto de localização do Y^+ em um escoamento de superfície plana e, de forma associativa, podemos identificar a localização também em um escoamento em um tubo.

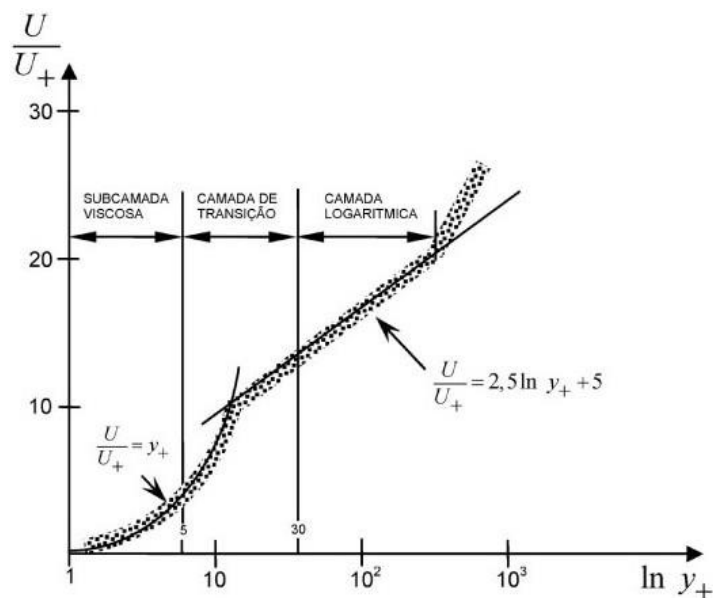
Figura 12: Localização do y^+ em uma superfície plana.



Fonte: Adaptado.

A Figura 13 apresenta uma representação da velocidade adimensional em relação a distância adimensional em y de uma parede. Nesse gráfico, existe a demonstração de três camadas que fazem parte da lei de parede. A primeira camada é onde os efeitos viscosos são predominantes, a segunda camada é a região de transição, onde não há predominância de um efeito característico e a terceira região onde os efeitos de turbulência são mais influentes.

Figura 13: Perfil de velocidade junto a uma superfície sólida.



Fonte: Souza, Oliveira, Azevedo, Soares e Mata, 2011.

Na região próxima de um contorno sólido, Prandtl observou características importantes que o fez criar uma hipótese de que o comprimento de mistura nesta região é proporcional à distância normal à parede, de acordo com a Equação 16.

$$l_m = \kappa * y \quad (16)$$

onde y é a distância perpendicular à parede e κ é a constante de Von Kármán, igual a 0,4.

A subcamada viscosa da camada limite turbulenta é caracterizada pela condição de não deslizamento, onde o fluido é estacionário próximo à parede sólida. Assim, integrando a lei da viscosidade de Newton ao longo da espessura da camada viscosa, teremos a seguinte equação:

$$u = \frac{\tau_0}{\rho\nu} y \quad (17)$$

onde τ_0 é a tensão de cisalhamento na superfície.

Uma importante relação é obtida quando se estuda a camada limite e é conhecida como velocidade de atrito, que é expressa da seguinte forma.

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (18)$$

Dividindo a Equação 17 pela Equação 18, teremos a seguinte relação:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{\sqrt{\tau_0/\rho}}{\nu} y = y^+ \quad (19)$$

Assim, temos a relação que governa a curva da subcamada viscosa. Tanto a velocidade quanto a distância apresentam-se de forma adimensional. De acordo com a Figura 13, a subcamada viscosa vai até $y^+ = 5$.

Na subcamada turbulenta da camada limite é possível obter uma equação para o perfil da velocidade, que pode ser descrita da seguinte maneira:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} * \ln y^+ + C \quad (20)$$

onde $k = 0,4$ e $C = 5$. C é uma constante de integração cujo o valor foi obtido experimentalmente por Kundu & Cohen, (2002). Substituindo os valores é possível notar que a Equação 20 é igual a equação da subcamada turbulenta presente na Figura 9.

A camada de transição é de difícil determinação, sendo assim, não possui uma equação que determine o comportamento da sua curva característica. Assim, é importante na modelagem de turbulência determinando o tamanho adequado das células próximas às paredes do domínio. As funções de parede do modelo de turbulência têm restrições no valor de y^+ na parede. Por exemplo: o modelo $k - \epsilon$ padrão requer um valor de y^+ na parede entre, aproximadamente, 30 até 300. Um fluxo mais rápido perto da parede produzirá valores mais altos de y^+ , portanto, o tamanho da malha próximo à parede deve ser reduzido. Como na simulação do trabalho os valores de Y^+ é inferior a 30 e o modelo de turbulência $k - \epsilon$ não é adequado para esses valores segundo Salim e Cheah (2009). Então, o melhor modelo que atende a essa especificação é o SST, pois é um modelo híbrido entre o $K - \epsilon$ e $\kappa - \omega$. Podemos conferir na Equação 21 o modelo matemático do Y^+ .

$$y^+ = \frac{yu_*}{\nu} \quad (21)$$

onde u_* é a velocidade de fricção, y é a distância absoluta da parede e ν é a velocidade cinemática.

Como o modelo utilizado (SST $\kappa - \omega$) é a combinação entre os modelos $\kappa - \epsilon$ e $\kappa - \omega$, serão apresentados o equacionamento dos três modelos.

2.2.1 Modelo $\kappa - \epsilon$

O modelo $\kappa - \epsilon$ desenvolvido por Jones e Launder (1972), é baseado no conceito de viscosidade turbulenta (μ_t), no qual os termos de tensões de Reynolds são tidos como proporcionais a uma viscosidade dinâmica, de forma análoga ao conceito original de viscosidade. Estes termos são incluídos de acordo a Equação 22 e todos os detalhes matemáticos do modelo de turbulência $\kappa - \epsilon$ podem ser encontrados no trabalho de Jones e Launder (1972).

$$-\rho \overline{u_a u_b} = \mu_t \left(\frac{\partial u_a}{\partial x_b} + \frac{\partial u_b}{\partial x_a} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ab} \left(\rho k + \mu_t \sum_{c=1}^3 \frac{\partial u_c}{\partial x_c} \right) \quad (22)$$

onde,

$$\delta_{ab} = \begin{cases} 0 & \text{se } a \neq b \\ 1 & \text{se } a = b \end{cases} \quad (23)$$

O segundo termo do lado direito da Equação 15, na seção 2.2, das flutuações médias de Navier-Stokes é uma adequação para torná-la válida para o cálculo de tensões normais.

Como definição do modelo de turbulência, κ é considerado a energia cinética turbulenta e ϵ é considerada a dissipação turbulenta. A viscosidade turbulenta (μ_t) é dependente, no modelo em questão, destes dois parâmetros como mostra a Equação 24.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon} \quad (24)$$

onde C_μ é uma constante.

Os valores de κ e ϵ podem ser encontrados a partir da solução das Equações 25 e 26.

$$\frac{\partial(\rho\kappa)}{\partial t} + \nabla(\rho\kappa\vec{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \nabla\kappa \right] + P_\kappa - \rho\epsilon \quad (25)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \nabla(\rho\varepsilon\vec{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (26)$$

onde $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, σ_k , σ_ε e C_μ são constantes do modelo de turbulência. P_k , produção de turbulência devido a forças viscosas, é modelado de acordo com a Equação 27.

$$P_k = \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \sum_{c=1}^3 \left[\mu_t \left(\frac{\partial u_a}{\partial x_b} + \frac{\partial u_b}{\partial x_a} \right) \frac{\partial u}{\partial x_b} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_c}{\partial x_c} \left(3\mu_t \frac{\partial u_c}{\partial x_c} + \rho \kappa \right) \right] \quad (27)$$

Os valores das constantes do modelo foram propostos por Launder e Sharma (1974), como podemos verificar na Tabela 1.

Tabela 1: Constantes do modelo $\kappa - \varepsilon$.

Constante	Valor
$C_{\varepsilon 1}$	1,44
$C_{\varepsilon 2}$	1,92
σ_k	1,0
σ_ε	1,3
C_μ	0,09

Fonte: Launder e Sharma, 1974.

2.2.2 Modelo $\kappa - \omega$

O modelo $\kappa - \omega$ desenvolvido por Wilcox (1998) foi também baseado no conceito de viscosidade turbulenta (μ_t), tendo também suas tensões de Reynolds calculadas pelas Equações 13, 14 e 15, na seção 2.2. No modelo, κ é a energia cinética turbulenta e ω é a frequência turbulenta. A Viscosidade turbulenta neste modelo é calculada através da relação exibida na Equação 28 e todos os detalhes matemáticos do modelo de turbulência $\kappa - \omega$ podem ser encontrados no artigo Wilcox (1998).

$$\mu_t = \rho \frac{\kappa}{\omega} \quad (28)$$

Os valores de κ e ω podem ser encontrados a partir da solução das Equações 29 e 30.

$$\frac{\partial(\rho\kappa)}{\partial t} + \nabla(\rho\kappa\vec{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \nabla\kappa \right] + P_\kappa - \beta' \rho\kappa\omega \quad (29)$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \nabla(\rho\omega\vec{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla\omega \right] + \alpha \frac{\omega}{\kappa} P_\kappa - \beta\rho\omega^2 \quad (30)$$

onde β' , α , β , σ_κ e σ_ω são constantes do modelo. P_κ , produção de turbulência devido a forças viscosas, é modelado de forma semelhante ao modelo $\kappa - \epsilon$, através da Equação 27.

Os valores das constantes do modelo, como também todo o detalhamento matemático do modelo de turbulência $\kappa - \omega$ foram desenvolvidos por (1998), como podemos verificar na Tabela 2.

Tabela 2: Constantes do modelo $\kappa - \omega$.

Constante	Valor
β'	$9/100$
α	$5/9$
β	$3/40$
σ_κ	$1/2$
σ_ω	$1/2$

Fonte: Wilcox, 1998

2.2.3 Modelo SST $\kappa - \omega$ (Shear Stress Transport)

O modelo SST $\kappa - \omega$, elaborado por Menter (1994), faz a união da modelagem $\kappa - \omega$ para as regiões próximas às superfícies e $\kappa - \epsilon$ para as regiões mais distantes da parede. Para a combinação é utilizado o modelo $\kappa - \omega$ de Wilcox (1988), exibido nas Equações 31 e 32, e uma transformação do modelo $\kappa - \epsilon$ numa formulação $\kappa - \omega$, exibida nas Equações 33 e 34.

$$\frac{\partial(\rho\kappa)}{\partial t} + \nabla(\rho\kappa\vec{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\kappa 1}} \right) \nabla \kappa \right] + P_\kappa - \beta' \rho \kappa \omega \quad (31)$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \nabla(\rho\omega\vec{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \nabla \omega \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{\kappa} P_\kappa - \beta_1 \rho \omega^2 \quad (32)$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \nabla(\rho\omega\vec{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \nabla \omega \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{\kappa} P_\kappa - \beta_1 \rho \omega^2 \quad (33)$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \nabla(\rho\omega\vec{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 2}} \right) \nabla \omega \right] + 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \sum_{a=1}^3 \left(\frac{\partial k}{\partial x_a} \frac{\partial \omega}{\partial x_a} \right) + \alpha_2 \frac{\omega}{\kappa} P_\kappa - \beta_2 \rho \omega^2 \quad (34)$$

Os valores das constantes do modelo foram propostos Menter (1994), como podemos verificar na Tabela 3.

Tabela 3: Constantes do modelo SST $\kappa - \omega$.

Constante	Valor
β'	0,09
α_1	0,31
β_1	0,075
$\sigma_{\kappa 1}$	0,85
$\sigma_{\omega 1}$	0,5
α_2	0,44
β_2	0,0828
$\sigma_{\kappa 2}$	1
$\sigma_{\omega 2}$	0,856

Fonte: Menter, 1994

O modelo de $\kappa - \omega$ é então multiplicado por uma função de mistura F_1 , o modelo $\kappa - \epsilon$ transformado é multiplicado $(1-F_1)$, e os produtos são então somados nas Equações 35 e 36.

$$\frac{\partial(\rho\kappa)}{\partial t} + \nabla(\rho\kappa\vec{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\kappa 3}} \right) \nabla \kappa \right] + P_\kappa - \beta' \rho \kappa \omega \quad (35)$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \nabla(\rho\omega\vec{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \nabla \omega \right] + 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \sum_{a=1}^3 \left(\frac{\partial k}{\partial x_a} \frac{\partial \omega}{\partial x_a} \right) + \alpha_3 \frac{\omega}{\kappa} P_\kappa - \beta_3 \rho \omega^2 \quad (36)$$

β' e $\sigma_{\omega 2}$ são constantes que têm os mesmos valores indicados na Tabela 3. As constantes do modelo SST $\kappa - \omega$ que possuem o índice “3” são alcançados a partir das constantes exibidas na Tabela 3 com o auxílio da Equação 37.

$$\phi_3 = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (37)$$

onde ϕ é uma constante, podendo ser qualquer uma das seguintes constantes: σ_κ , σ_ω , α ou β .

A função de mistura F_1 presente na Equação 37 é definida pela Equação 38.

$$F_1 = \tanh(\text{arg}_1^4) \quad (38)$$

onde arg_1 é obtida pela Equação 39.

$$\text{arg}_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{\kappa}}{\beta' \omega y_p}, \frac{500\nu}{y_p^2 \omega} \right); \frac{4\rho\kappa}{CD_{\kappa\omega} \sigma_{\omega 2} y_p^2} \right] \quad (39)$$

Na Equação 39, y_p é a distância à parede mais próxima e o termo $CD_{\kappa\omega}$ é definido pela Equação 40.

$$CD_{\kappa\omega} = \max \left(2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2}} \sum_{a=1}^3 \left(\frac{\partial \kappa}{\partial x_a} \frac{\partial \omega}{\partial x_a} \right); 1,0 \times 10^{-10} \right) \quad (40)$$

No modelo SST $\kappa - \omega$ apresentado por Menter (1994) a modelagem da viscosidade turbulenta não é idêntica àquela proposta por Wilcox (1988), no modelo $\kappa - \omega$. Para o modelo SST $\kappa - \omega$ utiliza-se o conceito de viscosidade cinemática turbulenta ν_t , fornecida pela Equação 41.

$$\nu_t = \mu_t / \rho \quad (41)$$

A viscosidade cinemática turbulenta é então obtida pela Equação 42.

$$v_t = \frac{a_1 \kappa}{\max(a_1 \omega; SF_2)} \quad (42)$$

onde S é a taxa de deformação e F_2 é dada pela Equação 43.

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (43)$$

sendo \arg_2 dado pela Equação 44.

$$\arg_2 = \left[\max \left(\frac{\sqrt{\kappa}}{\beta' \omega y_p}; \frac{500v}{y_p^2 \omega} \right) \right] \quad (44)$$

3. METODOLOGIA

A fim de realizar uma análise de transferência de calor e escoamento interno em uma serpentina, as equações de Navier-Stokes e Continuidade são utilizadas em condição de regime permanente. Apesar da turbulência ser um fenômeno transiente o modelo de turbulência SST $\kappa - \omega$ (apresentado na seção 2.2.3) modela esses termos transientes em função da viscosidade turbulenta. Assim os resultados são vistos como um resultado médio nos quais são contemplados os efeitos da turbulência.

3.1 Equações Matemáticas da Conservação

As equações matemáticas utilizadas no trabalho para modelar o escoamento de fluido e a transferência de energia são apresentadas da seguinte forma:

1. Equação de Conservação da Massa

$$\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] = 0 \quad (45)$$

onde ρ e (u, v, w) correspondem respectivamente à densidade e ao componente velocidade para as direções x , y e z .

2. Equação de Quantidade de Movimento

$$\rho \vec{u} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \vec{S}_M \quad (46)$$

onde p é a pressão, \vec{u} ao vetor velocidade, \vec{S}_M representa o termo fonte do momento e o tensor de tensões τ pode ser calculado a partir da Equação 47.

$$\tau = \mu \left[\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot \vec{u} \right] \quad (47)$$

onde δ representa a matriz identidade e μ é a viscosidade.

3. Equação da Conservação de Energia

$$\rho h_{tot} - \rho + \nabla \cdot (\rho \vec{u} h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (\vec{u} \cdot \tau) + \vec{u} \cdot \vec{S}_M + S_E \quad (48)$$

em que h_{tot} é a inclusão do trabalho de fluxo, onde podemos calcular a partir da entalpia estática a partir da Equação 49.

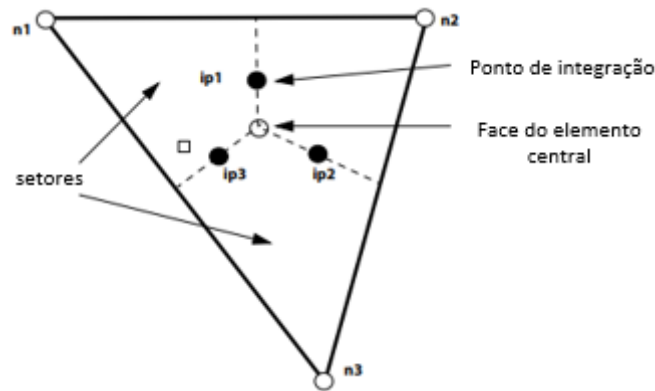
$$h_{tot} = h + \frac{1}{2} U^2 \quad (49)$$

Na Equação da energia o termo $\vec{u} \cdot \vec{S}_M$ é o trabalho devido a fontes de momento externos, termo normalmente desconsiderado. S_E é o termo fonte de energia e λ corresponde à condutividade térmica.

3.2 Acoplamento Pressão Velocidade

Os métodos de acoplamento pressão velocidade têm como objetivo transformar a equação da conservação da massa em uma equação para a pressão. Deste modo, nos sistemas acoplados as Equações (45) e (46) são resolvidas em um único sistema linear. O primeiro modelo proposto para solucionar o acoplamento pressão velocidade é apresentado por Patankar (1972), onde é composto por dois passos para solucionar o acoplamento pressão velocidade. Esse modelo ficou conhecido como SIMPLE (*Semi-Implicit Linked Equations*), onde no primeiro passo o objetivo era propor velocidades que satisfizessem a equação da massa e no segundo passo ocorreria uma correção da pressão. Esses passos ocorrem de forma iterativa até chegar em um ponto de convergência. De acordo com Ansys (2011), o CFX utiliza um modelo no qual os volumes de controle sejam idênticos para todas as equações de transporte. Conforme Patankar (1980), esse modelo leva a um campo de pressão desacoplado. Desta forma, o CFX utiliza o modelo de discretização proposto por Rhie e Chow (1983) que propõem uma discretização alternativa para o fluxo de massa que evitará o desacoplamento do campo de pressão. A Figura 14 apresenta um desenho genérico de um elemento de malha onde as equações para solução do acoplamento pressão-velocidade ocorrem.

Figura 14: Elemento de malha.



Fonte: Adaptação Ansys, 2011.

Ansys (2011) afirma que a estratégia adotada pelo Ansys-CFX é aplicar a equação da quantidade de movimento para cada ponto de integração e obter a expressão para a velocidade do transporte de massa para esses pontos. Abaixo o modelo matemático implementado:

$$u_{i,ip} = \bar{u}_{i,ip} + f_{ip} \left(\frac{\partial p}{\partial x_{i,ip}} \Big| - \frac{\bar{\partial p}}{\partial x_{i,ip}} \Big| \right) - c_{ip} f_{ip} (u_{i,ip}^{\circ} - \bar{u}_{i,ip}^{\circ}) \quad (50)$$

sendo u a velocidade de flutuação em um escoamento turbulento, \bar{u} é a velocidade média de flutuação em um escoamento turbulento e o subscrito ip significa o ponto de integração no elemento de malha.

$$f_{i,ip} = \frac{d_{ip}}{1 - c_{ip} d_{ip}} \quad (51)$$

$$d_{ip} = -\frac{V}{A} \quad (52)$$

sendo V a velocidade relativa ao nó e A é a aproximação do coeficiente central da equação de momento, excluindo o termo transiente.

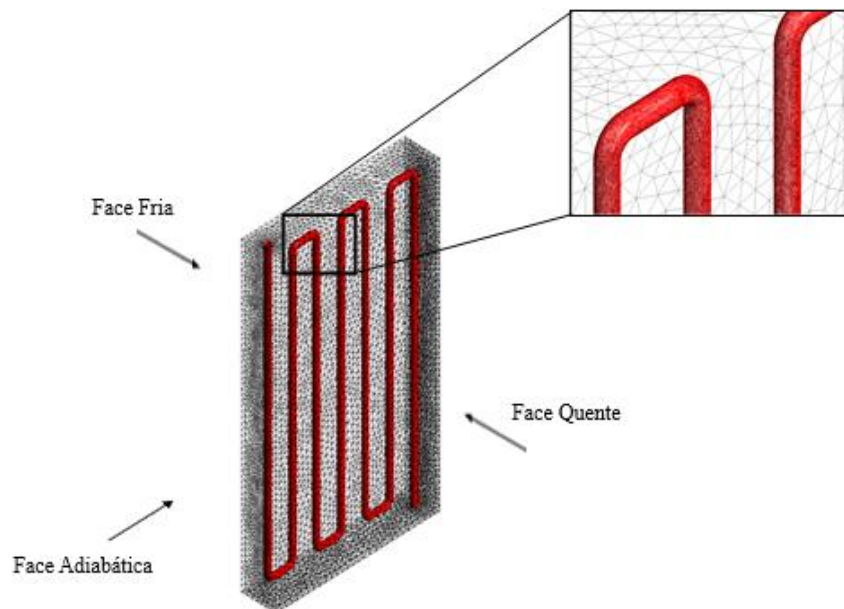
$$c_{ip} = \frac{\rho}{\Delta t} \quad (53)$$

onde ρ é a massa específica e Δt é o passo de tempo. O sistema de subíndices adotado no Ansys(2011) refere-se i como subvolume de controle e ip ao nó local na discretização do volume de controle.

