

CONSTRUÇÃO DE UM CONTROLADOR ANTECIPATIVO E POR REALIMENTAÇÃO DE PLATAFORMAS OFFSHORE SUJEITAS ÀS FORÇAS HIDRODINÂMICAS

Luciano da Silva¹; Diego Smith Silva Rodrigues Santos²; Emanuele Magno Santos Oliveira³; Letícia Carvalho Machado⁴; Oscar Alberto Zanábria Sotomayor⁵.

¹ Universidade Tiradentes, Unidade Acadêmica de Engenharia Mecatrônica

² Universidade Tiradentes, Unidade Acadêmica de Engenharia Mecatrônica

³ Universidade Tiradentes, Unidade Acadêmica de Engenharia Mecatrônica

⁴ Universidade Tiradentes, Unidade Acadêmica de Engenharia de Petróleo

⁵ Universidade Federal de Sergipe, Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica

E-mails: trixluc@hotmail.com, diego_smith93@hotmail.com,

manumagno13.em@gmail.com, leticia_cm@hotmail.com.br, oazs2007@hotmail.com

ABSTRACT

In this study a discrete pre-emptive and feedback control was applied to the model of an offshore platform fixed type jacket subjected to hydrodynamic forces induced self excited waves which were simulated using the non-linear equation Morison. The discrete controller design was based on the linear quadratic control theory (LQ) and consists of two consecutive loops: an inner loop (nominal design) to regulate the linear part of the platform's dynamic, and an outer loop (compensatory project) to dealing with nonlinearities while maintaining overall system stability. Simulation results carried out on the model of a platform type three-story steel jacket demonstrated the effectiveness of the proposed control scheme by reducing the internal oscillations in the system, thereby generating a smoother response of the structure.

Keywords: Offshore platform; Vibration; Discreet Control; Oil;

RESUMO

Nesse trabalho um controlador discreto antecipativo e por realimentação foi aplicado ao modelo de uma plataforma offshore fixa tipo jaqueta sujeita a forças hidrodinâmicas auto excitadas de ondas induzidas, as quais foram simuladas usando a equação não linear de Morison. O projeto do controlador discreto foi baseado na teoria de controle linear quadrático (LQ) e é composto por duas malhas consecutivas: uma malha interna (projeto nominal) para regular a parte linear da dinâmica da plataforma, e uma malha externa (projeto compensatório) para lidar com as não linearidades, mantendo a estabilidade geral do sistema. Resultados de simulações realizadas no modelo de uma plataforma tipo jaqueta de aço de três

andares demonstraram a efetividade do esquema de controle proposto, reduzindo as oscilações internas no sistema, gerando, assim, uma resposta mais suave da estrutura.

Palavras-chaves: Plataforma Offshore; Perturbações; Vibração; Controle Discreto; Petróleo.

1. INTRODUÇÃO

Plataformas offshore fixas são aquelas que se estendem até o fundo do mar, suportadas por uma fundação que mantém a plataforma fixada no local de instalação por um longo período. Estas estruturas têm a finalidade básica de sustentar o convés e os módulos de operação e, uma vez instalada, estarão imersas no mar, em meio líquido corrosivo, sujeitas a condições de operação extremas.

Localizado em ambiente hostil, estruturas offshore são expostas a todos os tipos de cargas como ventos, ondas, correntes, terremotos, etc. Entre todas as perturbações mencionadas, a força dinâmica de onda induzida é a mais importante carga no ambiente marinho. Para a segurança da estrutura, as respostas do deslocamento e velocidade da plataforma offshore podem ser atenuadas por métodos dissipativos de energia. Em décadas recentes, dispositivos e métodos de controle incluindo o controle passivo, controle ativo e a combinação de seus esquemas têm sido propostos para estruturas offshore sujeitas a forças de onda induzida.

De todo o material encontrado na literatura há muitos estudos sobre controle ativo contínuo tal como [6] que usaram a técnica de controle ótimo para reduzir a resposta dinâmica de plataformas offshore sujeitas aos abalos sísmicos; [18] usaram um controlador baseado na teoria de controle linear quadrático por realimentação multimalha no controle da plataforma; [13] utilizaram o controle ótimo no modelo contínuo de plataforma offshore com o espectro de Pierson-Muskowitz na equação de Morison; [17] utilizaram a técnica de controle ótimo no domínio da frequência, em um modelo contínuo, a qual minimiza a norma H_2 da função de transferência; [21] utilizaram uma modelagem contínua usando dois controladores, o primeiro é não linear baseado na teoria de Lyapunov e o segundo controlador utiliza o controle robusto linear por realimentação de estados baseado na teoria do controle ótimo.

Dentro desse contexto, o presente trabalho trata sobre o projeto e aplicação de um controlador ótimo LQ discreto antecipativo e com realimentação, visando controlar a resposta dinâmica da plataforma offshore de aço sujeita a perturbações hostis de natureza marinha.

2. MODELO DINÂMICO DO SISTEMA

Durante a ação das forças hostis sobre a plataforma offshore a máxima conjunção de forças e pressões ocorre no 1º andar da plataforma, porém o controle é feito no convés, conforme mostrado na Figura 1.

Aplicando o método de elementos finitos, uma plataforma fixa offshore pode ser modelada como um sistema com múltiplos graus de liberdade (MDOF). Porém, dado que a resistência típica às ondas da estrutura offshore é projetada para ter uma frequência fundamental maior que a frequência de onda dominante, a resposta da estrutura é sempre dominada pelo primeiro (e segundo) modo(s) de vibração. Assim, os primeiros modos de resposta são os que mais contribuem na concepção do modelo dinâmico e, portanto, a plataforma pode ser representada como um sistema de ordem reduzida de 1DOF ou 2DOF. Em geral, essa simplificação é

adequada para o estudo de controle de vibrações [12]. Como exemplos, [8], [11, 12] e [20] usaram um modelo de 1DOF, enquanto que [18], [21] e [19] têm usado um modelo de 2DOF. Para os propósitos do presente trabalho, um modelo de 2DOF será considerado para representar uma plataforma offshore tipo jaqueta, conforme proposto em [1, 2], e cujo diagrama esquemático é mostrado na Figura 1.

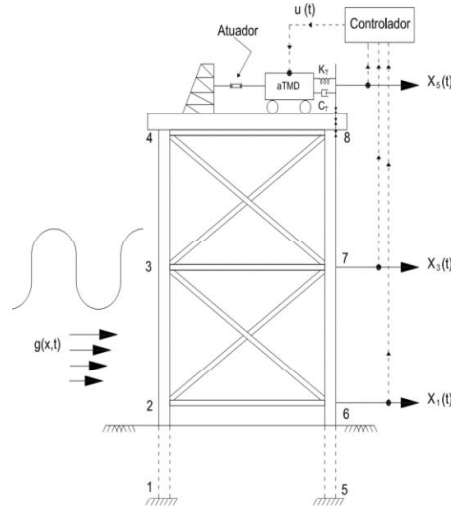


Figura 1. Plataforma offshore com controle ativo

As Tabelas 1 e 2 possuem os dados necessários para o cálculo e modelagem do sistema.

Tabela 1: Parâmetros dos tubos de aço cilíndricos [21]

Membros	Diâmetro Externo (m)	Diâmetro Interno (m)	Área (m ²)	Momento de Inércia (m ⁴)
Vertical	1,22	1,14	0,141	0,02301
Horizontal	0,61	0,59	0,023	0,00096
Diagonal	0,61	0,59	0,023	0,00096

Tabela 2: Dados de projeto dos membros da estrutura [21]

Membros	Área A_p (m ²)	Volume B_p (m ³)	Massa (kg)
1	---	---	---
2	---	---	---
3	55,74	53,38	98080,60
4	55,74	53,38	98080,60
5	37,16	35,58	86462,00
6	37,16	35,58	86462,00
7	---	---	20706,12
8	---	---	20706,12
9	---	---	8087,58
10	27,87	13,34	29274,63
11	27,87	13,34	29274,63
12	18,58	8,89	23328,93