3.3 Domínio Físico de Estudo

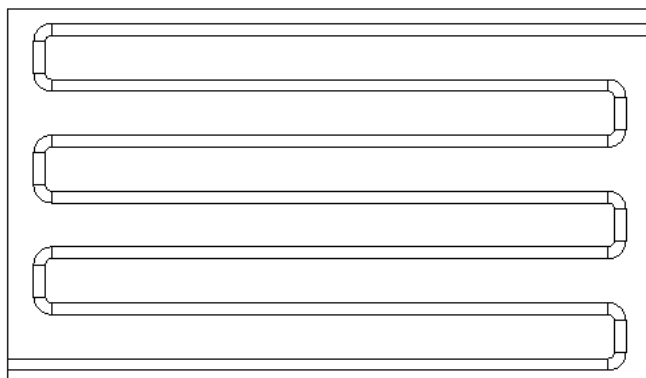
Com o intuito de atender aos objetivos propostos inicialmente no trabalho foi definido um domínio físico para estudo que corresponde à região do *Stave*, definido de forma retangular e a região da serpentina, definida como um corpo cilíndrico. O domínio é delimitado na parte inferior pelo encontro de outro *Stave* e a altura definida como 1640 mm. A lateral direita (face quente) tem como limite a face externa do alto-forno e a largura de 960 mm. A espessura do *Stave* é de 200 mm. Uma representação do domínio físico em estudo está ilustrada na Figura 15.

Figura 15: Modelo físico da superfície sólida do problema em estudo.



Fonte: Próprio autor.

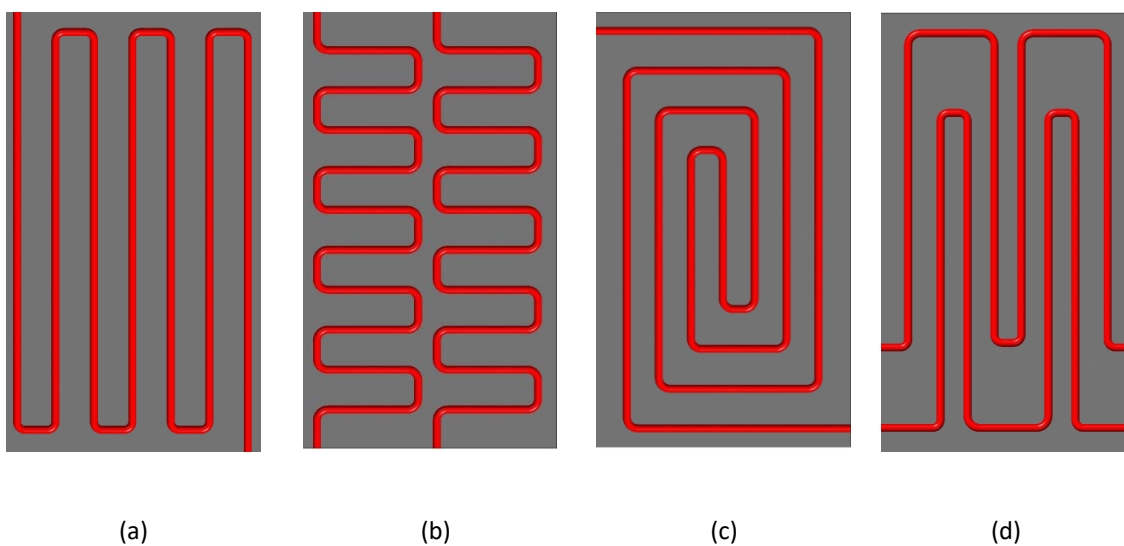
Figura 17: Esboço do desenho da serpentina no *Stave*.



Fonte: Próprio autor.

A diversidade que os circuitos proporcionam e como esses modelos poderiam ser implementados industrialmente fez-se necessário ajustar à necessidade para o alto-forno. Sendo assim, o trabalho investiga dois modelos com duas serpentinas (circuitos b e d) e dois modelos apenas com uma serpentina (circuitos a e c). Assim, é possível comparar modelos semelhantes e modelos distintos. Os modelos podem ser observados na Figura 18.

Figura 18: Circuitos de serpentina.



(a)

(b)

(c)

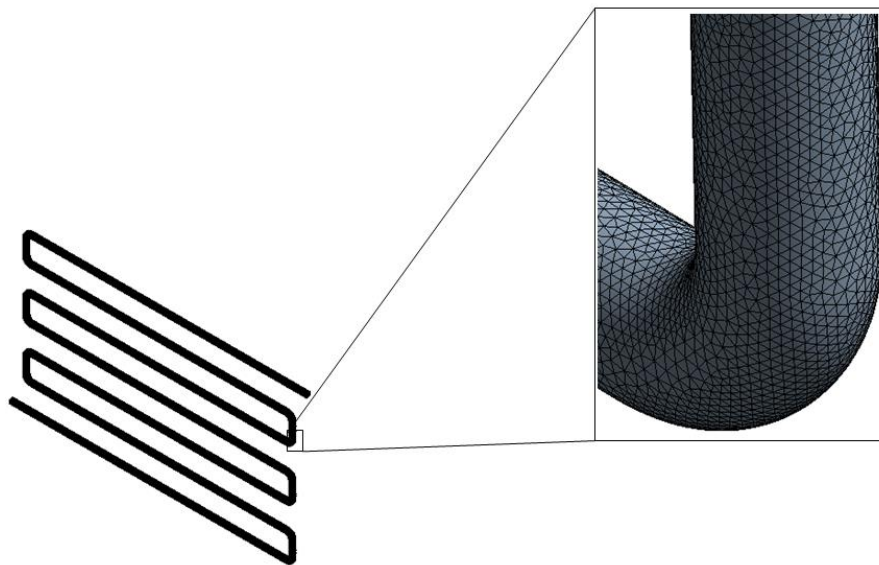
(d)

Fonte: Próprio autor.

Nos passos que precisam ser obedecidos para concluir o processo para realização da simulação temos: a geração da malha computacional. Esse processo é base para a realização de todos os cálculos computacionais para chegar em um possível resultado.

Um ponto importante para analisar na geração da malha é entender quais locais de maior sensibilidade. No caso deste trabalho, o local mais sensível é a serpentina, pois ocorre o escoamento interno de fluido ao mesmo tempo da transferência de calor entre o *Stave* e a serpentina. Sendo assim, esse local é o que deve ser coberto por uma malha computacional mais refinada, capaz de identificar todos os detalhes necessários para que a simulação fique mais próxima da realidade. Na Figura 19 podemos notar esse maior detalhamento na malha computacional.

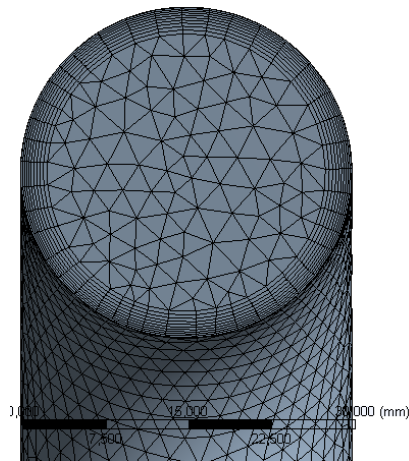
Figura 19: Detalhamento da malha no domínio serpentina.



Fonte: Próprio autor.

Quando o problema físico é de um escoamento de fluido, a região próxima à parede, devido ao fenômeno da camada limite, requer um maior refinamento na malha, pois nesse local os efeitos de atrito têm uma maior relevância no comportamento do escoamento. Desta forma, a Figura 20 apresenta detalhes próximos a parede de uma malha gerada em uma serpentina. Percebem-se camadas de elementos próximos à parede para uma melhor resolução da camada limite.

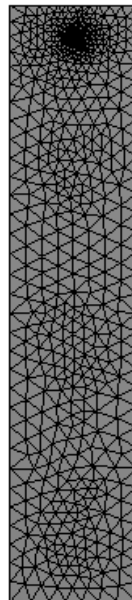
Figura 20: Detalhamento da malha no domínio serpentina – região de entrada.



Fonte: Próprio autor.

Na região próxima a entrada e a saída da serpentina as malhas produzidas têm uma maior resolução para poderem prever variações de temperatura e o fenômeno da camada limite. A Figura 21 ilustra uma face dessa área de maior resolução.

Figura 21: Detalhamento da malha no domínio serpentina – região lateral.



Fonte: Próprio autor.

Segundo Shen *et al.* (2020), a confiabilidade dos modelos CFD é altamente dependente da validação com experimentos. Desta forma, as capacidades de modelagem de CFD permanecem limitadas, embora há um progresso significativo.

Ademais, se faz necessário o estudo de convergência de malha, metodologia proposta por Celik *et al.* (2012), para garantir que o resultado final obtido é independente da malha computacional e auxilia no melhor uso do recurso computacional disponibilizado.

Para o estudo de convergência de malha iremos utilizar a metodologia de Celik *et al.* (2012). A metodologia tem como objetivo, selecionar uma variável sensível ao problema físico de interesse, posteriormente, selecionar três diferentes malhas, sendo que o número de elementos seja 1,3 superior ao valor da malha anterior, e simular cada malha desenvolvida. Quando a variável sensível não altera seu valor de forma significativa com o incremento na robustez da malha, é estabelecido, como malha de trabalho, a com menor número de elementos.

Tabela 4: Número e tamanho médio do elemento.

Malha	1	2	3
Número de Elementos	1.996.055	1.019.846	519.216
Tamanho médio do elemento (mm)	3,98E-10	7,80E-10	1,53E-9

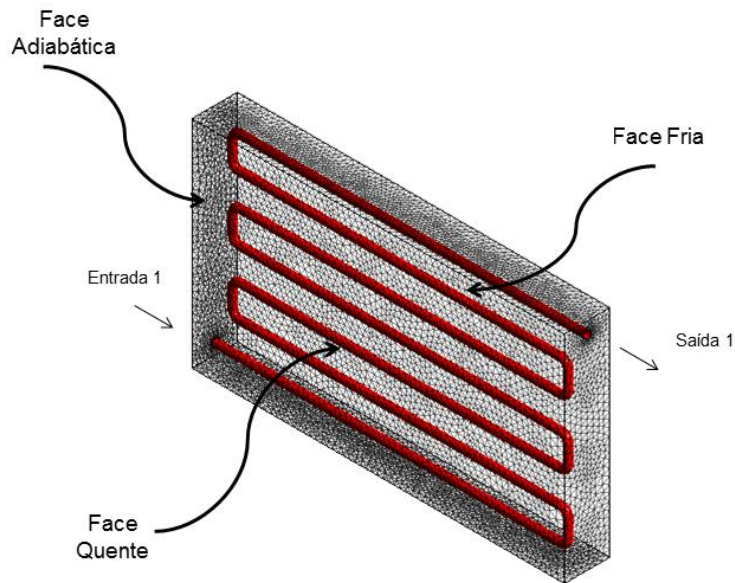
Fonte: Próprio autor.

As expressões matemáticas ou valores experimentais nas situações limites de um escoamento de um fluido são chamadas de condições de contorno. Para descrever um problema de escoamento de fluido e transferência de calor, algumas condições de contorno são necessárias para resolução das equações diferenciais. As condições de contorno para todas as simulações realizadas serão apresentadas abaixo:

1. Para a superfície quente do *Stave* de resfriamento é adotado coeficiente de convecção de $232 \text{ W / m}^2\text{K}$ e temperatura interna de $800 \text{ }^\circ \text{C}$ segundo Chen e Cheng (2016);
2. Para a superfície fria do *Stave* de resfriamento é adotado um coeficiente de convecção de $12,2 \text{ W / m}^2\text{K}$ e uma temperatura ambiente de $30 \text{ }^\circ \text{C}$ segundo Chen e Cheng (2016);

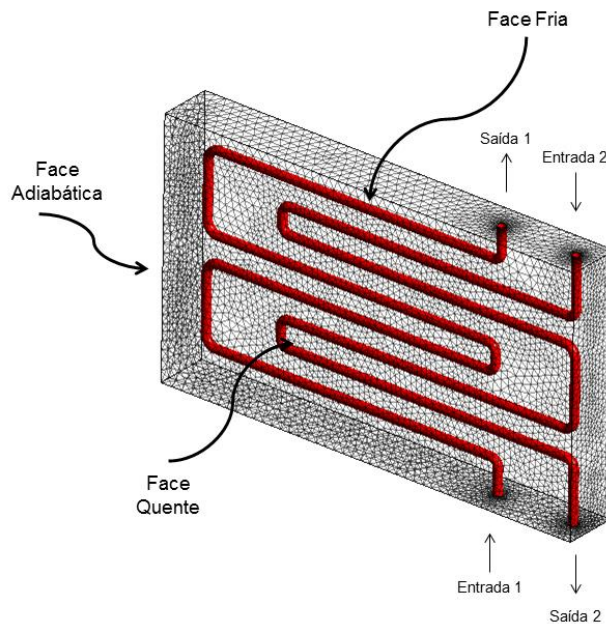
As Figura 22 e Figura 23 apresentam as condições de contorno, mencionadas acima, para uma geometria com uma serpentina e com duas serpentinas.

Figura 22: Detalhamento das faces do *Stave* e da entrada e saída do fluido na serpentina.



Fonte: Próprio autor.

Figura 23: Detalhamento da entrada e saída do fluido para um circuito com duas serpentinhas.



Fonte: Próprio autor.

As paredes laterais do *Stave* são consideradas adiabáticas na solução numérica a ser realizada. Além disso, nenhuma condição de deslizamento foi admitida para a região interna da serpentina. A temperatura de entrada da água foi de 27°C e sua vazão mássica foi de 2.5 Kg/s, valores obtidos a partir do estudo Chen e Cheng (2016). Esses dados não

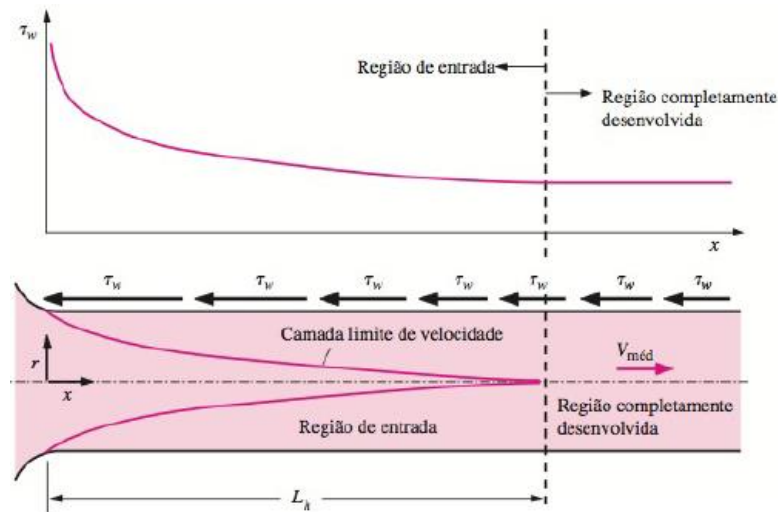
são condições de contorno, mas contribuem para a resolução numérica do problema físico em estudo.

3.5 Modelo Numérico

Um item relevante quando se trabalha com simulação numérica é validar o modelo numérico utilizado com um resultado analítico consolidado na literatura. Caso os resultados tenham similaridade, os valores encontrados na simulação numérica estão próximos dos valores encontrados na literatura, podemos afirmar que o modelo numérico utilizado é adequado para resolução de problemas semelhantes ao proposto na validação, caso contrário, podemos concluir que o modelo não é adequado. Neste estudo, os itens de maior importância são o escoamento interno e a camada limite térmica. Sendo assim, o estudo da camada limite é extremamente relevante para ter soluções razoáveis.

Analiticamente o conceito de região hidrodinâmica completamente desenvolvida em escoamento em tubos é consolidado academicamente. Segundo Cengel (2012), o perfil de velocidade na região completamente desenvolvida é parabólico em escoamento laminar e um pouco mais plano no escoamento turbulento. Além disso, é importante mencionar sobre a tensão de cisalhamento na parede do tubo, pois existe relação da tensão com o perfil de velocidade na superfície do tubo. A Figura 24 apresenta a variação da tensão de cisalhamento na parede em relação a região de entrada até a região totalmente desenvolvida.

Figura 24: Variação da tensão de cisalhamento na parede em relação a região de entrada e totalmente desenvolvida.



Fonte: Cengel, 2012.

De acordo Cengel (2012), o comprimento de entrada, para escoamento turbulento, é muito curto. Para escoamento de interesse prático para a engenharia, os efeitos de entrada são insignificantes para comprimento de tubo de 10 diâmetros. Como podemos conferir na Equação 54.

$$L_{h,turbulento} \approx 10D \quad (54)$$

Para a configuração geométrica de um tubo com diâmetro de 0,003 m. Podemos inferir que, o resultado analítico do comprimento hidrodinâmico, será encontrado para uma distância de 0,03 m do tubo. No capítulo 4 será realizada uma análise quantitativa, comparando o resultado encontrado analiticamente com o resultado computacional, e uma análise qualitativa, onde, a partir de gráficos, iremos determinar se o comportamento encontrado condiz com o comportamento teórico esperado.

3.6 Análise Adimensional

Para obter os resultados e respostas da problematização da distribuição da temperatura no *Stave*, será feita uma análise da distribuição de uma temperatura

adimensional em relação a linhas extraídas dos resultados obtidos para a melhor configuração de *Stave* demonstrada no capítulo 4.3 deste trabalho.

As geometrias demonstradas inicialmente foram simuladas para entender o comportamento da distribuição da temperatura. Após esse processo, para a identificação de um padrão de comportamento do campo de temperaturas no *Stave* é utilizada uma adimensionalização da temperatura dada pela Equação 55:

$$T_{adm} = \frac{T_i [K] - T_f [K]}{T_{af} [K] - T_a [K]} \quad (55)$$

onde, T_i é o valor em um determinado ponto da geometria, T_f é a temperatura de entrada do fluido na serpentina, T_{af} é a temperatura interna do alto-forno e T_a é a temperatura do ambiente externo.

Para identificação de um padrão na distribuição de temperatura foram realizadas simulações para algumas temperaturas da água e do ar. Sendo que os valores da vazão mássica, Reynolds e da temperatura interna do alto-forno, nessas simulações, serão os mesmos para todos os casos estudados. Assim, todos os casos simulados estão demonstrados na Tabela 5.

Tabela 5: Casos Simulados para diferentes temperaturas da água e ar.

	Temperatura da água	Temperatura do Ar	Temperatura interna do alto-forno
Caso 1	27 [°C]	30 [°C]	800 [°C]
Caso 2	47 [°C]	50 [°C]	800 [°C]
Caso 3	7 [°C]	10 [°C]	800 [°C]
Caso 4	47 [°C]	10 [°C]	800 [°C]

Fonte: Próprio autor.

Por fim, partindo do conceito que a camada limite térmica tem uma grande influência na camada limite hidrodinâmica, pois o desenvolvimento da temperatura influencia na velocidade de escoamento. É possível que um aumento da vazão mássica irá influenciar no comportamento da distribuição de temperatura pois, pode atingir à

algumas regiões de escoamento. Deste modo, serão simuladas distribuições de temperatura para vários números de Reynolds. Todos os valores de Reynolds estudados estarão na condição de escoamento turbulento. Essas condições estão apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6: Diferentes casos de vazão mássica simulados.

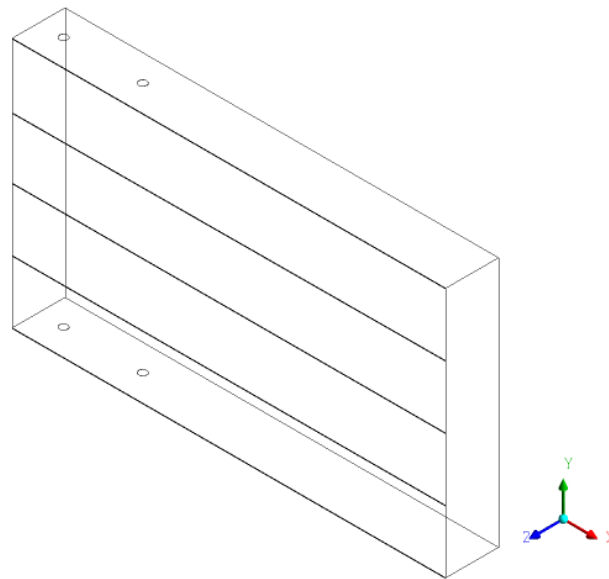
	Temperatura da água	Temperatura do Ar	Temperatura interna do alto-forno	Número de Reynolds	Vazão mássica
Análise 1	27 [°C]	30 [°C]	800 [°C]	248000	5,2 [kg/s]
Análise 2	27 [°C]	30 [°C]	800 [°C]	205000	4,3 [kg/s]
Análise 3	27 [°C]	30 [°C]	800 [°C]	162000	3,4 [kg/s]
Análise 4	27 [°C]	30 [°C]	800 [°C]	119000	2,5 [kg/s]
Análise 5	27 [°C]	30 [°C]	800 [°C]	71500	2,0 [kg/s]
Análise 6	27 [°C]	30 [°C]	800 [°C]	47700	1 [kg/s]
Análise 7	27 [°C]	30 [°C]	800 [°C]	19100	0,4 [kg/s]

Fonte: Próprio autor.

Um ponto importante a ser mencionado é que os valores dos coeficientes de transferência de calor para todas as análises realizadas serão os mesmos demonstrados na seção 3.4.

De forma a propor uma correlação entre os parâmetros estudados e o perfil de temperatura do *Stave* são consideradas quatro regiões delimitadas através das a cinco linhas expostas na Figura 25:

Figura 25: Demonstração das linhas implementadas no *Stave* para análise da distribuição de temperatura em cada ponto no *Stave*.



Fonte: Próprio autor.

Para esta análise os seguintes passos foram realizados:

Passo 1: Correlação entre as temperaturas adimensionais e a distância horizontal (na Figura 25) para cada uma das linhas e para cada número de Reynolds trabalhado;

Passo 2: Correlação entre os coeficientes das equações polinomiais encontradas no Passo 1 e os números de Reynolds;

Passo 3: Interpolarmos a partir das correlações obtidas de forma a se obter perfis de temperatura.

Para avaliar o procedimento proposto a correlação obtida será confrontada com dados simulados para condições diferentes daquelas que levaram a concepção da correlação. Essas condições estão descritas na Tabela 7 abaixo:

Tabela 7: Condição diferente proposto para validar correlação.