Considere o seguinte modelo da plataforma

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 = -2\xi_1 w_1 \dot{z}_1 - w_1^2 z_1 - \phi_1 K_T (\phi_1 z_1 + \phi_2 z_2) + \phi_1 K_{TY} \\ \quad - \phi_1 C_T (\phi_1 \dot{z}_1 + \phi_2 \dot{z}_2) + \phi_1 C_T \dot{y} - \phi_1 u + f_1 + f_2 \\ \ddot{z}_2 = -2\xi_2 w_2 \dot{z}_2 - w_2^2 z_2 - \phi_2 K_T (\phi_1 z_1 + \phi_2 z_2) + \phi_2 K_{TY} \\ \quad - \phi_2 C_T (\phi_1 \dot{z}_1 + \phi_2 \dot{z}_2) + \phi_2 C_T \dot{y} - \phi_2 u + f_3 + f_4 \\ \ddot{y} = -2\xi_T w_T \dot{y} + 2\xi_T w_T (\phi_1 \dot{z}_1 + \phi_2 \dot{z}_2) - w_T^2 y + \\ \quad + w_T^2 (\phi_1 z_1 + \phi_2 z_2) + \frac{1}{m_T} u \end{cases} \quad [1]$$

sendo que Z_1 e Z_2 são as coordenadas generalizadas dos modos vibracionais 1 e 2, respectivamente; y é o deslocamento horizontal do aTMD; W_1 e W_2 são as frequências naturais dos primeiros dois modos de vibração; ξ_1 e ξ_2 são os fatores de amortecimento nos dois primeiros modos de vibração, respectivamente; ϕ_1 e ϕ_2 são o primeiro e o segundo vetores de forma modal, respectivamente; F_{TMD} é o vetor de força de controle passivo devido ao aTMD; F_a é o vetor de força de onda; ξ_T é o fator de amortecimento do aTMD; $w_T = \sqrt{K_T/m_T}$ é a frequência natural do aTMD; K_T e m_T são a rigidez e a massa do aTMD, respectivamente; U_8 é o deslocamento horizontal da junção 8 na estrutura offshore; u é a ação de controle; e f_1 , f_2 , f_3 e f_4 são os termos da força hidrodinâmica auto excitada não linear, cuja derivação é apresentada a seguir.

As frequências naturais dos modos de vibração 1 e 2 são $W_1 = 1,818$ Hz e $W_2 = 10,8683$ Hz, respectivamente. O amortecimento estrutural em cada modo é considerado 0,5 %, i.e. $\xi_1 = \xi_2 = 0,005$, e as contribuições das formas modais são $\phi_1 = -0,003445$ e $\phi_2 = 0,00344628$. Os parâmetros do aTMD são escolhidos para estar em sintonia com o primeiro modo, tal que $W_T = 1,819$ Hz, $\xi_T = 0,15$, $K_T = 1551,5$ e $C_T = 256$ [21].

Para simulação, os dados da onda são [21]: $H = 12,19$ m, $h = 76,2$ m, $\lambda = 182,88$ m e $U_{ow} = 0,122$ m/s. A densidade do aço é $7730,7$ kg/m³, a densidade da água é $\rho_w = 1025,6$ kg/m³ e o peso do convés de concreto suportado pela estrutura de aço é 6672300 N. Com estes dados, conjuntamente com os dados das Tabelas 1 e 2, os parâmetros de força de onda em cada junção da estrutura podem ser calculados.

O modelo físico da estrutura a ser controlada da Figura 1 é descrito pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Fg(x, t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad [2]$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & -w_1^2 - K_T \phi_1^2 & 0 & -K_T \phi_1 \phi_2 & 0 & w_T^2 \phi_1 \\ 1 & -2\xi_1 w_1 - C_T \phi_1^2 & 0 & -C_T \phi_1 \phi_2 & 0 & 2\xi_T w_T \phi_1 \\ 0 & -K_T \phi_1 \phi_2 & 0 & -w_2^2 - K_T \phi_2^2 & 0 & w_T^2 \phi_2 \\ 0 & -C_T \phi_1 \phi_2 & 1 & -2\xi_2 w_2 - C_T \phi_2^2 & 0 & 2\xi_T w_T \phi_2 \\ 0 & \phi_1 K_T & 0 & \phi_2 K_T & 0 & -w_T^2 \\ 0 & \phi_1 C_T & 0 & \phi_2 C_T & 1 & -2\xi_T w_T \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\phi_1 \\ 0 \\ -\phi_2 \\ 0 \\ \frac{1}{m_T} \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$g(x, t) = \begin{bmatrix} f_1 + f_2 \\ f_3 + f_4 \end{bmatrix} [3]; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad [4]$$

Em que A^T é a matriz transposta de A .