	Número de Reynolds	Vazão mássica
Condição 1	333846	7 [kg/s]

Fonte: Próprio autor.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Estudo de convergência de malha

A Tabela 8 apresenta os valores das temperaturas encontradas a partir da simulação das malhas. Pode-se aferir, dos dados expostos na Tabela 8, que a diminuição da malha computacional gera pequenas variações dos dados. A partir do entendimento dos pontos de maior sensibilidade do problema em estudo, pode-se concluir que a variável mais significativa é a variação da temperatura, pois o principal objetivo do trabalho é encontrar o melhor formato de serpentina que possibilite a menor variação de temperatura entre a parte externa do *Stave* e o ambiente. O fundamento da utilização do estudo de convergência de malha é comparar os resultados com malhas distintas e encontrar a malha que possibilite o melhor resultado com o menor recurso computacional. Sendo assim, observar-se uma maior variação no delta de temperatura da simulação 1 para a 2, do que da 2 em relação a 3. Outro ponto significativo é que na simulação 2 os dados estão próximos tanto da simulação 1 como da simulação 3. Por esse motivo, podemos constatar que a malha utilizada na simulação 2 irá atender à necessidade qualitativa com uma malha intermediária. Um ponto importante a ser mencionado é que na variável Temperatura de entrada o valor aferido é um ponto posterior a entrada, pois o valor da temperatura de entrada é um dado de entrada na simulação, portanto, tem valor constante.

Tabela 8: Teste de independência de malha.

Variáveis	1	2	3
Número de Elementos	1.996.055	1.019.846	519.216
Temperatura de entrada (°C)	44,70	44,37	44,37
Temperatura de saída (°C)	54,51	54,52	54,76
Variação da temperatura ΔT (°C)	9,81	10,15	10,39

Fonte: Próprio autor.

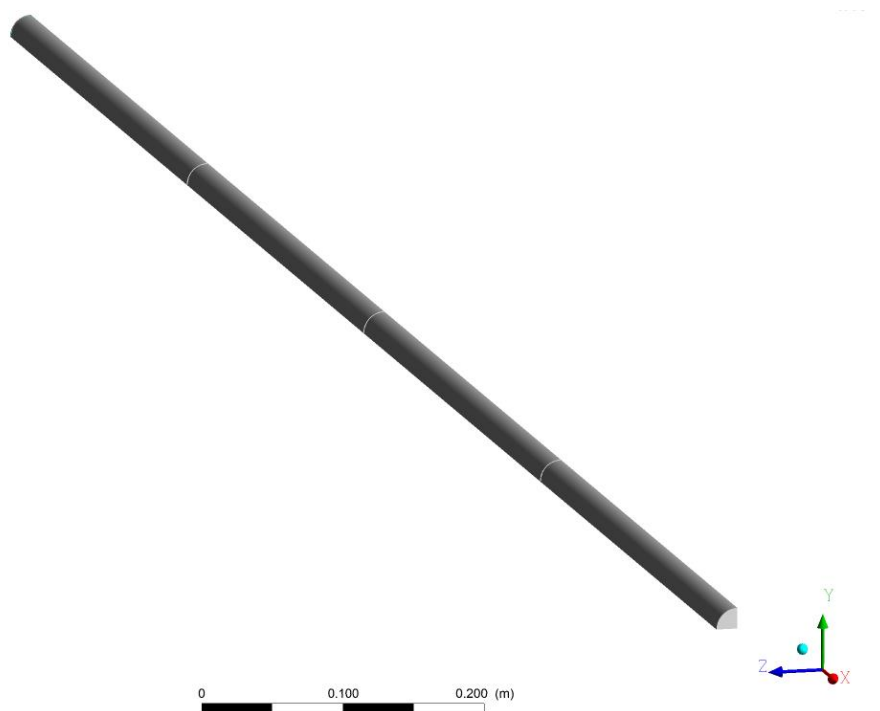
4.2 Avaliação do modelo numérico

A teoria sobre a camada totalmente desenvolvida em um escoamento interno é bastante consolidada na academia e para ter bons resultados, é importante simular de

forma precisa os desdobramentos que ocorrem na camada limite hidrodinâmica. O comprimento da região de entrada tem forte dependência com a característica do escoamento se é turbulento ou laminar. Observando o caso laminar, para um duto circular e Reynolds = 2300, temos uma relação de $L/D = 140$, já em relação ao escoamento interno com turbulência tem sua camada totalmente desenvolvida de acordo com a Equação 54 e, após a camada, teremos valores aparentemente constantes, por exemplo: velocidade, Reynolds e etc. ÇENGEL (2012)

Aplicando o valor do diâmetro do tubo, 0,003 m, na Equação 54, temos como valor do comprimento hidrodinâmico igual à 0,03 m. Sendo assim, desenhou-se uma tubulação simples, Figura 26, com comprimento superior ao do comprimento hidrodinâmico, para simular de acordo com o modelo numérico.

Figura 26: Desenho de um tubo simples com comprimento de 4 m.



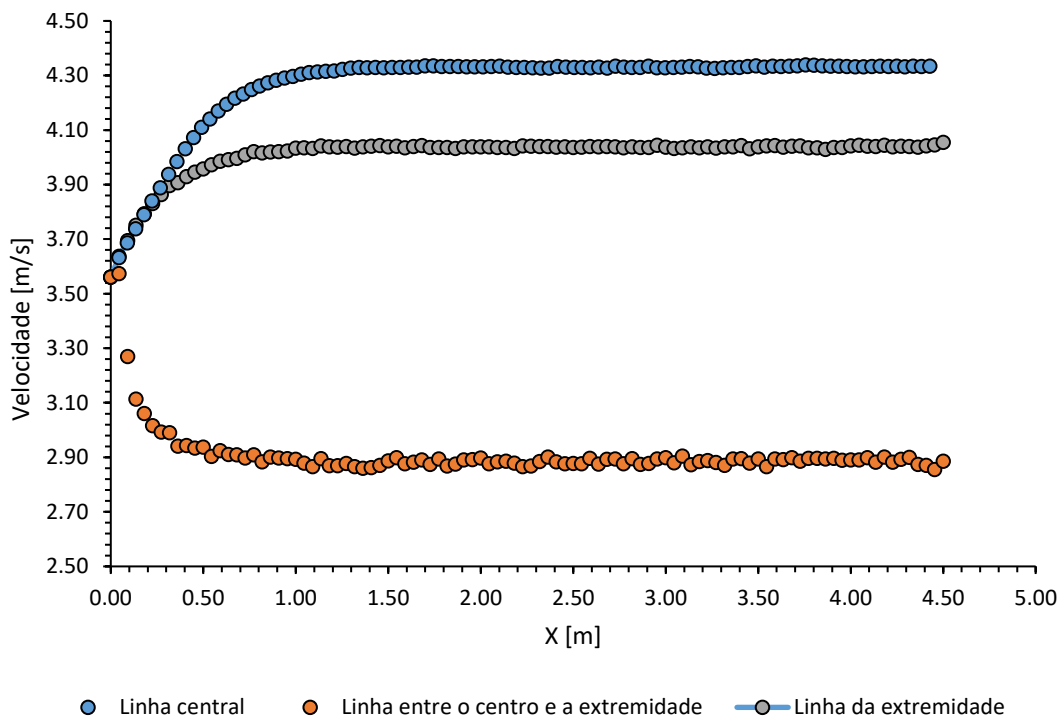
Fonte: Próprio autor.

No pré-processamento da simulação, foram inseridas algumas condições de contorno necessárias para a obtenção dos resultados. Segue abaixo as condições de contorno:

1. Condições de entrada – temperatura igual a 30 °C;
2. Condições de saída – pressão igual à zero;
3. Modelo numérico - k-Epsilon;
4. Condição de parede – temperatura igual a 100 °C;
5. Condição de simetria é uma paridade no comportamento fluidodinâmico entre as partes da geometria implementada – Aplicou-se simetria em ¼ da tubulação.

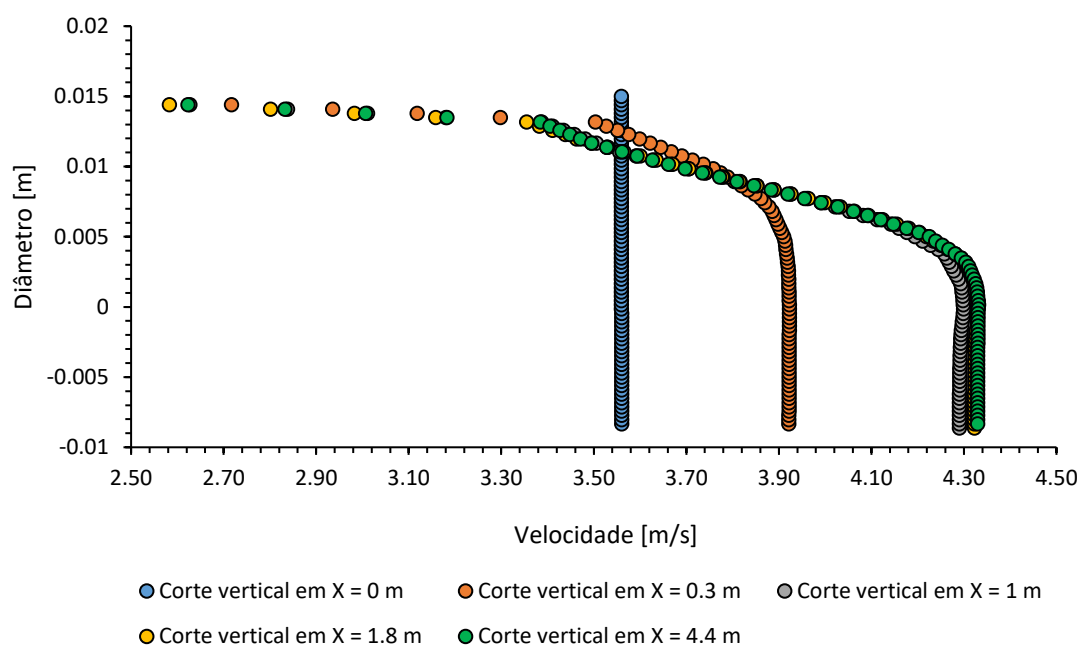
Figura 27: Relação da velocidade do fluido [m/s] vs comprimento do tubo [m].

Fonte: Próprio autor.



De acordo com a Figura 27, comprovou-se que após o valor do comprimento hidrodinâmico, o valor da velocidade pode ser considerado aparentemente constante. Já na Figura 28, para várias linhas que percorrem a tubulação, após $y = 0,003$ m, a velocidade se mantém constante. Então, tanto no sentido vertical como no sentido horizontal, temos valores constantes após um determinado ponto e isso vai de encontro o que é exposto e consolidado pela teoria utilizada.

Figura 28: Diâmetro [m] vs velocidade do fluido [m/s]



Fonte: Próprio autor.

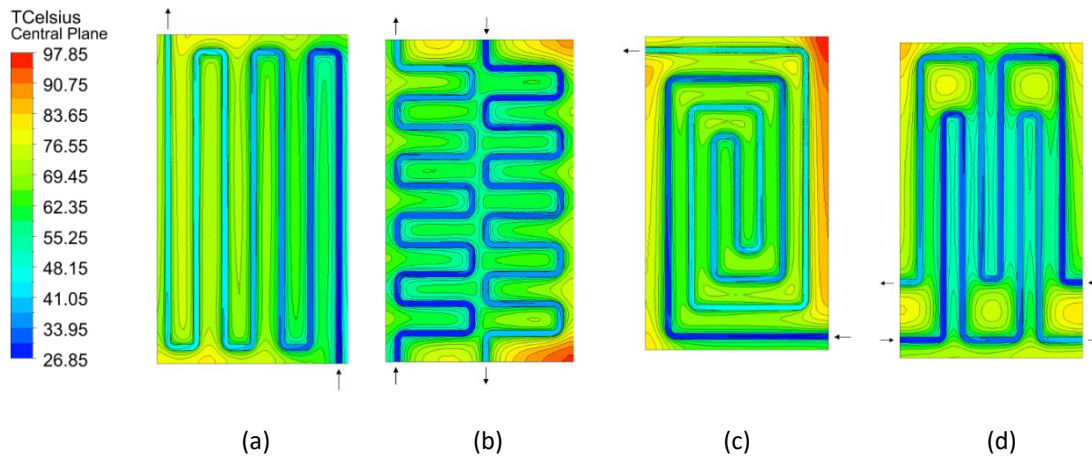
O problema em relação à simulação é que, para realizar a simulação no software Ansys 17.1, é indicado considerar as propriedades dos fluidos constantes em relação a temperatura. Como estamos trabalhando com transferência de calor, as propriedades dos fluidos têm alta sensibilidade à temperatura. No objetivo de encontrar uma maneira que comprove que a simulação com as propriedades dos fluidos constantes está correta, utilizamos o software EES V10.644. Esse software possibilita o cálculo das propriedades de forma iterativa para cada variação de temperatura. Assim, realizamos os cálculos de forma interativa para encontrar o valor da temperatura final da tubulação e comparamos com os resultados encontrados na simulação.

4.3 Simulações de variados circuitos de serpentina

A Figura 29 exibe a distribuição de temperatura em um plano central do *Staves* (entre a face quente e a face fria) para os desenhos estudados (mostrado na Figura 15). Ao fluir através do dispositivo, como esperado, a água é aquecida, influenciando a distribuição de temperatura. A proximidade das entradas das serpentinas tem baixas temperaturas em todos os circuitos estudados. Nos circuitos (b) e (c), ainda de acordo com a Figura 29, picos de temperatura mais significativos são observados em regiões

com menor densidade serpentina e maior proximidade à saída de água, onde a temperatura do fluido não é mais tão baixa quanto na entrada. Nos circuitos (a) e (d) esse efeito é mitigado pela densidade serpentina mais uniforme.

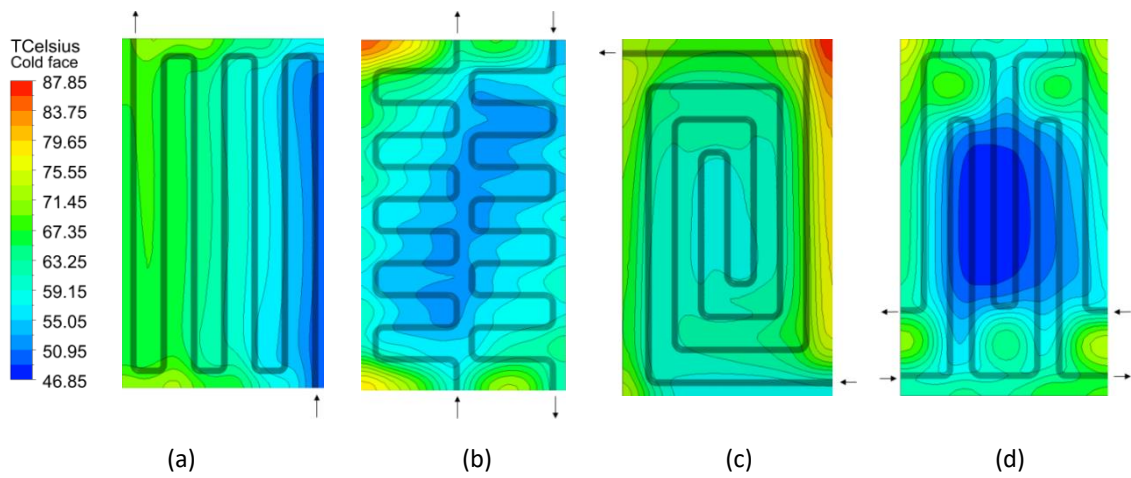
Figura 29: Distribuição da temperatura na parte central do *Stave*.



Fonte: Próprio autor.

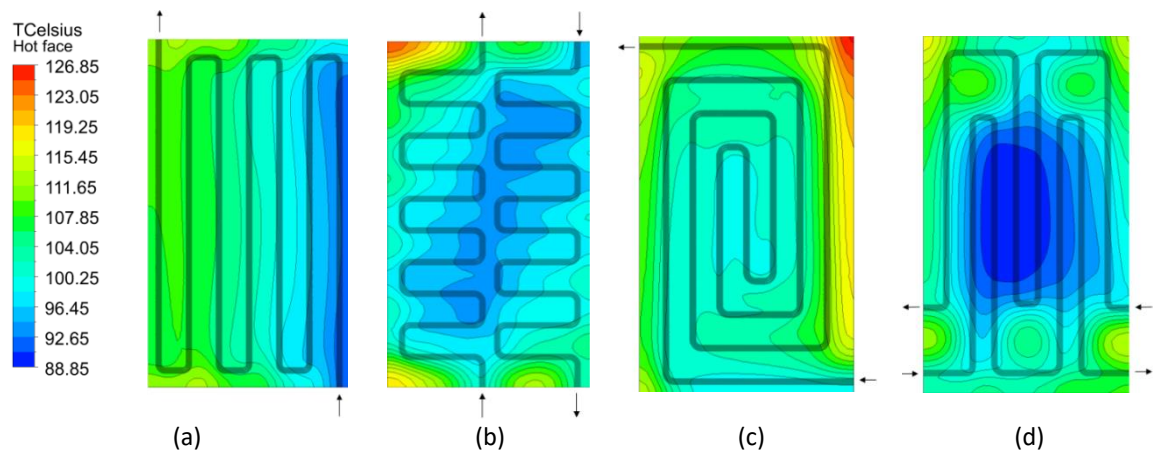
A Figura 30 e a Figura 31 mostram as distribuições de temperatura das faces do *Stave* fria e quente, respectivamente. Nessas figuras, o sombreamento das serpentinhas é exibido para uma melhor compreensão do impacto do circuito na distribuição de temperatura. Nos dois lados, as distribuições de temperatura são qualitativamente semelhantes, mas as temperaturas máxima e mínima são diferentes. No lado quente, as temperaturas variam de 127 °C a 89 °C, enquanto no lado frio, as temperaturas variam de 88 °C a 47 °C. Pode ser visto nas Figura 30 e Figura 31 que nos circuitos (a), (b) e (c), as regiões sólidas de temperatura mais baixa estão localizadas perto da entrada de água, uma vez que o fluido nessa região ainda está próximo da temperatura mínima (27 °C, temperatura de entrada). No circuito (d), no entanto, a alta densidade do tubo no centro da geometria causa temperaturas mais baixas nessa região.

Figura 30: Distribuição da temperatura na parte fria do *Stave*.



Fonte: Próprio autor.

Figura 31: Distribuição de temperatura na parte quente do *Stave*.



Fonte: Próprio autor.

A Tabela 9 mostra as variações de temperatura para cada circuito simulado. Os circuitos (b) e (d) têm duas serpentinhas cada, ambas representadas na Figura 23. Para esses casos, a taxa total de transferência de calor no circuito é a soma das taxas das serpentinhas (1) e (2). Nestes casos, os circuitos (b) e (d) são encontrados os valores mais altos da taxa total de transferência de calor na serpentina e os menores valores da taxa de transferência de calor na face fria. Observando os circuitos (a) e (c), pode-se observar que eles apresentam as maiores variações de temperatura do fluido de resfriamento

entre a entrada serpentina e a saída serpentina (ΔT), uma vez que possuem apenas um circuito de resfriamento, concentrado em toda a taxa de transferência de calor a um caudal mássico mais baixo (comparado com os circuitos (b) e (d)). As taxas de transferência de calor de face quente para todos os circuitos estudados permanecem muito próximas, com uma variação máxima de 1,5%.

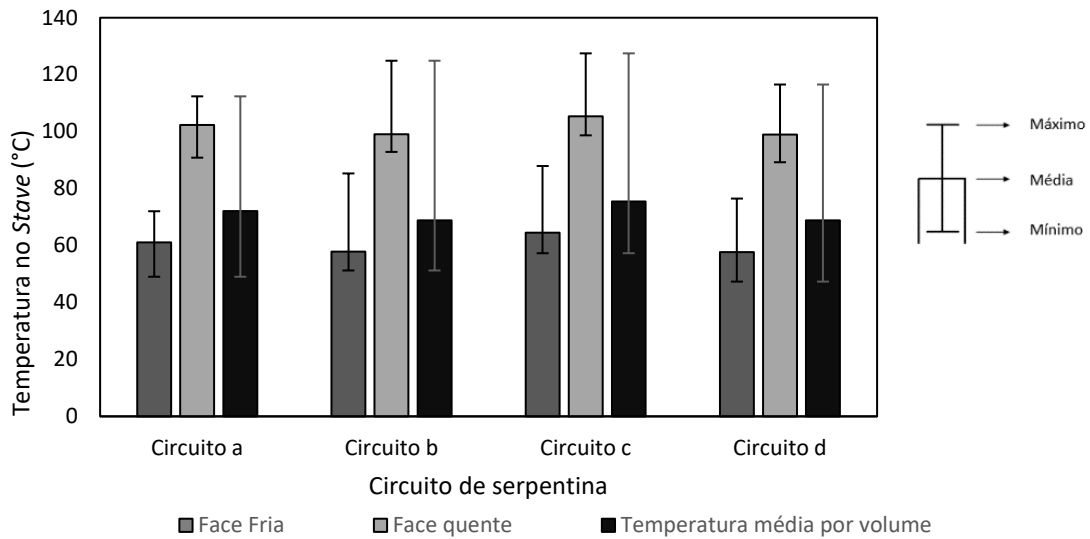
Tabela 9: Transferência de calor e temperatura da água para os diferentes circuitos de serpentina.

Serpentina	ΔT (°C)	Taxa de transferência de calor (kW)	Taxa de transferência de calor na face quente (kW)	Taxa de transferência de calor na face fria (kW)
Circuito a	24,26	251,58	252,17	590
Circuito b	Serpentina 1	12,50	130,14	530
	Serpentina 2	12,06	125,36	
Circuito c	24,36	252,99	253,71	720
Circuito d	Serpentina 1	11,85	123,40	530
	Serpentina 2	12,46	129,46	

Fonte: Próprio autor.

A Figura 32 mostra as temperaturas média, máxima e mínima para a face quente, a fria e o corpo inteiro do *Stave*. Observar-se que, tanto para faces frias quanto para faces quentes, o circuito (2) apresenta as temperaturas médias mais baixas, enquanto o circuito (3) apresenta os valores mais altos. Em ambas as faces dos circuitos (2) e (3), as temperaturas médias estão próximas do mínimo, indicando temperaturas de pico. O circuito (1) e o circuito (4) apresentam variações de temperatura mais baixas em ambos os lados, o que provavelmente causará menores dilatações diferenciais e consequentemente menores tensões mecânicas. Entre esses dois circuitos (1) e (4), o circuito (1) apresenta variações de temperatura menores.

Figura 32: Temperaturas do *Stave*.



Fonte: Próprio autor.

A Tabela 10 mostra os valores de perda de pressão para os circuitos estudados. Como o comprimento total do circuito de resfriamento em cada circuito é constante, as perdas de pressão em cada um dos circuitos (b) e (d) das serpentinas são menores. A potência hidráulica de bombeamento, definida pela equação (5), também é expressa na Tabela 10)

Tabela 10: Potência hidráulica.

Serpentina	ΔP (kPa)	Potência Hidráulica (kW)
Circuito a	48,20	0,126
Circuito b	Serpentina 1	28,94
	Serpentina 2	29,00
Circuito c	47,23	0,124
Circuito d	Serpentina 1	25,52
	Serpentina 2	26,02

Fonte: Próprio autor.

O circuito (b) e o circuito (d) têm a maior potência hidráulica necessária, com o circuito (b) tendo 13% mais energia hidráulica do que o circuito (d). O circuito (a) e o

circuito (c) têm a menor potência hidráulica necessária e, entre eles, a diferença de potência necessária é mínima (1,6%).

4.4 Análise Adimensional

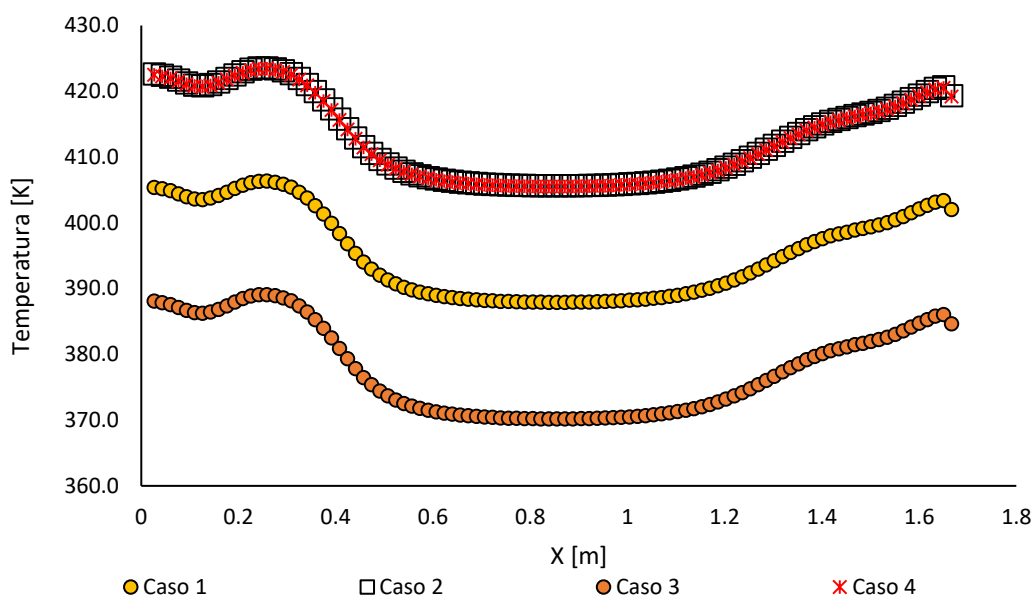
A motivação para desenvolver uma análise adimensional vem da observação em programas auxiliares em sistema de informação. Onde, no desenvolvimento da Teoria Geral de Sistemas (TGS) por Ludwing Von Bertalanfy, implementou-se inúmeros sistemas que auxiliam à tomada de decisão a partir dos dados disponíveis no âmbito estratégico das empresas.

No desenvolvimento de análises fluidodinâmicas computacionais, a variável tempo computacional é de extrema importância, pois é dependente de inúmeros fatores como: recurso computacional; complexidade do problema proposto; capacidade humana e *etc.* No desenvolvimento das simulações para determinação da serpentina mais adequada para um alto-forno, observou-se a possibilidade de encontrar um padrão de comportamento na distribuição da temperatura no *Stave*. Uma temperatura adimensional foi então proposta para determinada, de acordo com o intervalo entre a temperatura máxima da face quente e a temperatura mínima da face fria do *Stave*, o comportamento da temperatura sobre as regiões do artefato. Assim, os valores encontrados na adimensionalização estariam no intervalo das temperaturas das simulações para vários Reynolds distintos. O número de Reynolds foi escolhido como uma variável de interesse devido a influência que esse parâmetro possui em relação a velocidade de escoamento, distribuição de temperatura em um escoamento, entre outros fatores importantes para determinação de um escoamento.

Inicialmente, para observação da distribuição de temperatura de forma adimensionalizada, foi implementado 5 linhas sobre a região da face quente do *Stave*, como demonstrado na página 57 – linhas na cor preta - com o objetivo de extrair os valores da temperatura em relação ao comprimento do artefato. Esse procedimento foi realizado para vários valores de vazão mássica, já que, esse é o único parâmetro da equação do número de Reynolds que sofreu variação nas simulações realizadas.

A Figura 33 apresenta a distribuição de temperatura em uma linha sobreposta ao *Stave* para os casos estabelecidos na Tabela 5. Podemos identificar que o comportamento é bem semelhante para todos os casos estudados. Além disso, a curva do caso 2 tem comportamento igual ao da configuração do caso 4. A forma com a linha é explicitada demonstra que existe apenas pontos máximos e mínimos diferentes entre as curvas, mas a forma como a linha se distribui no gráfico é bastante semelhante.

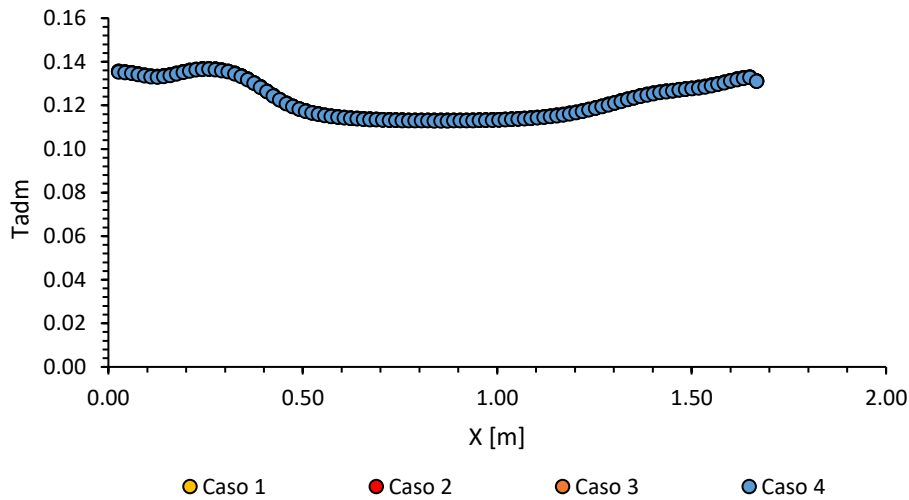
Figura 33: Distribuição de temperatura sobre a linha central que divide o *Stave* horizontalmente.



Fonte: Próprio autor.

Utilizando a Equação 55 – apresentada no capítulo 3.6 deste trabalho – no cálculo das temperaturas adimensional, observou-se que para todas os arranjos simulados, o comportamento gráfico é o mesmo. Em termos de temperatura adimensional a distribuição gráfica é igual para todos os perfis de temperatura simulados. As linhas ficam umas sobrepostas as outras, como se fossem uma. Esse comportamento nos indica a possibilidade de encontrar um padrão de comportamento na distribuição do perfil de temperatura. Assim, auxiliando na tentativa de encontrar soluções em um tempo de simulação muito menor. Outro fator que vale ser destacado é que esse comportamento é válido para todas as linhas sobreposta ao *Stave*.

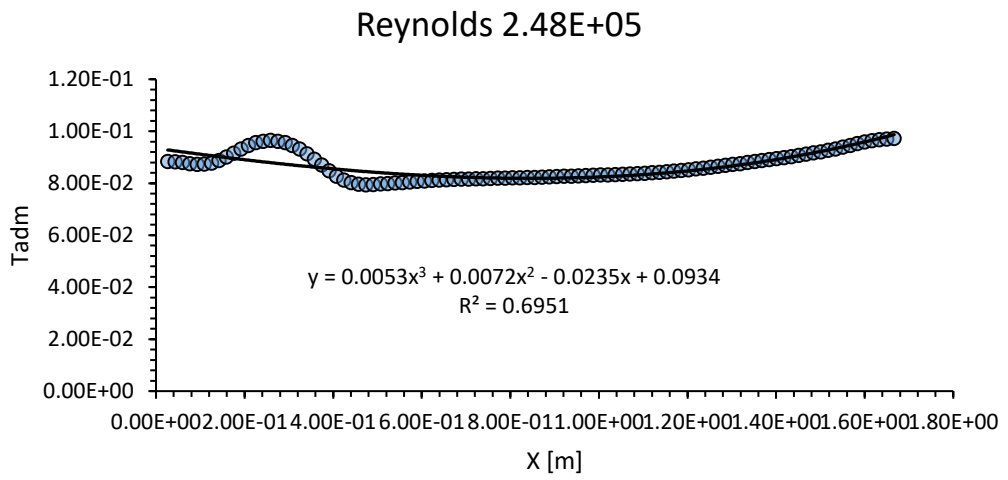
Figura 34: Distribuição de temperatura utilizando a temperatura adimensional.



Fonte: Próprio autor.

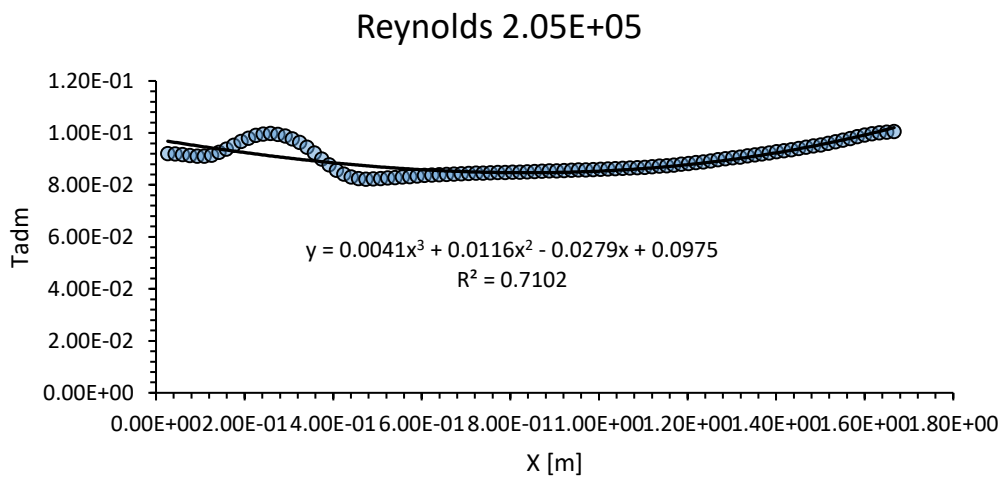
Após a observação que poderia existir um padrão na distribuição de temperatura sobre o *Stave*, buscou-se propor uma correlação entre os parâmetros estudados (Temperatura, vazão mássica) e o perfil de temperatura do *Stave*. Assim, para cada linha horizontal sobreposta a geometria do *Stave* foi desenvolvida uma correlação entre a temperatura adimensional e a distância horizontal do *Stave*. Essas correlações foram alcançadas para 7 valores de Reynolds distintos como foram apresentados na Tabela 7. A seguir é exemplificado os gráficos encontrados da correlação entre a temperatura adimensional e a distância horizontal do *Stave* para a linha horizontal 1 (linha localizada na parte superior da geometria do *Stave*), para todos os gráficos foram obtidos polinômios de terceiro grau, pois eram o que melhor descreviam o comportamento da correlação para um menor grau possível de uma equação polinomial. O resultado para as outras linhas é demonstrado no apêndice A.

Figura 35: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do *Stave* para Reynolds igual a 248000.



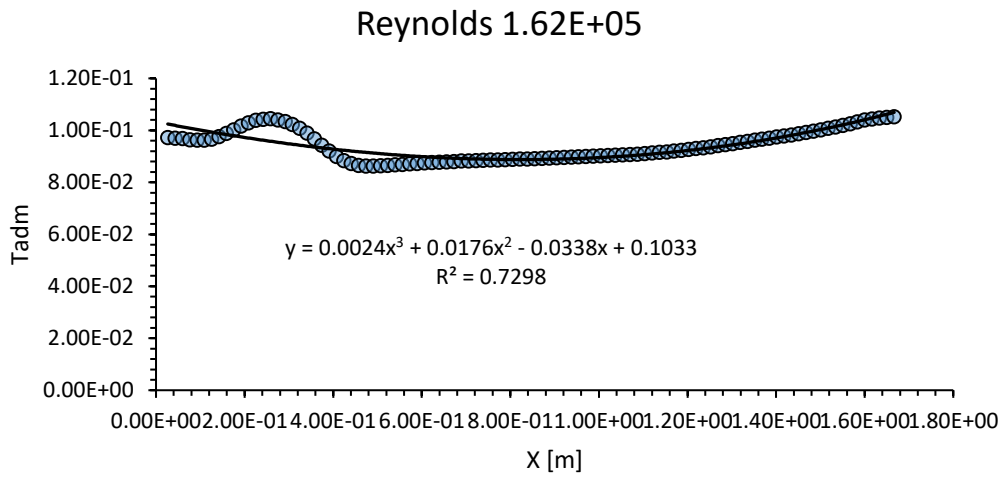
Fonte: Próprio autor.

Figura 36: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do *Stave* para Reynolds igual a 205000.



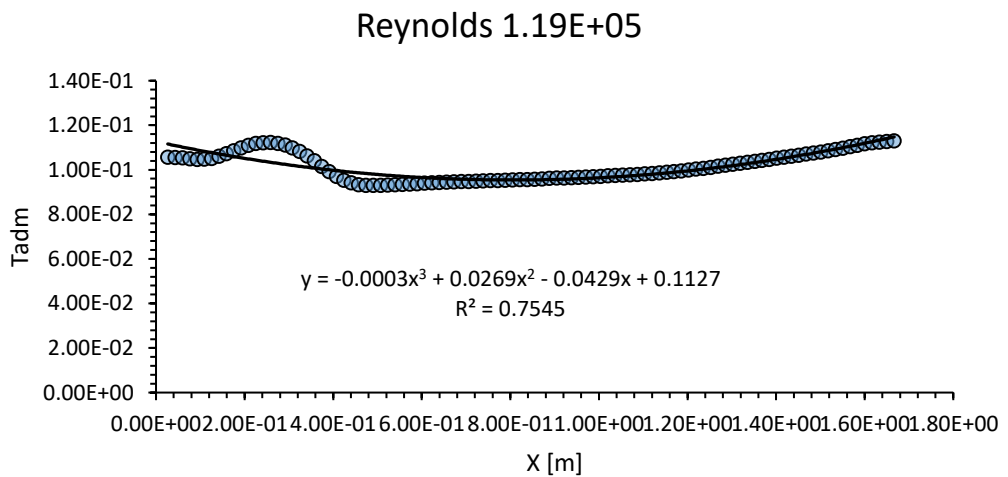
Fonte: Próprio autor.

Figura 37: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do *Stave* para Reynolds igual a 162000.



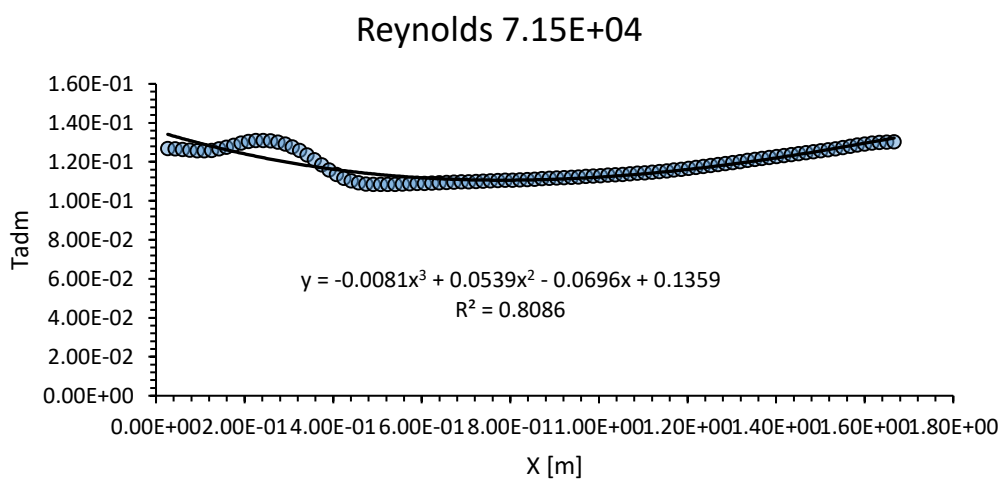
Fonte: Próprio autor.

Figura 38: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do *Stave* para Reynolds igual a 119000.



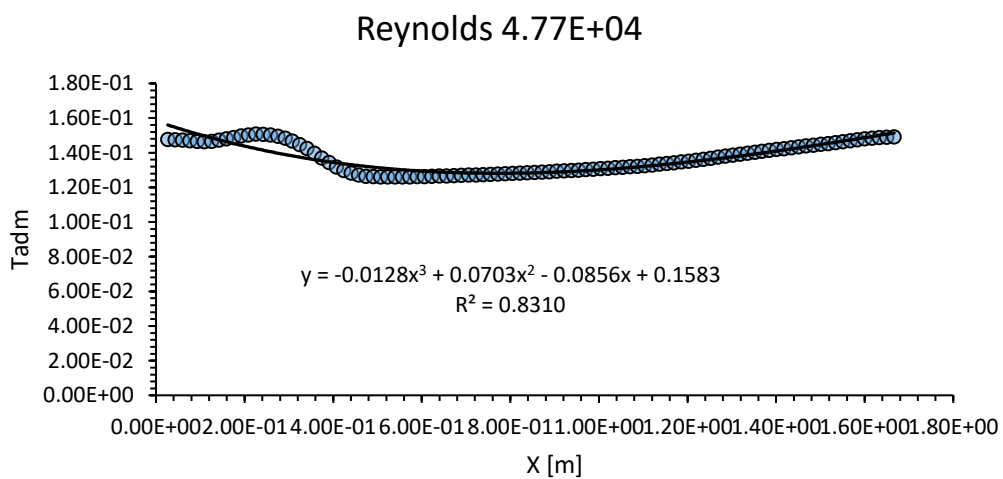
Fonte: Próprio autor.

Figura 39: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do *Stave* para Reynolds igual a 71500.



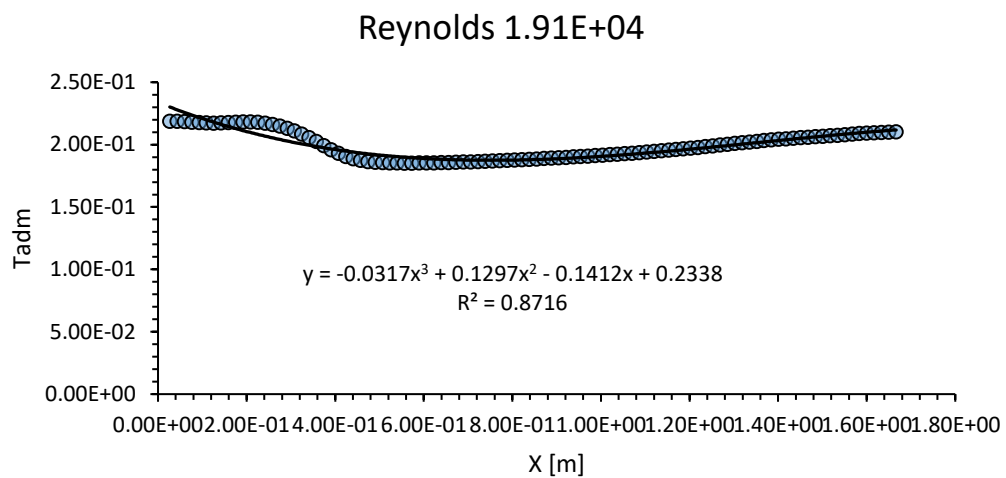
Fonte: Próprio autor.

Figura 40: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do *Stave* para Reynolds igual a 47700.



Fonte: Próprio autor.

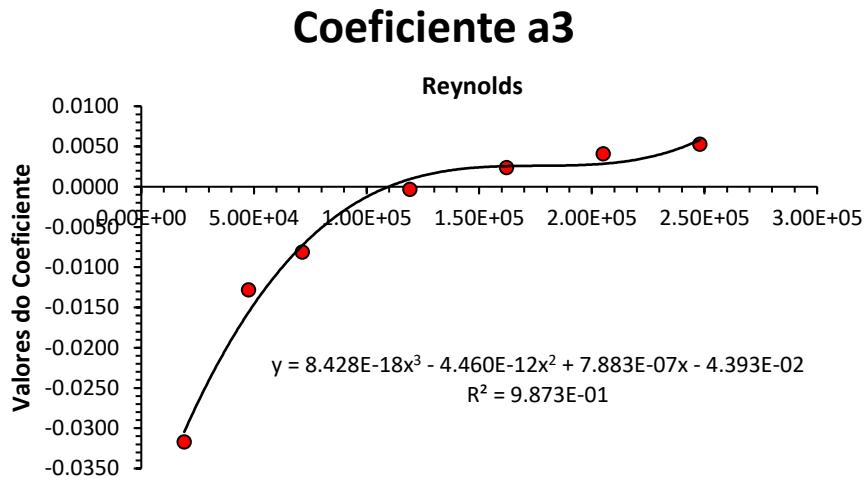
Figura 41: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do *Stave* para Reynolds igual a 19100.



Fonte: Próprio autor.