3. PROJETO DO CONTROLADOR POR REALIMENTAÇÃO MULTIMALHA

3.1. Controlador ótimo LQ

O controle ótimo teve suas origens no cálculo variacional no século XVII (Fermat, Newton, Leibnitz e Bernoullis). O cálculo variacional foi desenvolvido posteriormente no século XVIII por Euler e Lagrange, e no século XIX por Legendre, Jacobi, Hamilton e Weierstrass. No começo do século XX, Bolza e Bliss deram o refinamento final no assunto. Em 1957, Bellman dá uma nova visão da teoria de Hamilton-Jacobi, o qual chamou de programação dinâmica, que é basicamente um esquema de controle por realimentação. Em 1962, Pontryagin estendeu o cálculo variacional para lidar com restrições de desigualdade na variável de controle, enunciando seu elegante princípio máximo. Também, nos inícios dos anos 60, Kalman, Bucy, Athans entre muitos outros mostraram como aplicar o cálculo variacional no projeto de controladores digitais ótimos por realimentação para sistemas dinâmicos lineares com ruído. A partir de 1980 até a atualidade, a pesquisa está direcionada em fazer com que o controle ótimo por realimentação seja mais robusto a perturbações na planta e a erros no modelo.

O controle ótimo LQ é uma teoria elegante e bem estabelecida [14]. Esta técnica trata o problema de encontrar uma lei de controle de um sistema linear em espaço de estados, de dimensão finita, que minimize um índice de desempenho quadrático, na regulação/acompanhamento do erro e nas variáveis de controle.

Dependendo da natureza do sistema linear a ser controlado, o controle LQ pode ser determinístico, conhecido como regulador linear-quadrático (LQR), ou estocástico, chamado de compensador linear-quadrático gaussiano (LQG) ou controlador. Referências padrões sobre o assunto podem ser encontradas em [7], [3] e [4]. O LQR é considerado a pedra fundamental da teoria de controle moderna. A partir da sua concepção nos anos 60, o LQR tem sido objeto de inúmeras pesquisas. Basicamente, o LQR é, nada mais que, a solução de um problema de otimização, que tem algumas propriedades muito atrativas. Especialmente, o controlador ótimo assegura um sistema estável em malha fechada, alcança níveis garantidos de robustez e é simples de ser calculado [10]. A presente pesquisa trata do LQR discreto por realimentação de estados. Dado que este assunto é amplamente abordado em vários livros e artigos de pesquisa, neste item a síntese deste controlador será brevemente apresentada, e está de acordo com o livro de [15].

Seja o sistema linear determinístico, discreto, dado por:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) = C_d x(k) \end{cases} \quad [5]$$

Com a condição inicial $X_{(0)} = X_0$. Em que A_d , B_d e C_d são as versões discretas das matrizes A , B e C . O objetivo é encontrar uma sequência de entradas ou uma lei de realimentação que minimize a função de custo quadrática da forma (problema de otimização em malha aberta):

$$V_p = x^T(p)Q_t x(p) + \sum_{k=0}^{p-1} [x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)] \quad [6]$$

Sendo Q_t e Q matrizes reais, simétricas, semi-definidas positivas e R uma matriz real, simétrica, definida positiva. Se p for um número finito, será um problema de horizonte finito, e se $p = \infty$, será um problema de horizonte infinito.

3.2 O problema de LQ de Horizonte Infinito

Para processos contínuos operando sobre um longo período de tempo é razoável resolver o seguinte problema de horizonte infinito:

$$J_k(z) \equiv \min_{u(\cdot)} \left\{ V_\infty \equiv \lim_{p \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{p-1} [x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)] \right\} \quad [7]$$

Neste caso, a DRE é para ser inicializada em $S(p) = Q$ e resolvida de frente para trás. Assumindo que, depois de um número finito de iterações, a solução da DRE converge à sua solução estacionária (S_∞), então temos que:

$$S_\infty = A_d^T S_\infty A_d + Q - A_d^T S_\infty B_d (B_d^T S_\infty B_d + R)^{-1} B_d^T S_\infty A_d \quad [8]$$

A qual é chamada de equação de Ricatti algébrica discreta (DARE).