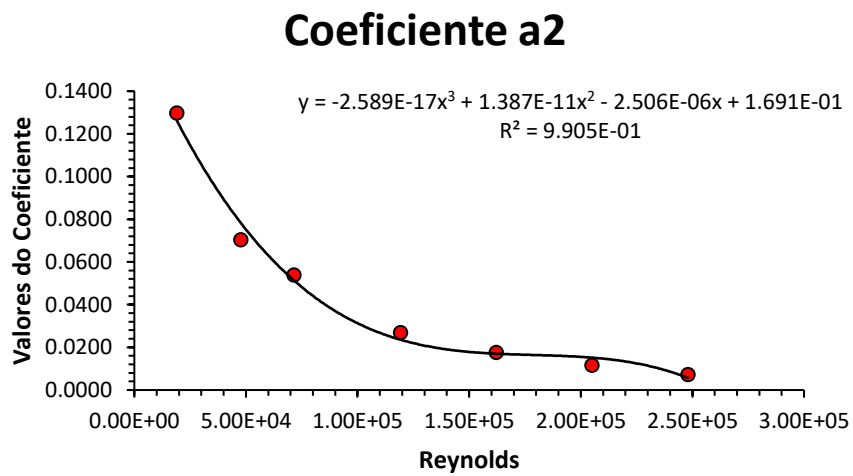
Com os resultados encontrados no passo anterior, há 7 equações polinomiais de terceiro grau. É preciso determinar uma correlação entre o número de Reynolds e os coeficientes polinomiais. Deste modo, será possível determinar o comportamento da distribuição da temperatura, sobre uma determina linha sobreposta ao *Stave*, a partir do número de Reynolds. Abaixo é exemplificado a correlação encontrada para o caso da linha horizontal 1. Os resultados para as outras linhas são demonstrados no apêndice A.

Figura 42: Correlação para o coeficiente a3.



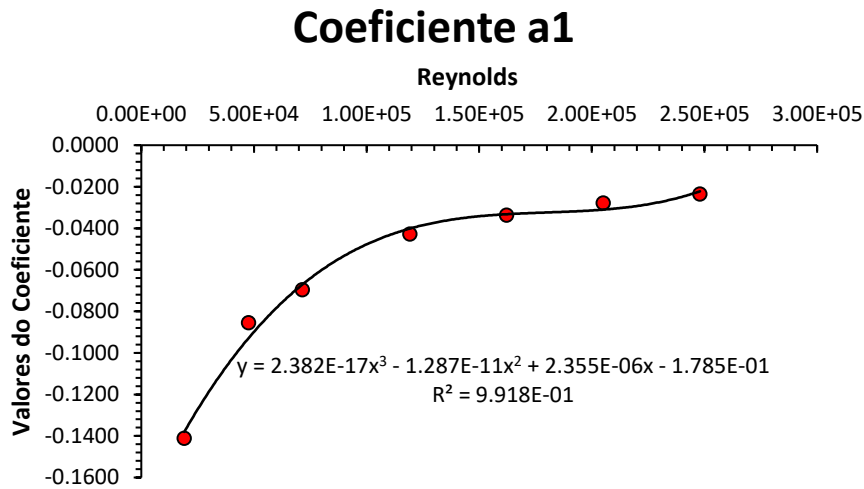
Fonte: Próprio autor.

Figura 43: Correlação para o coeficiente a2.



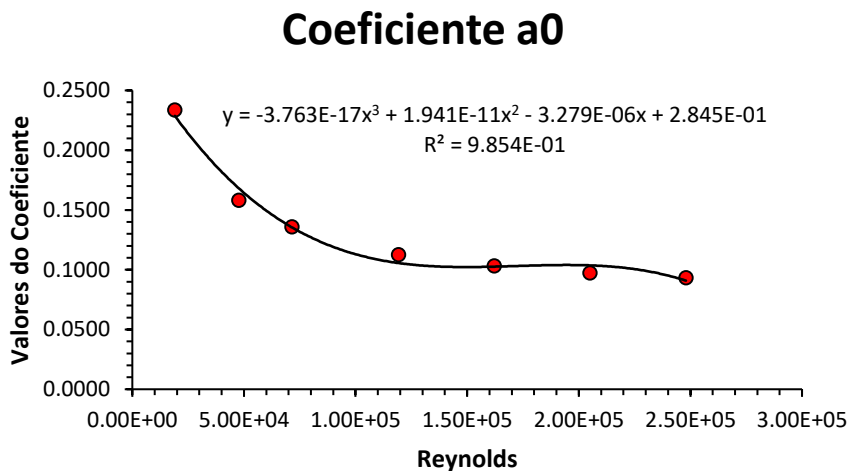
Fonte: Próprio autor.

Figura 44: Correlação para o coeficiente a1.



Fonte: Próprio autor.

Figura 45: Correlação para o coeficiente a0.

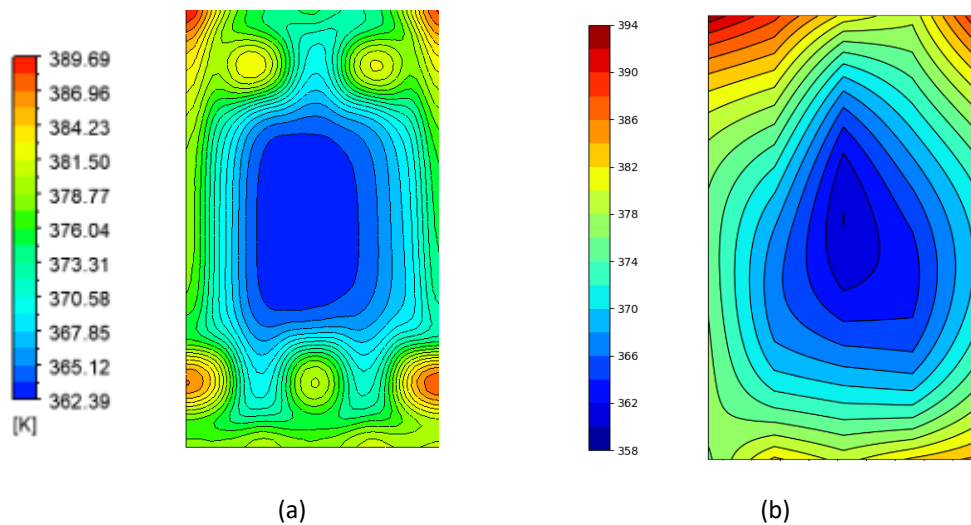


Fonte: Próprio autor.

Em Python 3 foi desenvolvido um programa, código descrito no apêndice B, para determinar a distribuição de temperatura no *Stave* a partir da informação do número de Reynolds. A Figura 46 ilustra a distribuição da temperatura em um *Stave* para uma vazão de 2,5 kg/s de água. O item (a) apresenta pontos de alta temperatura nos extremos superiores e na região um pouco superior dos extremos inferiores do artefato; pontos de baixa temperatura na região central. Já o item (b), análise adimensional

obtida a partir do Python 3, demonstra pontos de alta temperatura nos extremos superiores, só que com mais intensidade ao ilustrado no item (a); não apresenta de forma clara, na parte inferior do objeto, a temperatura elevada visualiza no item (a); temperatura baixa na região central.

Figura 46: Distribuição da temperatura para uma vazão de 2,5 kg/s.



Fonte: Próprio autor.

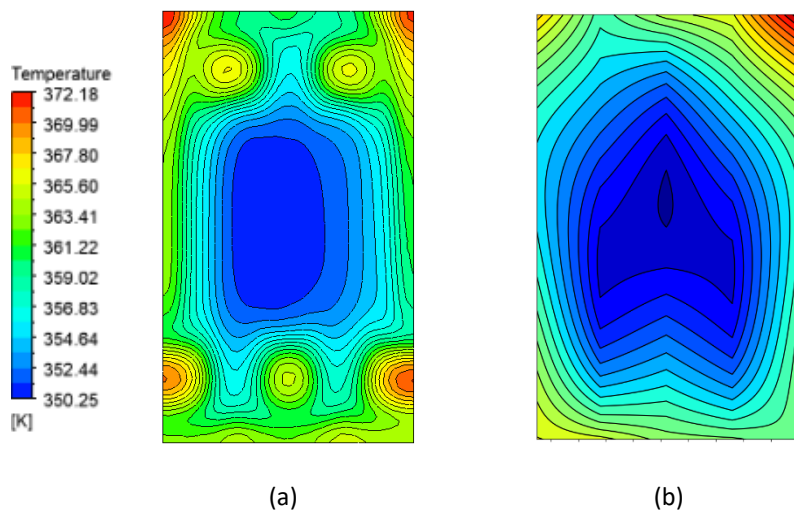
As diferenças apresentadas são esperadas devido a propagação de erros que ocorrem na tentativa de linearizar um procedimento complexo. Pode-se notar este fato na tentativa de encontrar uma linha que obedecesse ao comportamento encontrado nos dados extraídos da simulação em CFD. Entretanto, o comportamento não é muito discrepante. Há muitos pontos semelhantes que podem ser de extrema importância para auxiliar em uma tomada de decisão.

O comportamento semelhante entre as distribuições da temperatura no Ansys e na análise adimensional já era esperado, pois foi simulado para um valor de Reynolds dentro do intervalo de valores extraídos do Ansys. Assim, há a necessidade de avaliar a programação implementada para um valor de Reynolds fora desse intervalo. Para validar o resultado apresentado deve-se utilizar um valor de Reynolds fora do intervalo e comparar a distribuição temperatura obtida pelo Ansys da distribuição, como também da distribuição de temperatura obtida na análise adimensional. O valor de Reynolds e a

vazão mássica utilizadas foram apresentadas na Tabela 7. Os resultados estão ilustrados na Figura 47.

Inicialmente, deve-se destacar os pontos semelhantes entre os itens (a) e (b) da Figura 47. Partindo desse pressuposto, há um ponto convergente na parte superior do lado direito e na região central do *Stave*. Os pontos de discordância estão em dois picos de temperatura na região inferior do *Stave* que a análise adimensional não consegue identificar; ao pico de temperatura na parte superior do lado esquerdo do *Stave* onde existe um aumento de temperatura na análise adimensional, mas não chega a ser um pico de temperatura como encontrado na simulação em CFD.

Figura 47: – Distribuição da temperatura para uma vazão 7 kg/s.



Fonte: Próprio autor.

Uma outra forma de avaliar a performance dos resultados obtidos é observar a discrepância entre os valores da temperatura máxima e da temperatura mínima. A discrepância entre a temperaturas máximas é de 5,86 % e entre as temperaturas mínimas é de 2,21 %. Pode-se concluir que os valores encontrados não estão tão discrepantes, pois, percentualmente, os valores encontrados são aceitáveis, como demonstrado na Tabela 11.

Tabela 11: Comparações das temperaturas máximas e mínimas da simulação no Ansys com a Análise Adimensional no Python

Variável/ Programas	Temperatura Máxima [K]	Temperatura Mínima [K]	Amplitude da Temperatura [K]
Simulação Numérica	372,18	350,25	21,93
Correlação	394,00	358,00	36,00
Discrepância percentual [%]	5,86	2,21	

Fonte: Próprio autor.

O tempo de simulação é um importante fator para uma tomada de decisão em um sistema industrial. As simulações em CFD, com os parâmetros apresentados no trabalho, duram cerca de 11 horas e 24 minutos. Já o tempo de resposta para a análise adimensional necessita cerca de 1 minuto. Portanto, para uma tomada de decisão rápida, a resposta da análise adimensional seria a mais indicada. Só que, caso a física estudada para simulação seja algo novo, não há condições de se utilizar, inicialmente, a análise adimensional, pois a metodologia empregada no trabalho foi baseada em estudos preliminares de simulações utilizando simulações em CFD.

5. CONCLUSÃO E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

5.1 Conclusão

A partir de referência bibliográfica foi possível identificar condições de contorno adequadas a operação industrial de um alto-forno. Diferentes circuitos de resfriamento foram também identificados apesar de serem extraídos de outra aplicação tecnológica, uma vez que com variação de circuitos de *Stave* não foram identificados em literatura.

As equações de Navier – Stokes são equações diferenciais que descrevem o escoamento de fluidos e sua resolução analítica é de difícil solução. Assim, é necessário reescrevê-la em forma algébrica e resolvê-la utilizando algum método de discretização. O método de discretização por Volumes Finitos é bastante utilizado para encontrar soluções para escoamentos turbulentos. No modelo de turbulência utilizado neste trabalho foi o SST $\kappa - \omega$, pois incorpora a solução após a camada limite do modelo de turbulência $k - \epsilon$ e a solução da camada limite proposta pelo modelo de turbulência $\kappa - \omega$ e as simulações utilizando modelo de turbulência SST $\kappa - \omega$ apresentou bons resultados.

A partir das conclusões anteriores, quatro diferentes circuitos de serpentina para alto-forno foram simulados e conclui-se que o circuito com duas serpentinas que não estão disposta paralelamente é o mais adequado para ser implementando. A comparação de desempenho das quatro configurações no *Stave* apresentou os seguintes com os principais resultados:

- O circuito com duas serpentinas disposta paralelamente e o circuito com uma serpentina com entrada e saída pela lateral do *Stave* apresentam picos de temperatura e variações de temperatura maiores, o que pode levar a fragilidades estruturais.
- Os circuitos com serpentinas dupla requerem maior potência de bombeamento do que os modelos de bobina única.
- O circuito com uma serpentina com entrada e saída pela lateral do *Stave* apresenta temperaturas mais uniformes e menores perdas de carga e, a priori, é o melhor projeto. Deve-se considerar, no entanto, que o circuito com duas serpentinas que não estão disposta paralelamente possui duas bobinas, o que

pode torná-lo mais robusto operacionalmente, pois a falha de um dos circuitos de resfriamento é menos prejudicial do que as situações com apenas um circuito.

No estudo de diferentes temperaturas observou-se que o comportamento em termos de temperatura adimensional é igual para todos os casos. Além disso, foram analisados vários números de Reynolds em simulações em CFD e constatou-se que as temperaturas adimensionais no *Stave* demonstraram ser dependentes apenas do número de Reynolds. Ademais, foi realizada um estudo de correlações para posteriormente realizar uma análise adimensional. Foram analisados os resultados a partir da comparação de uma simulação em CFD e uma análise adimensional. Primeiramente, uma comparação para uma vazão mássica de 2,5 kg/s. Verificou-se que existem pontos semelhantes e poucos que necessitam de ajuste para melhor descrever o comportamento da temperatura ao longo do *Stave* nos resultados encontrados. Entretanto, constatou-se que os resultados foram próximos em vários pontos do *Stave*. Posteriormente, foi realizado simulações para um Reynolds fora do intervalo de Reynolds de onde os dados foram extraídos e observou-se que os resultados foram semelhantes e com discrepância abaixo de 10% tanto para temperatura máxima, como também para temperatura mínima.

Por fim, os resultados obtidos comprovam que as variações de circuitos de serpentina podem ser úteis para determinar uma melhor configuração para resfriamento de um determinado sistema. A análise adimensional realizada apresentou soluções um pouco discrepantes a encontrada em simulação CFD, mas com resposta mais rápida e com possibilidade de ser útil em casos que necessite de um tempo de resposta mais célere.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Para futuros avanços sugere-se as seguintes considerações:

- Para tornar os resultados mais robusto, é sugerido um experimento com a serpentina escolhida para ratificar os resultados encontrados na simulação fluidodinâmica e torná-los mais confiáveis.

- Em relação aos resultados encontrados na análise adimensional, sugere-se a análise de mais linhas de distribuição de temperatura, pois isso poderia aproximar ainda mais o comportamento da interpolação de temperaturas adimensionais aos resultados simulados via CFD.
- Outra sugestão é incluir mais variáveis no estudo paramétrico. Desta forma, seria possível propor correlações para situações mais diversas de operação no alto-forno.

6. REFERÊNCIAS

1. ALMERBATI, A.; LORENTE, S.; BEJAN, A.. The evolutionary design of cooling a plate with one stream. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, [s.l.], v. 116, p.9-15, jan. 2018. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.08.122>.
2. AL-NEAMA, Ahmed F. et al. An experimental and numerical investigation of the use of liquid flow in serpentine microchannels for microelectronics cooling. **Applied Thermal Engineering**, [s.l.], v. 116, p.709-723, abr. 2017. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.02.001>.
3. ANSYS, Inc.. **Ansys CFX-Solver Theory Guide**. 14.0 Canonsburg: Ansys, 2011. 418 p.
4. CELIK, Ismail; GHIA, Patrick J. Roache Urmila; FREITAS, Christopher J.. Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. **Journal of Fluids Engineering**, [s.l.], v. 130, n. 7, p.078001-078011, 2008. ASME International.
5. CHEN, Wei-ching; CHENG, Wen-tung. Numerical simulation on forced convective heat transfer of titanium dioxide/water nanofluid in the cooling stove of blast furnace. **International Communications In Heat And Mass Transfer**, [s.l.], v. 71, p.208-215, fev. 2016. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2015.12.020>.
6. CHOI, Jongmin; KIM, Yoon-ho; LEE, Yongtaek; LEE, Kyu-jung; KIM, Yongchan. Numerical analysis on the performance of cooling plates in a PEFC. **Journal Of Mechanical Science And Technology**, [s.l.], v. 22, n. 7, p. 1417-1425, jul. 2008. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1007/s12206-008-0409-6>.
7. ÇENGEL, Yunus A.; CIMBALA, John M.. **Mecânica dos fluidos: Fundamentos e aplicações**. 3. ed. Porto Alegre: Amgh, 2015. 1019 p.
8. FERZIGER, Joel H.; PERIC Milovan. **Computational Methods for Fluid Dynamics**. 3. ed. New York: Springer, 2002.
9. GILAT, Amos; SUBRAMANIAM, Vish. **Métodos Numéricos para Engenheiros e Cientistas: uma introdução com aplicações usando o matlab**. Porto Alegre: Bookman, 2008. 480 p.
10. INCROPERA, Frank P.; DEWITT, David P.; BERGMAM, Theodore L.; LAVINE, Adrienne S.. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**. Rio de Janeiro: Ltc, 2014
11. IMRAN, Ahmed Abdulnabi; MAHMOUD, Nabeel Sameer; JAFFAL, Hayder Mohammad. Numerical and experimental investigation of heat transfer in liquid cooling serpentine mini-channel heat sink with different new configuration models. **Thermal Science And Engineering Progress**, [s.l.], v. 6, p.128-139, jun. 2018. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tsep.2018.03.011>.

12. KME. **Copper Staves for blast furnace.** 2016. Disponível em: https://www.kme.com/fileadmin/DOWNLOADCENTER/SPECIAL%20DIVISION/1%20Melting%20%26%20Casting/3%20Products/7%20Cooling%20Elements/Copper_Staves_For_Blast_Furnaces_2016.pdf. Acesso em: 03 jun. 2020.
13. KUMAR, Anil; BANSAL, Shiv Nandan; CHANDRAKER, Rituraj. Computational Modeling of Blast Furnace Cooling Stave Based on Heat Transfer Analysis. **Materials Physics And Mechanics**, St. Petersburg, v. 15, n. 1, p.46-65, 20 out. 2012.
14. KUNDU, Pijush K.; COHEN, Ira M.. **Fluid Mechanics.** 2. ed. San Diego: Academic Press, 2002. 730 p.
15. LIJUN, Wu et al. The study of cooling channel optimization in blast furnace cast steel stave based on heat transfer analysis. **The International Journal Of Advanced Manufacturing Technology**, [s.l.], v. 29, n. 1-2, p.64-69, 5 abr. 2006. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1007/s00170-004-2405-z>.
16. MENTER, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," **AIAA Journal**, Vol. 32, No. 8, August 1994, pp. 1598-1605.
17. MOHANTY, T.r.; SAHOO, S.k.; MOHARANA, M.k.. Computational Modeling of Blast Furnace Stave Cooler Based on Steady State Heat Transfer Analysis. **Procedia Engineering**, [s.l.], v. 127, p.940-946, 2015. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2015.11.440>.
18. MOHANTY, T R; SAHOO, S K; MOHARANA, M K. Study on blast furnace cooling stave for various refractory linings based on numerical modeling. **Iop Conference Series: Materials Science and Engineering**, [s.l.], v. 115, p.012-039, fev. 2016. IOP Publishing. <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899x/115/1/012039>.
19. NING, Xiao-jun; CHENG, Shu-sen; XIE, Ning-qiang. Analysis of temperature, stress, and displacement distributions of staves for a blast furnace. **International Journal Of Minerals, Metallurgy And Materials**, [s.l.], v. 16, n. 5, p.512-516, out. 2009. Springer Science and Business Media LLC. [http://dx.doi.org/10.1016/s1674-4799\(09\)60089-3](http://dx.doi.org/10.1016/s1674-4799(09)60089-3).
20. ÖZİŞİK, M. Necati. **Transferência de Calor - Um Texto Básico.** Rio de Janeiro: Guanabara, 1990. 661 p.
21. Patankar, S.V; Spalding, D.B. A calculation procedure for heat mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows. **Int. J. Heat Mass Transfer.** V. 15, 1972. p. 1787.
22. PATANKAR, Suhas V.. **Numerical Heat Transfer AND FLUID FLOW.** New York: Hemisphere, 1980. 197 p.
23. REYNOLDS, Osborne. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and the law of resistance in parallel channels. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, 1893.

24. REYNOLDS, Osborne. IV. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. **Philosophical Transactions Of The Royal Society Of London. (A.)**, [S.L.], v. 186, p. 123-164, 31 dez. 1895. The Royal Society. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.1895.0004>.
25. RHIE, C. M.; CHOW, W. L.. Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation. **Aiaa Journal**, Reston, v. 21, n. 11, p. 1525-1532, nov. 1983.
26. Salim, S. M. & Cheah, S.C.. Wall y+ strategy for dealing with wall-bounded turbulent flows. **Int. MultiConf. Eng. Comput. Sci. (IMECS)**. v. 2., p. 1-6, 2009.
27. SECRETARIA DE GEOLOGIA, MINERAÇÃO E TRANSFORMAÇÃO MINERAL, 2, 2017, Brasília. Anuário Estatísticos do Setor Metalúrgico. Brasília: Ministério de Minas e Energia, 2017. 96 p.
28. SINDIFER, 2017, Minas Gerais. **Anuário Estatístico 2017**. Minas Gerais: Sindifer, 2018. 25 p.
29. SHEN, Ruiqing; JIAO, Zeren; PARKER, Trent; SUN, Yue; WANG, Qingsheng. Recent application of Computational Fluid Dynamics (CFD) in process safety and loss prevention: a review. **Journal Of Loss Prevention In The Process Industries**, [S.L.], v. 67, p. 104-252, set. 2020. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jlp.2020.104252>
30. SONI, Manmohan; VERMA, Sankalp. Thermal Analysis of Blast Furnace Cooling Stave Using CFD. **International Journal Of Inventive Engineering And Sciences**, Bophal, v. 2, n. 5, p.10-16, abr. 2014.
31. SOUZA, José Francisco Almeida de; OLIVEIRA, Leopoldo Rota de; AZEVEDO, José Luiz Lima de; SOARES, Ivan Dias; MATA, Maurício Magalhães. Uma revisão sobre a turbulência e sua modelagem. **Revista Brasileira de Geofísica**, [s.l.], v. 29, n. 1, p. 21-41, mar. 2011. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0102-261x2011000100002>.
32. TECHNOLOGIES, Primetals. **Blast Furnace Cooling Stave Desing**. 2016. Disponível em: <http://m-n.marketing/downloads/conferences/ecic2016/presentations/Mittwoch%20Room%20A/Smith,%20Primetals.pdf>. Acesso em: 03 jun. 2020.
33. TEC-SCIENCE. **Ironworks**. 2018. Disponível em: <https://www.tec-science.com/material-science/steel-making/iron-works/>. Acesso em: 26 mar. 2020.
34. TU, Jiyuan; YEOH, Guan-Heng; LIU, Chaoqun. **Computational Fluid Dynamics A Practical Approach**. 2. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013. 440 p
35. VAN NESS, H. C.; SMITH, J. M.; ABBOTT, M. M.. **Introdução à Termodinâmica da Engenharia Química**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2007. 644 p.

36. VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W.. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics**. 2. ed. London: Pearson Education Limited, 2007. 503 p.
37. YEH, Cheng-peng; HO, Chung-ken; YANG, Ruey-jen. Conjugate heat transfer analysis of copper staves and sensor bars in a blast furnace for various refractory lining thickness. **International Communications In Heat And Mass Transfer**, [s.l.], v. 39, n. 1, p.58-65, jan. 2012. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2011.09.012>.
38. YU, Seung Ho et al. Numerical study to examine the performance of multi-pass serpentine flow-fields for cooling plates in polymer electrolyte membrane fuel cells. **Journal Of Power Sources**, [s.l.], v. 194, n. 2, p.697-703, dez. 2009. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jpowsour.2009.06.025>.
39. WHITE, Frank M.. **Mecânica dos Fluidos**. 6. ed. Porto Alegre: Amgh, 2011. 880 p.
40. WU, Lijun; XU, Xun; ZHOU, Weiguo; SU, Yunlong; LI, Xiaojing. Heat transfer analysis of blast furnace stave. *International Journal Of Heat And Mass Transfer*, [s.l.], v. 51, n. 11-12, p.2824-2833, jun. 2008. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.09.030>.
41. WU, Lijun et al. Study on intelligent monitoring methodology based on the mathematical model of heat transfer for blast furnace stave. **Applied Mathematical Modelling**, [s.l.], v. 34, n. 8, p.2129-2135, ago. 2010. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2009.10.024>.
42. XU, Xun; WU, Lijun; LU, Zu'an. Performance optimization criterion of blast furnace stave. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, [s.l.], v. 105, p.102-108, fev. 2017. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.09.056>.
43. ZHANG, Heng et al. Experimental and numerical investigations of interface characteristics of copper/steel composite prepared by explosive welding. **Materials & Design**, [s.l.], v. 154, p.140-152, set. 2018. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2018.05.027>.
44. ZHANG, Heng et al. A new method for evaluating cooling capacity of blast furnace cooling stave. **Ironmaking & Steelmaking**, [s.l.], v. 46, n. 7, p.671-681, 7 abr. 2018. Informa UK Limited. <http://dx.doi.org/10.1080/03019233.2018.1454388>.
45. WILCOX, David C.. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *Aiaa Journal*, [s.l.], v. 26, n. 11, p. 1299-1310, nov. 1988. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). <http://dx.doi.org/10.2514/3.10041>.

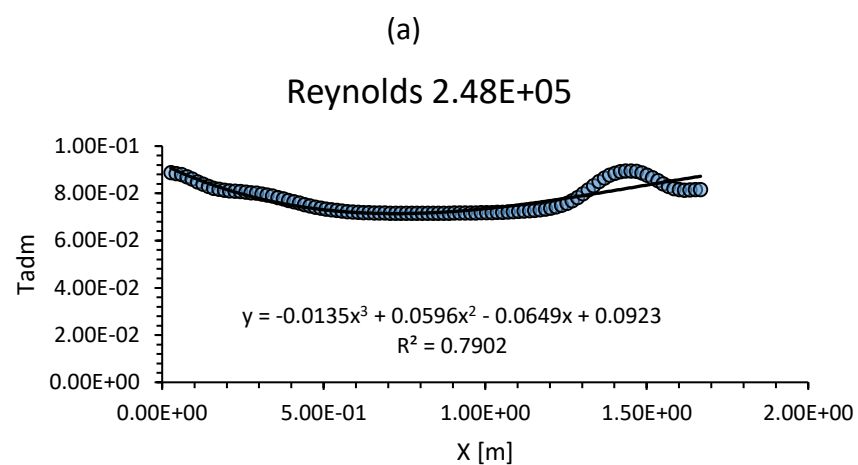
PRODUÇÃO TÉCNICA E CIENTÍFICA

1. REIS, P. R. S.; TOFANELI, L. A. ; SANTOS, A. A. B. ; OLIVEIRA, T. D. . COMPUTATIONAL SIMULATION ON THE PERFORMANCE IN THE COOLING STAVE DESIGN OF BLAST FURNACE. In: 25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering - COBEM 2019, 2019, Uberlândia. **25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering. Rio de Janeiro: ABCM, 2019. v. 1. p. 1-7.**

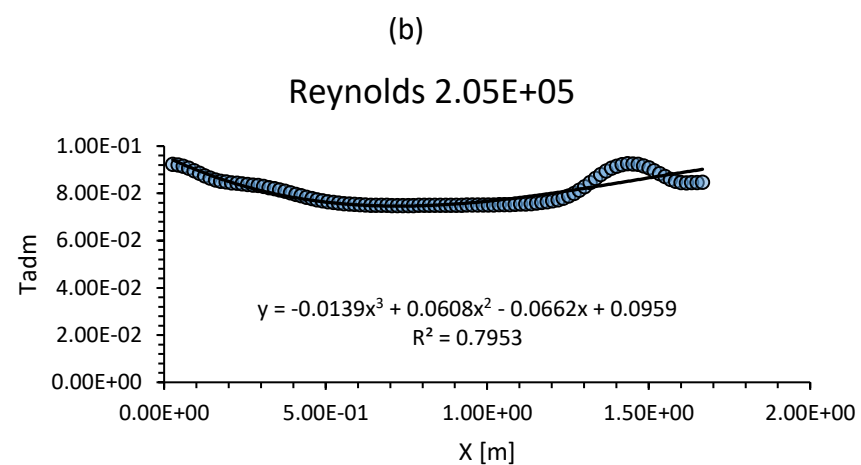
APÊNDICE A

- Linha Horizontal 2

Figura A1: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do Stave para 7 Reynolds distintos para linha horizontal 2.



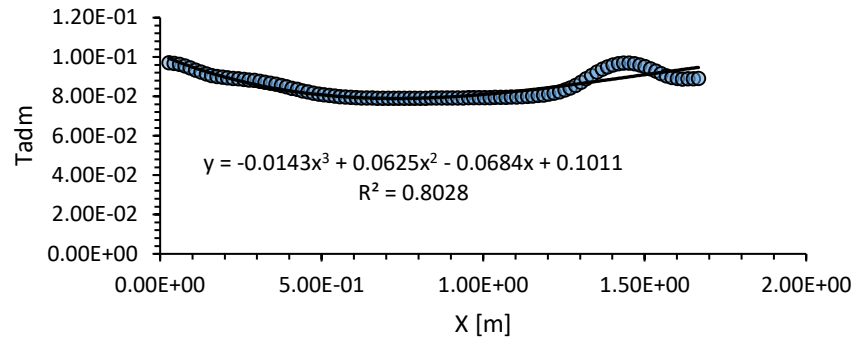
Fonte: Próprio autor.



Fonte: Próprio autor.

(c)

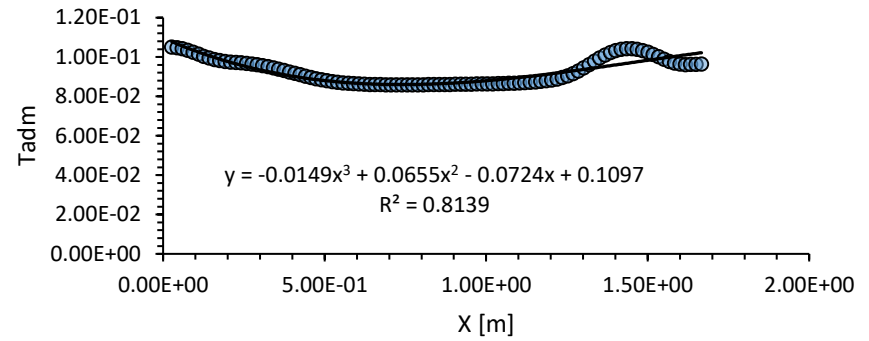
Reynolds 1.62E+05



Fonte: Próprio autor.

(d)

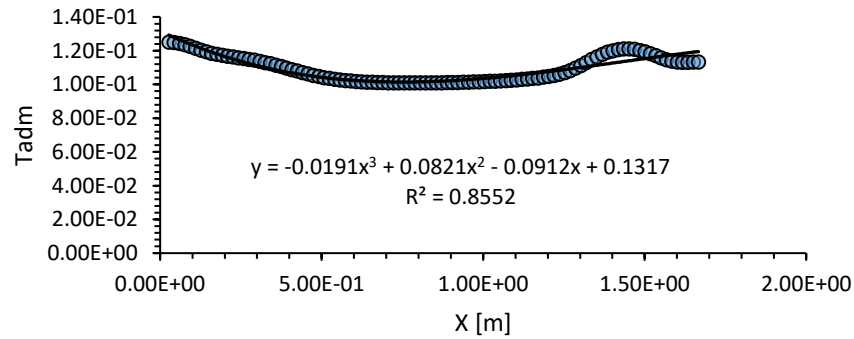
Reynolds 1.19E+05



Fonte: Próprio autor.

(e)

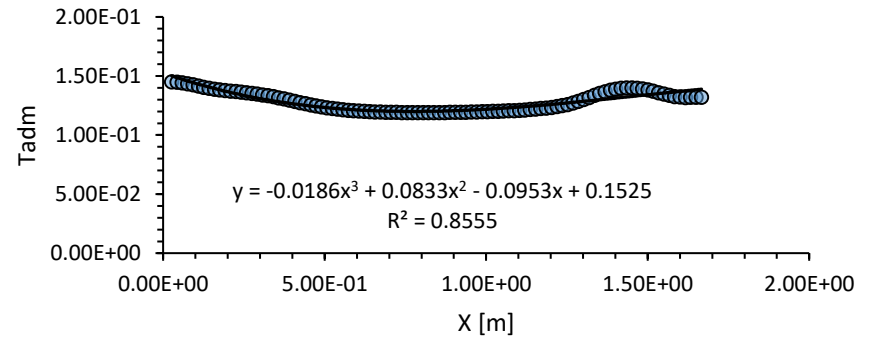
Reynolds 7.15E+04



Fonte: Próprio autor.

(f)

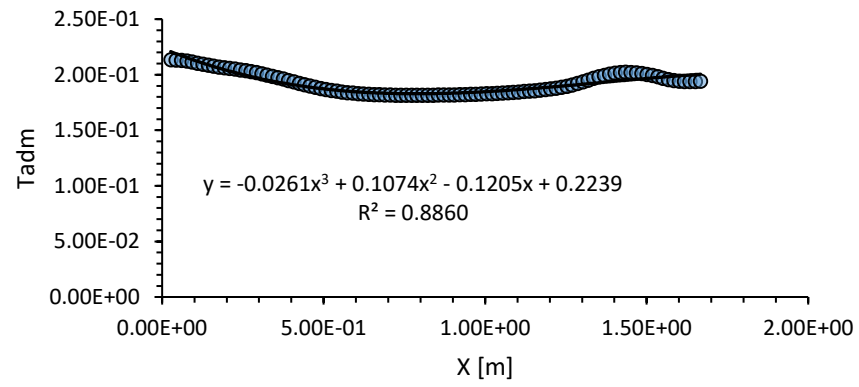
Reynolds 4.77E+04



Fonte: Próprio autor.

(g)

Reynolds 1.91E+04



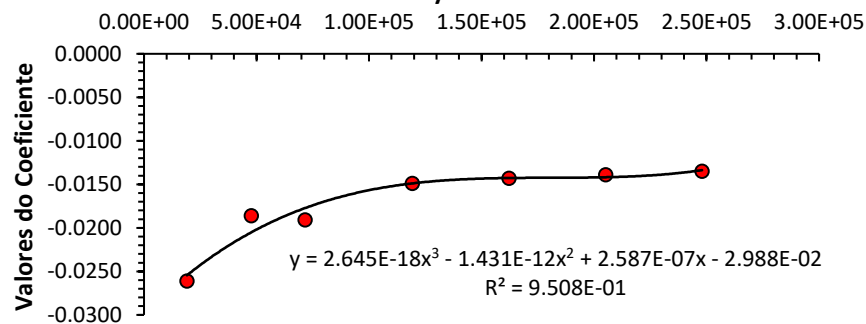
Fonte: Próprio autor.

Figura A2: Correlação para os coeficientes da equação polinomial para linha horizontal 2.

(a)

Coeficiente a3

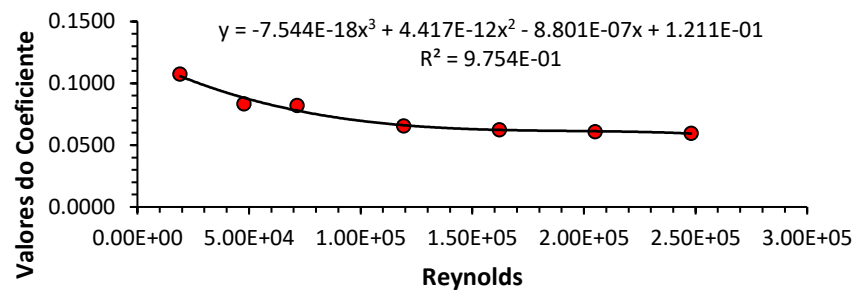
Reynolds



Fonte: Próprio autor.

(b)

Coeficiente a2

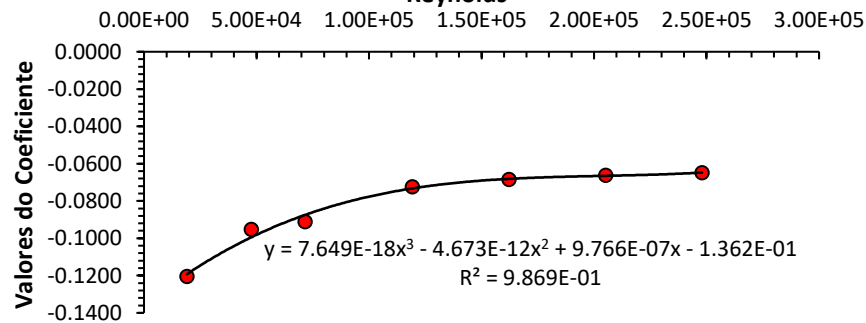


Fonte: Próprio autor.

(c)

Coeficiente a1

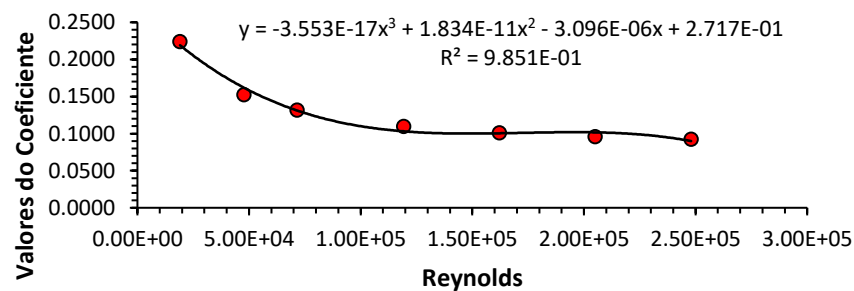
Reynolds



Fonte: Próprio autor.

(d)

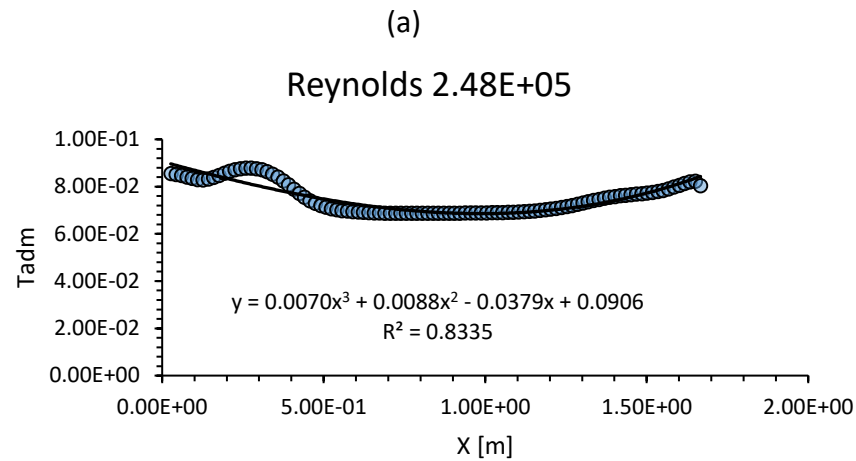
Coeficiente a0



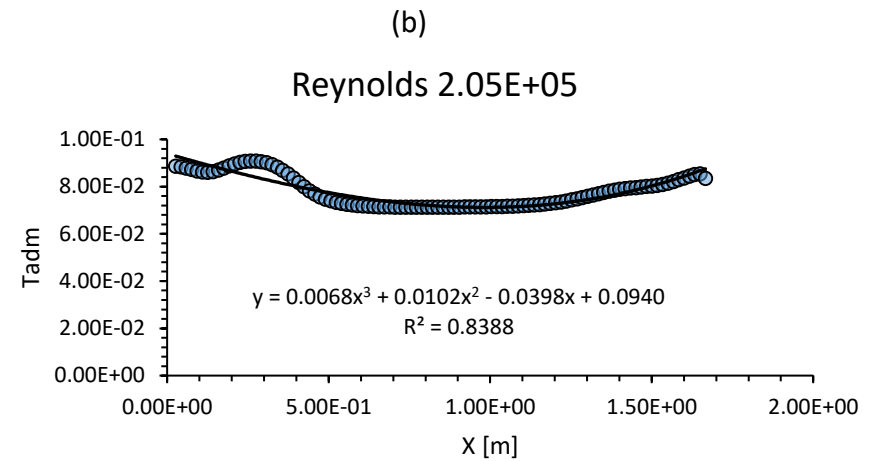
Fonte: Próprio autor.

- Linha Horizontal 3

Figura A3: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do Stave para 7 Reynolds distintos para linha horizontal 3.



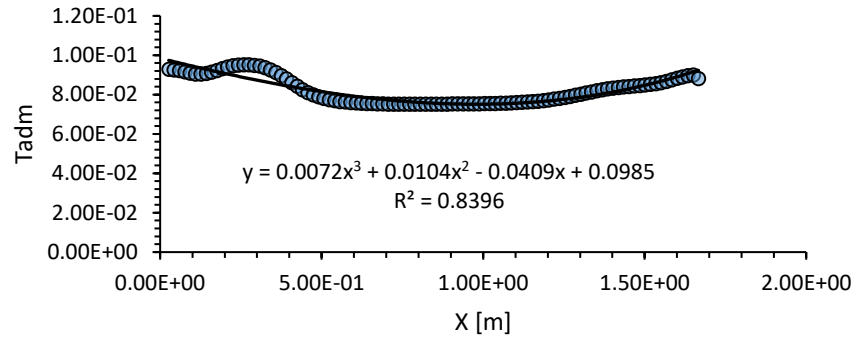
Fonte: Próprio autor.



Fonte: Próprio autor.

(c)

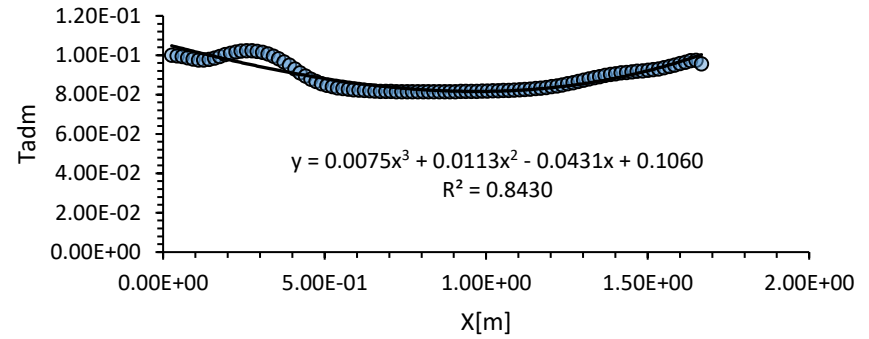
Reynolds 1.62E+05



Fonte: Próprio autor.

(d)

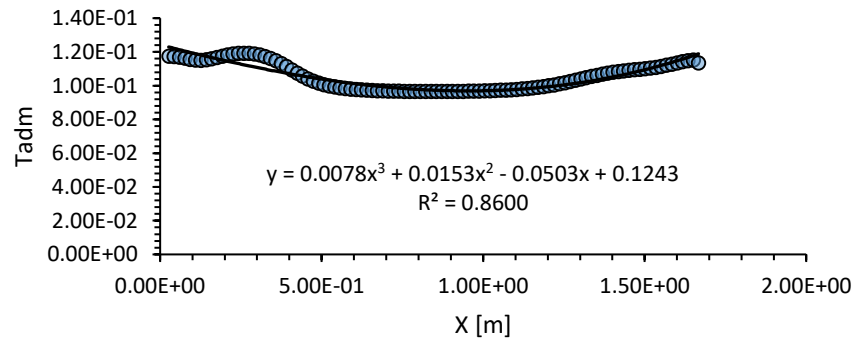
Reynolds 1.19E+05



Fonte: Próprio autor.

(e)

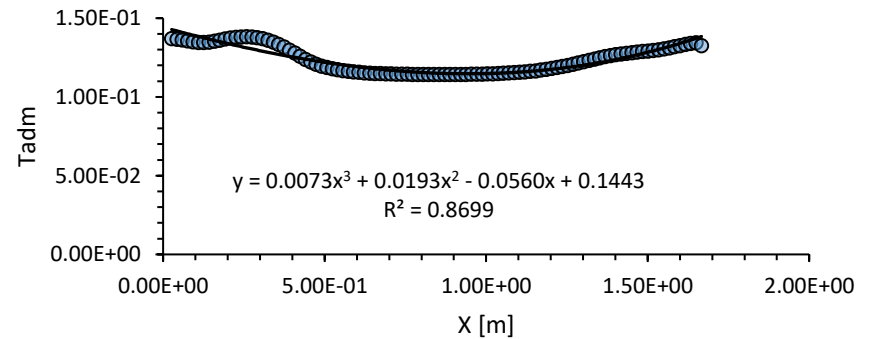
Reynolds 7.15E+04



Fonte: Próprio autor.

(f)

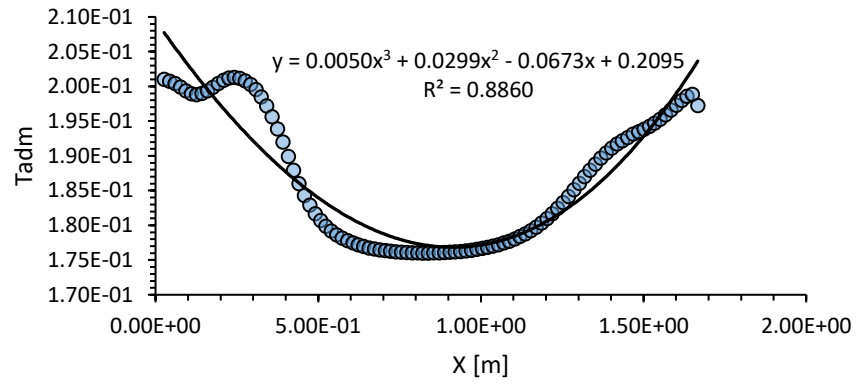
Reynolds 4.77E+04



Fonte: Próprio autor.

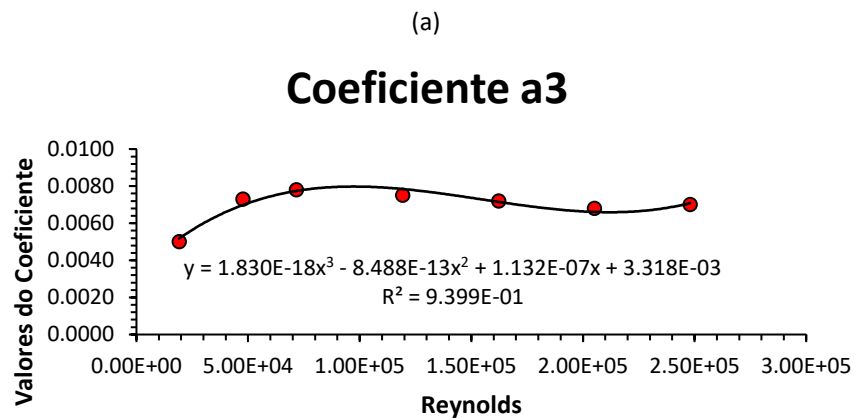
(g)

Reynolds 1.91E+04

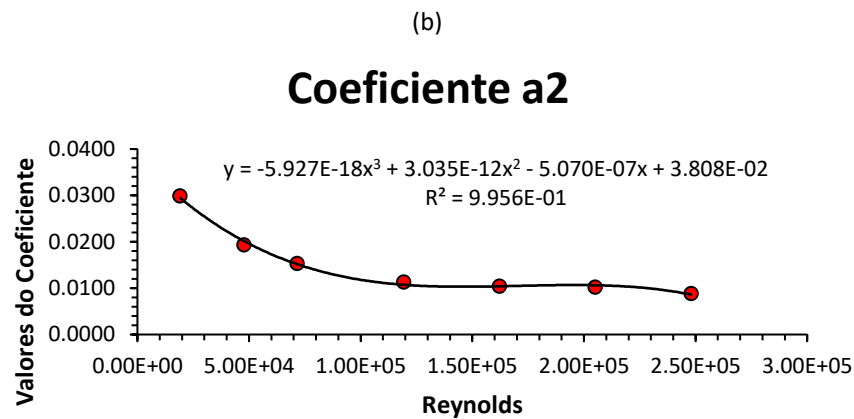


Fonte: Próprio autor.

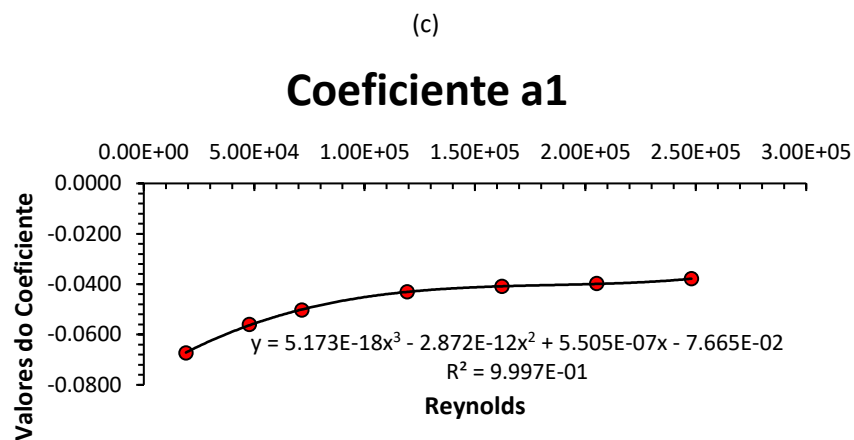
Figura A4: Correlação para os coeficientes da equação polinomial para linha horizontal 3.



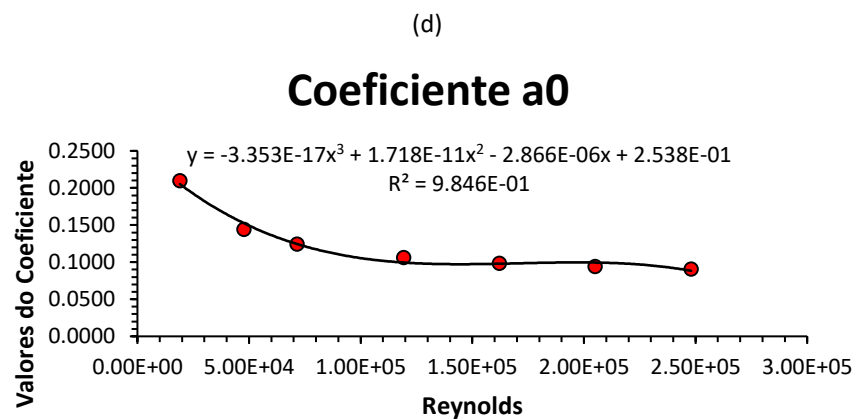
Fonte: Próprio autor.



Fonte: Próprio autor.



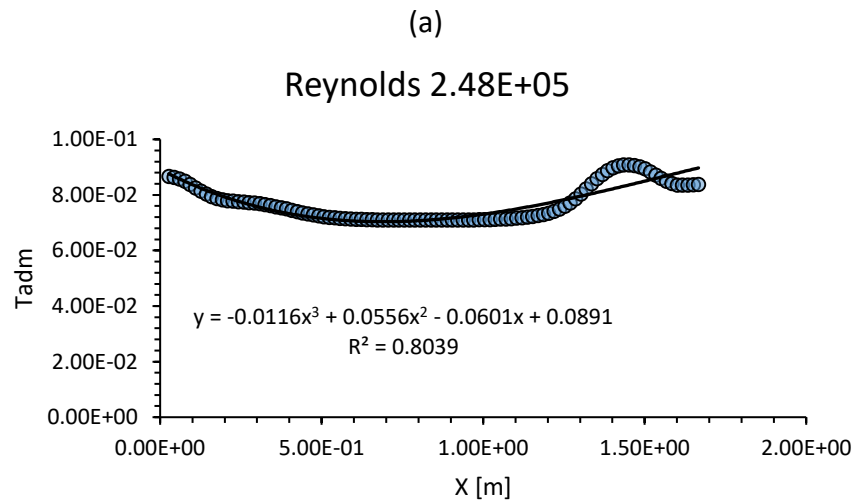
Fonte: Próprio autor.



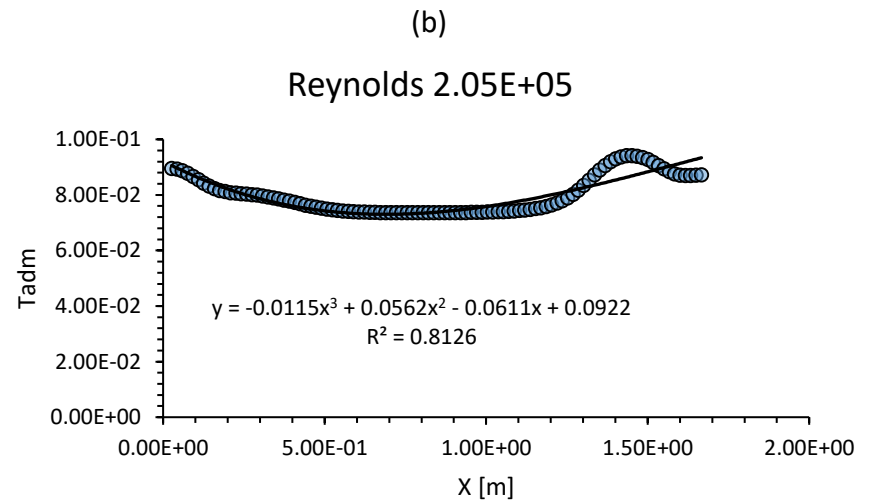
Fonte: Próprio autor.

- Linha Horizontal 4

Figura A5: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do Stave para 7 Reynolds distintos para linha horizontal 4.



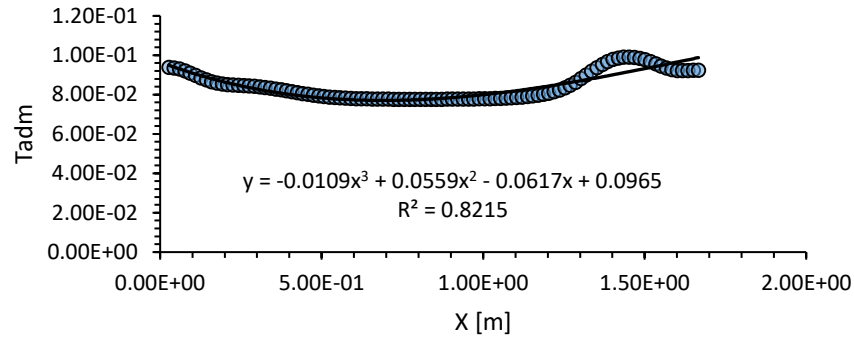
Fonte: Próprio autor.



Fonte: Próprio autor.

(c)

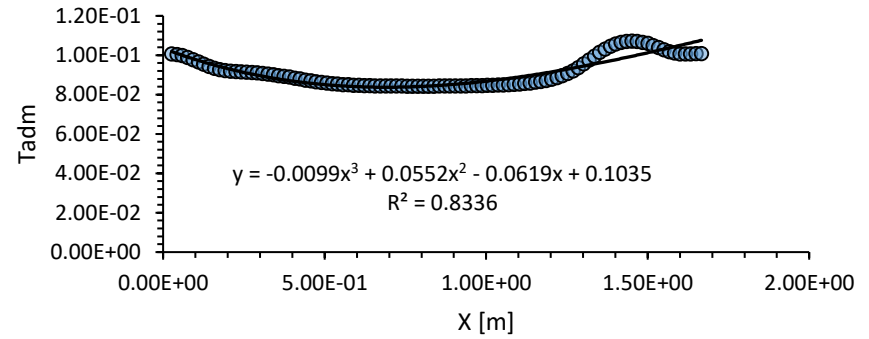
Reynolds 1.62E+05



Fonte: Próprio autor.

(d)

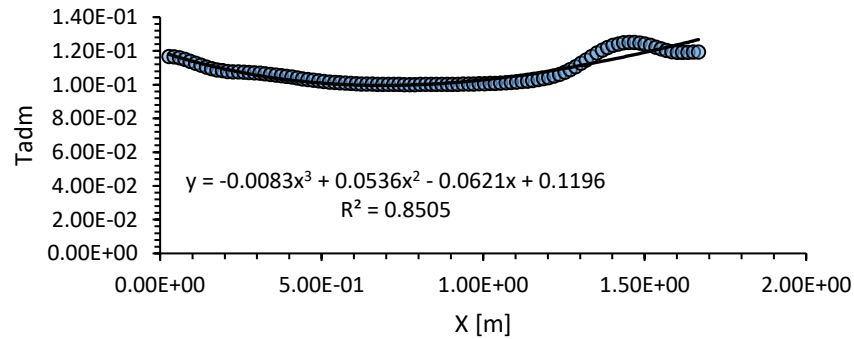
Reynolds 1.19E+05



Fonte: Próprio autor.

(e)

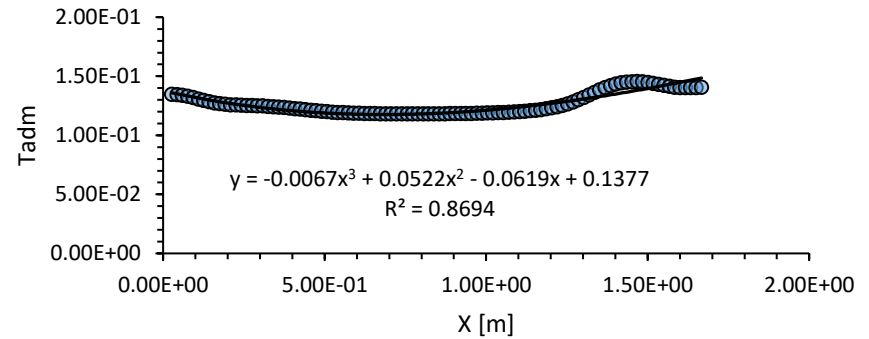
Reynolds 7.15E+04



Fonte: Próprio autor.

(f)

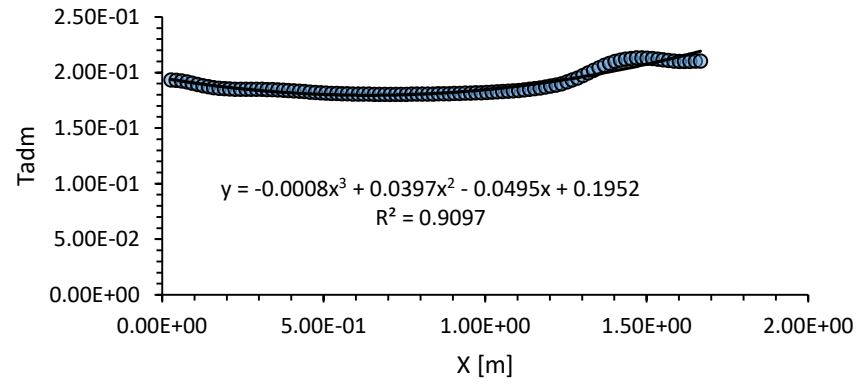
Reynolds 4.77E+04



Fonte: Próprio autor.

(g)

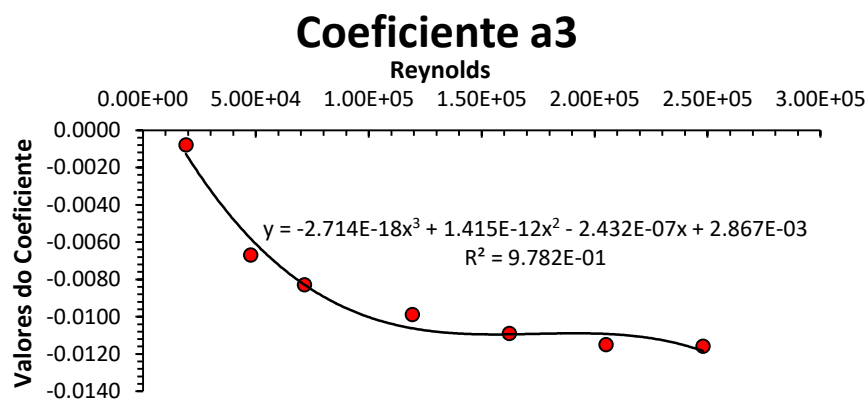
Reynolds 1.91E+04



Fonte: Próprio autor.

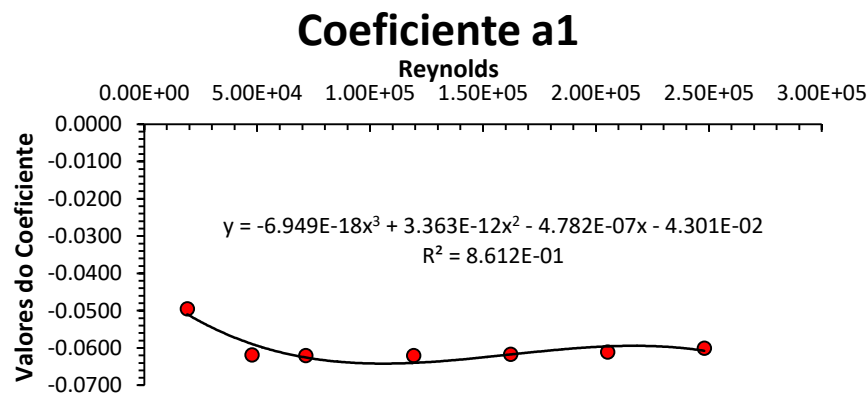
Figura A6: Correlação para os coeficientes da equação polinomial para linha horizontal 4.

(a)



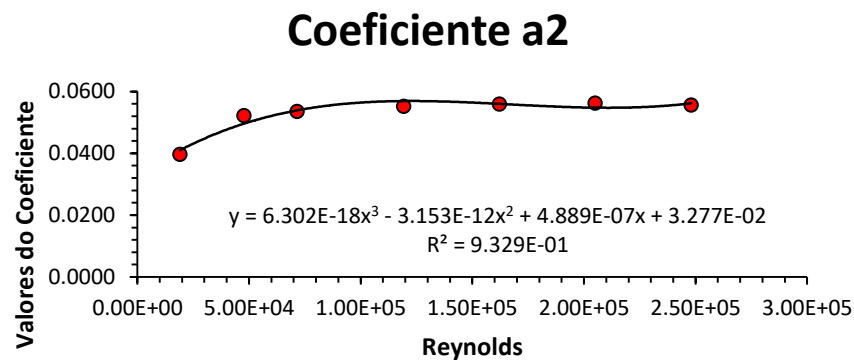
Fonte: Próprio autor.

(c)



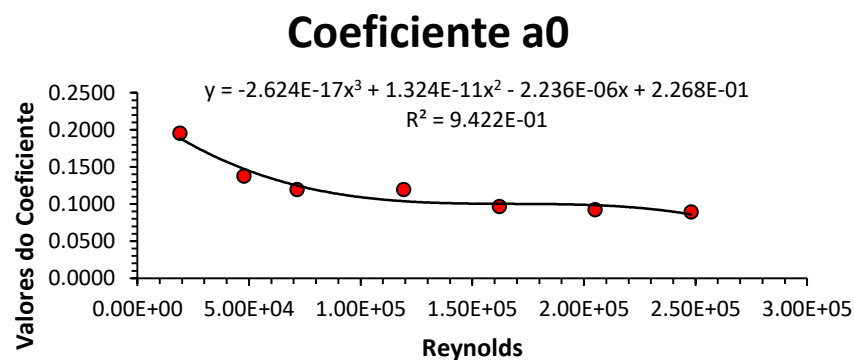
Fonte: Próprio autor.

(b)



Fonte: Próprio autor.

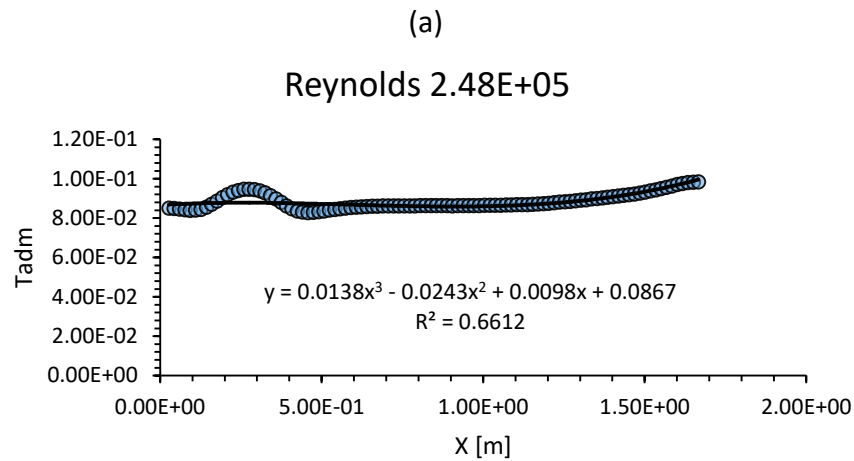
(d)



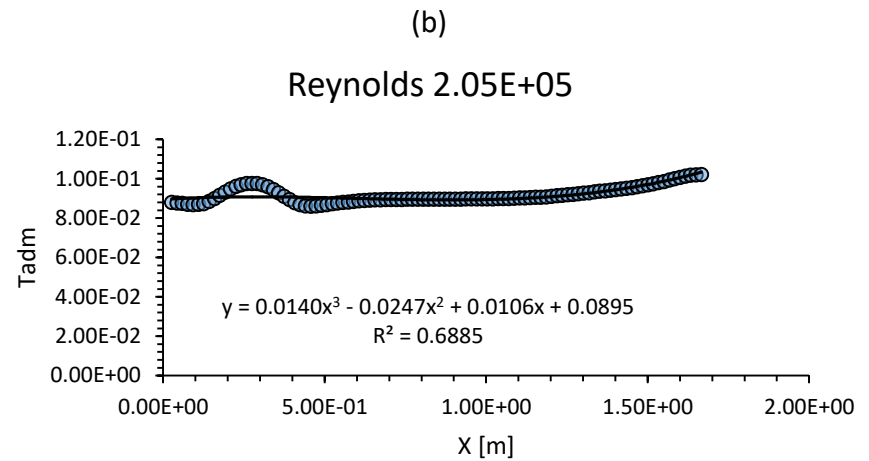
Fonte: Próprio autor.

- Linha Horizontal 5

Figura A7: Correlação da temperatura adimensional em relação a distância horizontal do Stave para 7 Reynolds distintos para linha horizontal 5.



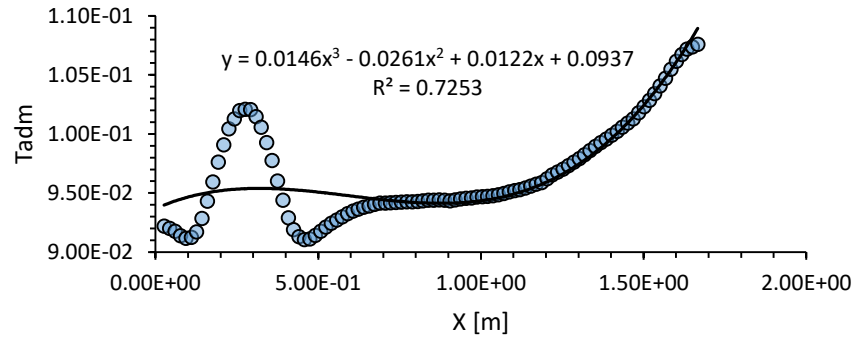
Fonte: Próprio autor.



Fonte: Próprio autor.

(c)

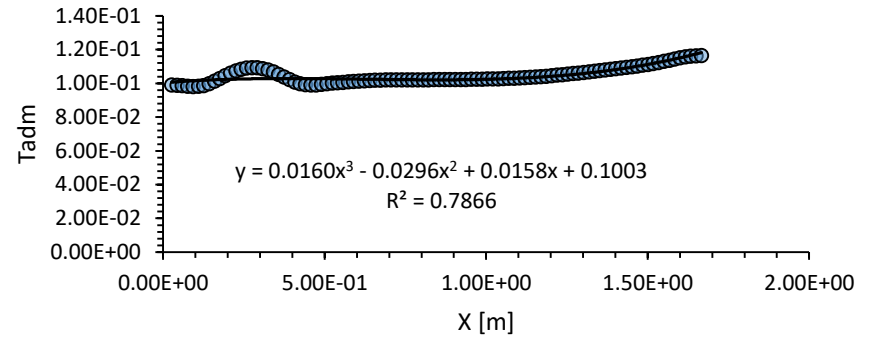
Reynolds 1.62E+05



Fonte: Próprio autor.

(d)

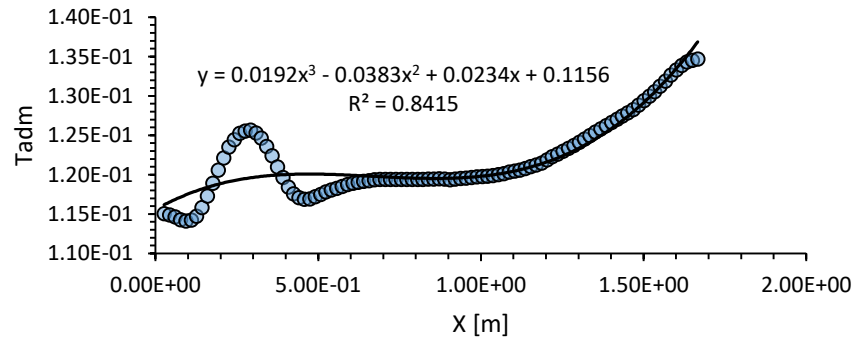
Reynolds 1.19E+05



Fonte: Próprio autor.

(e)

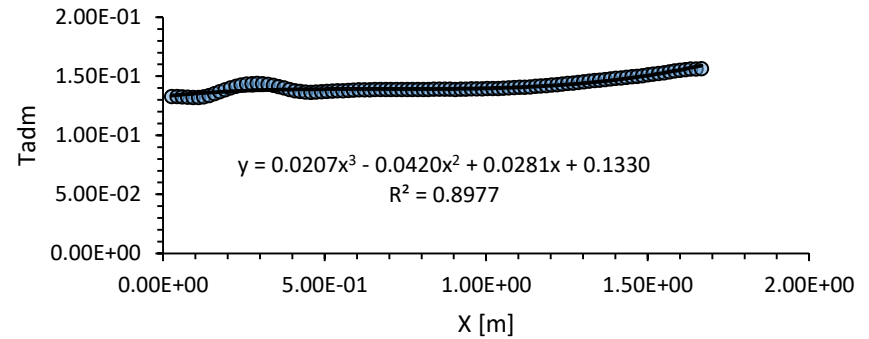
Reynolds 7.15E+04



Fonte: Próprio autor.

(f)

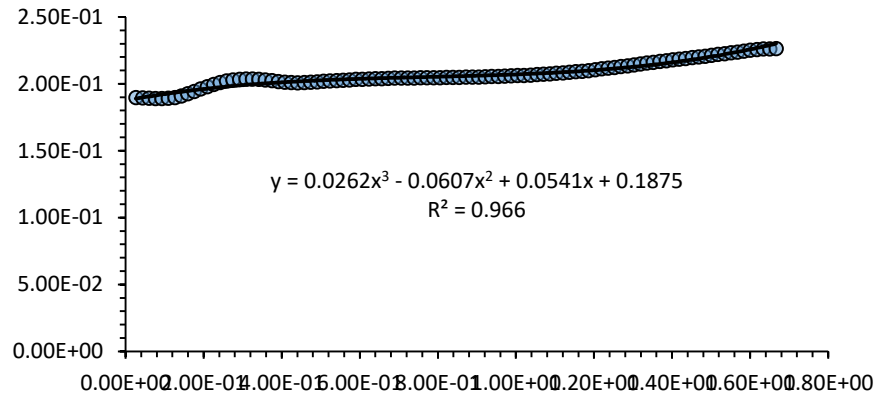
Reynolds 4.77E+04



Fonte: Próprio autor.

(g)

Reynolds 1.91E+04

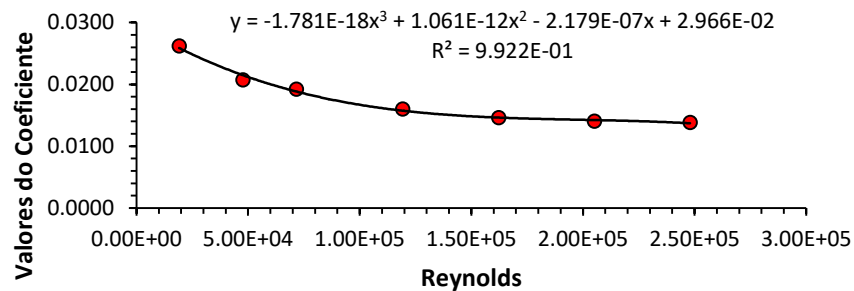


Fonte: Próprio autor.

Figura A8: Correlação para os coeficientes da equação polinomial para linha horizontal 5.

(a)

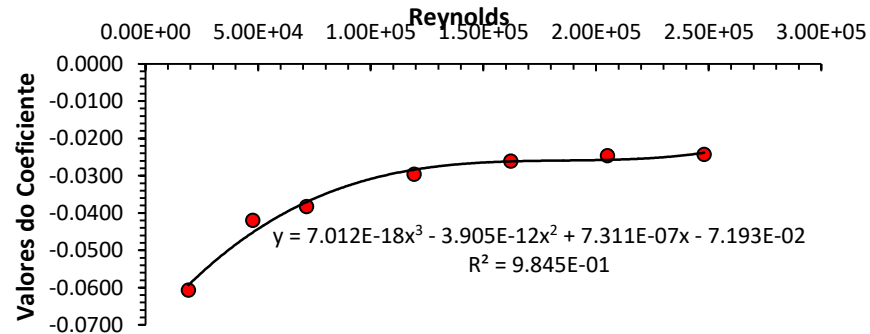
Coeficiente a3



Fonte: Próprio autor.

(b)

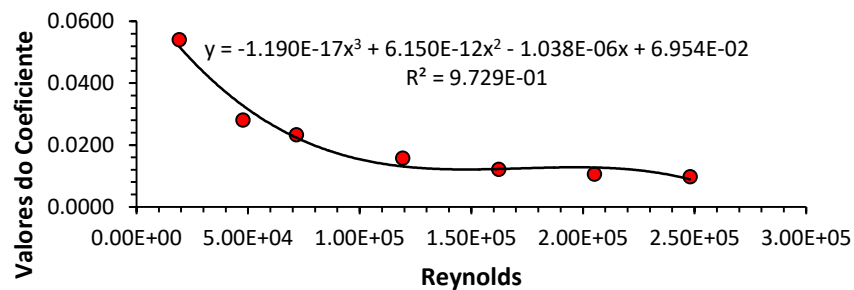
Coeficiente a2



Fonte: Próprio autor.

(c)

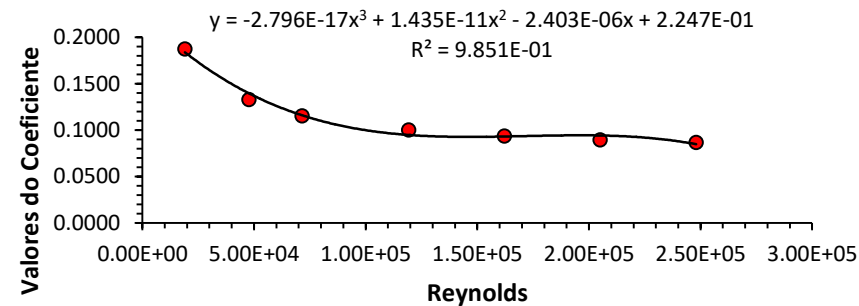
Coeficiente a1



Fonte: Próprio autor.

(d)

Coeficiente a0



Fonte: Próprio autor.

APÊNDICE B

```
# -*- coding: utf-8 -*-  
"""
```

```
Created on Tue Apr 14 10:17:32 2020
```

```
@author: Paulo Reis  
"""
```

```
import numpy as np  
import matplotlib.pyplot as plt  
from itertools import zip_longest  
from matplotlib import cm  
import math
```

```
# Programa para criação de polinômios - A base da metodologia é a criação de equações polinomiais  
# a partir do número de Reynolds e posteriormente da posição em x no Stave. Então, este programa  
# irá possibilitar a criação desses polinômios obtidos a partir do tratamento de dados no Excel.
```

```
class Polynomial:
```

```
    def __init__(self, *coefficients):  
        """ input: coefficients are in the form a_n, ...a_1, a_0  
        """  
        self.coefficients = list(coefficients) # tuple is turned into a list
```

```
    def __repr__(self):  
        """  
        method to return the canonical string representation  
        of a polynomial.  
        """  
        return "Polynomial" + str(self.coefficients)
```

```
    def __call__(self, x):  
        res = 0  
        for coeff in self.coefficients:  
            res = res * x + coeff  
        return res
```

```
    def degree(self):  
        return len(self.coefficients)
```

```
    def __add__(self, other):  
        c1 = self.coefficients[::-1]  
        c2 = other.coefficients[::-1]  
        res = [sum(t) for t in zip_longest(c1, c2, fillvalue=0)]  
        return Polynomial(*res[::-1])
```

```
    def __sub__(self, other):  
        c1 = self.coefficients[::-1]  
        c2 = other.coefficients[::-1]  
  
        res = [t1-t2 for t1, t2 in zip_longest(c1, c2, fillvalue=0)]  
        return Polynomial(*res[::-1])
```

```
def gerar_func(Re):
```

#Coeficientes obtidos a partir da relação entre os coeficientes obtidos da relação da
temperatura adimensional e a posição - e o número de Reynolds"

"Coeficiente a0"

a0coefa0 = [2.845*10**⁻¹, 2.717*10**⁻¹, 2.538*10**⁻¹, 2.268*10**⁻¹, 2.247*10**⁻¹]
a0coefa1 = [-3.279*10**⁻⁶, -3.096*10**⁻⁶, -2.866*10**⁻⁶, -2.236*10**⁻⁶, -2.403*10**⁻⁶]
a0coefa2 = [1.941*10**⁻¹¹, 1.834*10**⁻¹¹, 1.718*10**⁻¹¹, 1.324*10**⁻¹¹, 1.435*10**⁻¹¹]
a0coefa3 = [-3.763*10**⁻¹⁷, -3.553*10**⁻¹⁷, -3.353*10**⁻¹⁷, -2.624*10**⁻¹⁷, -2.796*10**⁻¹⁷]

"Coeficiente a1"

a1coefa0 = [-1.785*10**⁻¹, -1.362*10**⁻¹, -7.665*10**⁻², -4.301*10**⁻², 6.945*10**⁻²]
a1coefa1 = [2.355*10**⁻⁶, 9.766*10**⁻⁷, 5.505*10**⁻⁷, -4.782*10**⁻⁷, -1.038*10**⁻⁶]
a1coefa2 = [-1.287*10**⁻¹¹, -4.673*10**⁻¹², -2.872*10**⁻¹², 3.363*10**⁻¹², 6.150*10**⁻¹²]
a1coefa3 = [2.382*10**⁻¹⁷, 7.649*10**⁻¹⁸, 5.173*10**⁻¹⁸, -6.949*10**⁻¹⁸, -1.190*10**⁻¹⁷]

"Coeficiente a2"

a2coefa0 = [1.691*10**⁻¹, 1.211*10**⁻¹, 3.808*10**⁻², 3.277*10**⁻², -7.193*10**⁻²]
a2coefa1 = [-2.506*10**⁻⁶, -8.801*10**⁻⁷, -5.070*10**⁻⁷, 4.889*10**⁻⁷, 7.311*10**⁻⁷]
a2coefa2 = [1.387*10**⁻¹¹, 4.417*10**⁻¹², 3.035*10**⁻¹², -3.153*10**⁻¹², -3.905*10**⁻¹²]
a2coefa3 = [-2.589*10**⁻¹⁷, -7.544*10**⁻¹⁸, -5.927*10**⁻¹⁸, 6.302*10**⁻¹⁸, 7.012*10**⁻¹⁸]

"Coeficiente a3"

a3coefa0 = [-4.393*10**⁻², -2.988*10**⁻², 3.318*10**⁻³, 2.867*10**⁻³, 2.966*10**⁻²]
a3coefa1 = [7.883*10**⁻⁷, 2.587*10**⁻⁷, 1.132*10**⁻⁷, -2.432*10**⁻⁷, -2.179*10**⁻⁷]
a3coefa2 = [-4.460*10**⁻¹², -1.431*10**⁻¹², -8.488*10**⁻¹³, 1.415*10**⁻¹², 1.061*10**⁻¹²]
a3coefa3 = [8.428*10**⁻¹⁸, 2.645*10**⁻¹⁸, 1.830*10**⁻¹⁸, -2.714*10**⁻¹⁸, -1.781*10**⁻¹⁸]

Formação da equação polinomial para uma determinada posição de y no *Stave*

h é em função de Reynolds

h1_a0 = Polynomial(a0coefa3[0], a0coefa2[0], a0coefa1[0], a0coefa0[0])
h1_a1 = Polynomial(a1coefa3[0], a1coefa2[0], a1coefa1[0], a1coefa0[0])
h1_a2 = Polynomial(a2coefa3[0], a2coefa2[0], a2coefa1[0], a2coefa0[0])
h1_a3 = Polynomial(a3coefa3[0], a3coefa2[0], a3coefa1[0], a3coefa0[0])

h2_a0 = Polynomial(a0coefa3[1], a0coefa2[1], a0coefa1[1], a0coefa0[1])
h2_a1 = Polynomial(a1coefa3[1], a1coefa2[1], a1coefa1[1], a1coefa0[1])
h2_a2 = Polynomial(a2coefa3[1], a2coefa2[1], a2coefa1[1], a2coefa0[1])
h2_a3 = Polynomial(a3coefa3[1], a3coefa2[1], a3coefa1[1], a3coefa0[1])

h3_a0 = Polynomial(a0coefa3[2], a0coefa2[2], a0coefa1[2], a0coefa0[2])
h3_a1 = Polynomial(a1coefa3[2], a1coefa2[2], a1coefa1[2], a1coefa0[2])
h3_a2 = Polynomial(a2coefa3[2], a2coefa2[2], a2coefa1[2], a2coefa0[2])
h3_a3 = Polynomial(a3coefa3[2], a3coefa2[2], a3coefa1[2], a3coefa0[2])

h4_a0 = Polynomial(a0coefa3[3], a0coefa2[3], a0coefa1[3], a0coefa0[3])
h4_a1 = Polynomial(a1coefa3[3], a1coefa2[3], a1coefa1[3], a1coefa0[3])
h4_a2 = Polynomial(a2coefa3[3], a2coefa2[3], a2coefa1[3], a2coefa0[3])
h4_a3 = Polynomial(a3coefa3[3], a3coefa2[3], a3coefa1[3], a3coefa0[3])

h5_a0 = Polynomial(a0coefa3[4], a0coefa2[4], a0coefa1[4], a0coefa0[4])
h5_a1 = Polynomial(a1coefa3[4], a1coefa2[4], a1coefa1[4], a1coefa0[4])
h5_a2 = Polynomial(a2coefa3[4], a2coefa2[4], a2coefa1[4], a2coefa0[4])
h5_a3 = Polynomial(a3coefa3[4], a3coefa2[4], a3coefa1[4], a3coefa0[4])

#"Input do valor de Reynolds desejado"


```

#Re = int(input("Digite o valor do Reynolds: "))
#Re_s = str(Re)

"Calculo dos coeficientes que foram parte da equação polinomial"

F1 = h1_a0(Re)
F2 = h1_a1(Re)
F3 = h1_a2(Re)
F4 = h1_a3(Re)
F5 = h2_a0(Re)
F6 = h2_a1(Re)
F7 = h2_a2(Re)
F8 = h2_a3(Re)
F9 = h3_a0(Re)
F10 = h3_a1(Re)
F11 = h3_a2(Re)
F12 = h3_a3(Re)
F13 = h4_a0(Re)
F14 = h4_a1(Re)
F15 = h4_a2(Re)
F16 = h4_a3(Re)
F17 = h5_a0(Re)
F18 = h5_a1(Re)
F19 = h5_a2(Re)
F20 = h5_a3(Re)

# Formação da equação polinomial da temperatura adimensional em relação a posição

y = Polynomial(F4, F3, F2, F1)
y_1 = Polynomial(F8, F7, F6, F5)
y_2 = Polynomial(F12, F11, F10, F9)
y_3 = Polynomial(F16, F15, F14, F13)
y_4 = Polynomial(F20, F19, F18, F17)

"Variação dos valores de X (posição no Stave)"
#X1 = np.linspace(2.655*10**-2, 1.67*10**0, 100, endpoint=True)

"Obtenção dos valores da equação polinomial em cada ponto"
"""
G1 = y(X1)
G2 = y_1(X1)
G3 = y_2(X1)
G4 = y_3(X1)
G5 = y_4(X1)

"Programa para plotar as curvas de cada posição de y em relação o Reynolds desejado"

titulo = 'Re = ' + Re_s
plt.suptitle(titulo,fontsize=18, color = 'r')
plt.plot(X1, G1, label="Horizontal 1")
plt.plot(X1, G2, label="Horizontal 2")
plt.plot(X1, G3, label="Horizontal 3")
plt.plot(X1, G4, label="Horizontal 4")
plt.plot(X1, G5, label="Horizontal 5")

plt.legend()
plt.show()

```

```

"""
return [y,y_1,y_2,y_3,y_4]

def identificar_regiao(y):
    if y>=0 and y<0.24:
        return "Regiao 1"
    elif y>=0.24 and y<0.48:
        return "Regiao 2"
    elif y>=0.48 and y<0.72:
        return "Regiao 3"
    else: # y>=0.72 and y<=0.96:
        return "Regiao 4"

def t_adimensional(x,y,Re):
    """
    Re = 205000
    x = 1.0
    y = 0.2
    """

    equacoes = gerar_func(Re)
    regiao = identificar_regiao(y)
    if regiao == "Regiao 1":
        pol_1 = equacoes[0]
        y_1 = 0
        pol_2 = equacoes[1]
        y_2 = 0.24
    if regiao == "Regiao 2":
        pol_1 = equacoes[1]
        y_1 = 0.24
        pol_2 = equacoes[2]
        y_2 = 0.48
    if regiao == "Regiao 3":
        pol_1 = equacoes[2]
        y_1 = 0.48
        pol_2 = equacoes[3]
        y_2 = 0.72
    if regiao == "Regiao 4":
        pol_1 = equacoes[3]
        y_1 = 0.72
        pol_2 = equacoes[4]
        y_2 = 0.96

    val_1 = pol_1(x)
    val_2 = pol_2(x)

    val = val_1 + ((y - y_1)/(y_2 - y_1))*(val_2 - val_1)

    return val

nx = 100
ny = 100
rho = 997 #[Kg/m³]
vaz = 1.5 #[kg/s]
Q = vaz/rho #[m³/s]
diam = 0.03 #[m]

```

```

A = ((diam*diam)*math.pi)/4 #[m²]
visc_cinem = 1.00E-6
Re = (Q*diam)/(visc_cinem*A)
Re_1 = round(Re,0)
Re_2 = repr(Re_1)
x = np.arange(0,1.8,0.01)
y = np.arange(0.0,0.96,0.01)

X, Y = np.meshgrid(x,y)
#Z = t_adimensional(X,Y,Re)

t = np.empty([x.size,y.size])
#x = np.empty(nx)
#y = np.empty(ny)
#
#
for i in range(x.size):

#   x[i] = 0 + i*(1.64 - 0)/(nx - 1)

    for j in range(y.size):

#       y[j] = 0 + j*(0.96 - 0)/(ny - 1)
        t[i,j] = t_adimensional(x[i],y[j],Re)*(1073-303) + 300

t = np.transpose(t)

fig=plt.figure(figsize=[16,10])
plt.contour(X,Y,t,20, colors = 'k')
plt.contourf(X,Y,t,20, cmap= cm.jet)
#plt.contourf(X,Y,t)
fig.suptitle(' Distribuição da temperatura para Reynolds = ' + Re_2)
plt.xlabel('x (m)')
plt.ylabel('y (m)')
plt.xticks(np.arange(0, 1.8, 0.2))
plt.yticks(np.arange(0, 0.96,0.1))
plt.colorbar()

```