A equação [8] admite, em geral, muitas soluções. Porém uma única solução estacionária é obtida se forem impostas condições de estabilidade e detectabilidade.

Teorema: Se o par (A_d, B_d) for estabilizável e o par $(A_d, Q^{1/2})$ for detectável, então a DARE [8] terá uma única solução positiva semi-definida, com todos os autovalores de $(A_d - B_d L_\infty)$ dentro do círculo unitário.

Sendo assim, a lei de controle ótimo por realimentação é dada por:

$$u(k) = -L_\infty x(k), \quad \forall k = 0, \dots, \infty \quad [9]$$

Em que L_∞ é o ganho estabilizante de realimentação de estados definido como:

$$L_\infty = (B_d^T S_\infty B_d + R)^{-1} B_d^T S_\infty A_d \quad [10]$$

Que gera um sistema estável em malha fechada, com um custo ótimo de horizonte infinito:

$$J_\infty(x_0) = x_0^T S_\infty x_0 \quad [11]$$

A síntese anterior descreve o famoso LQR convencional conforme derivado por [5]. É possível adicionar restrições, nos estados e nas entradas, ao LQR. Nesse caso, não é possível usar a programação dinâmica para o desenvolvimento do controlador, sendo necessário o uso de algum algoritmo de otimização on-line. O LQR com restrições é também chamado de controle ótimo LQ (de horizonte infinito) com restrições.

3.3. Projeto do controlador antecipativo e com realimentação

O projeto do controlador consiste em dois estágios formando, dessa forma, duas malhas de realimentação. A primeira malha, conhecida como projeto nominal é caracterizado por estar

livre de não linearidades e a outra malha chamada de projeto compensatório acomoda e trata das não linearidades.

No projeto nominal a equação de espaço de estados tem o termo $g(x, t) = 0$, o ganho estabilizante da parte nominal é dado por:

$$k_n = (B_d^T S_n B_d + R_n)^{-1} B_d^T S_n A_d \quad [12]$$

As matrizes ponderadoras do projeto nominal de estado e de controle de entrada são Q_n e R_n . No projeto compensatório a equação de espaço de estados leva em consideração o termo $g(x,t)$, o ganho estabilizante da parte do projeto compensatório é dado por:

$$k_c = (B_d^T S_c B_d + R_c)^{-1} B_d^T S_c A_c \quad [13]$$

Em que a matriz A_c é dada por $A_c = A_d - A_d k_n$. As matrizes ponderadoras do projeto nominal de estado e de controle de entrada são Q_c e R_c .

Dessa forma a lei de controle do compensador por realimentação é dado por:

$$u(k) = -(k_n + k_c)x(k) \quad [14]$$

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O projeto do sistema de controle LQ é relativamente simples e fácil de ajustar. A lei de controle [14] assume uma completa medição de estados para realimentação. Se os estados não estão disponíveis, um observador de estados precisa ser desenvolvido.

No presente trabalho o vetor de estados está composto de deslocamentos e velocidades dos modos da estrutura offshore, os quais são assumidos disponíveis e mensuráveis. Considerando um tempo de amostragem $T_s = 0,01s$ as matrizes do modelo discreto da plataforma na forma da Equação [5] são:

$$A_d = \begin{bmatrix} 0,9998 & 0,01 & 0 & 0 & -0,0003 & 0 \\ -0,0332 & 0,9996 & 0,0002 & 0 & -0,0533 & -0,0091 \\ 0 & 0 & 0,9941 & 0,01 & 0,0003 & 0 \\ 0,0002 & 0 & -1,1784 & 0,9930 & 0,0532 & 0,0090 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9998 & 0,01 \\ -0,0001 & 0 & 0,0001 & 0 & -0,0330 & 0,9944 \end{bmatrix} \quad B_d = 10^{-4} \begin{bmatrix} 0,0017 \\ 0,3433 \\ -0,0017 \\ -0,3428 \\ 0,0011 \\ 0,2124 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Utilizando a teoria do controle ótimo para o problema de horizonte infinito e seguindo diretrizes práticas dadas em [9], os parâmetros de ajuste do controlador são:

Projeto nominal:

$$Q_n = 10^{19} H \text{ em que } H = (C_d^T) (C_d);$$

$$R_n = 1;$$

Projeto compensatório:

$$Q_c = 10^{21} H \text{ em que } H = (C_d^T) (C_d);$$

10 e 11 de setembro de 2015 / Salvador, Bahia, Brasil

$$R_c = 1/2 \mu;$$

$$\mu = 256;$$

O desempenho da estrutura com controle ótimo LQ aos efeitos das forças no ambiente offshore é mostrado a seguir. Para uma frequência de onda $\Omega = 0,5773$ Hz as amplitudes das oscilações pico a pico dos três andares sofreram uma redução de 18%, o comportamento de picos múltiplos testemunhado na resposta descontrolada é completamente eliminado, ficando a resposta dinâmica muito mais suave com o controle aplicado conforme ilustrado na Figura 2.

Para uma frequência de onda $\Omega = 1,8$ Hz, próximo à frequência de ressonância, as amplitudes das oscilações pico a pico dos três andares sofreram uma redução de 84% nas respostas dinâmicas dos três andares, Figura 3. Ou seja, com uma frequência de onda próximo da frequência de ressonância da plataforma, o controle reduz a amplitude das oscilações dos deslocamentos para o nível da situação de uma frequência de onda de $\Omega = 0,5773$ Hz [16]. Esse fato mostra o bom desempenho do controlador LQ.

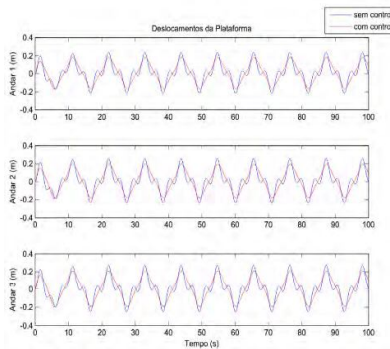


Figura 2: Resposta da plataforma com controle para uma frequência de onda de $\Omega = 0,5773$ Hz

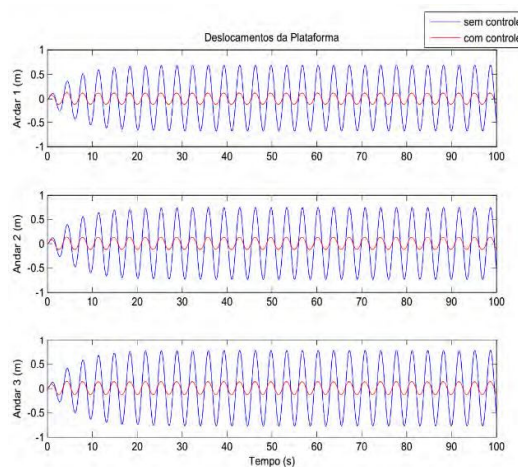


Figura 3: Resposta da plataforma com controle para uma frequência de onda de $\Omega = 1,8$ Hz

5. CONCLUSÃO

Este artigo trata do desenvolvimento de um controlador discreto antecipativo e com realimentação. O controlador LQ se mostrou adequado no controle de oscilações da plataforma offshore provocadas por perturbações persistentes de ondas e correntes marinhas. Para uma frequência de onda 0,5773 Hz, o controlador conseguiu suavizar a resposta dinâmica e diminuir um pouco as amplitudes de oscilações. Para a frequência de onda de 1,80 Hz, houve uma redução de 84% na amplitude dessas oscilações no momento de maior perigo, i.e., quando ocorre o fenômeno de ressonância na estrutura. Os resultados da simulação com e sem controle mostram o bom desempenho do sistema criado, em função da seleção adequada dos parâmetros de ponderação. A aplicação dessa técnica em plataformas offshore vem trazer um aumento na vida útil da estrutura e uma melhor estabilidade para as operações no convés da plataforma offshore.

REFERÊNCIAS

- ¹ABDEL-ROHMAN, M. Control of nonlinear vibrations in civil structures. Kuwait University Press, 1993.
- ²ABDEL-ROHMAN, M. Structural control of a steel jacket platform. Structural and Engineering Mechanics, 4(2): 125-138, 1996.
- ³ANDERSON, B.D.O.; MOORE, J.B. Optimal control - Linear quadratic methods. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall Inc, 1990.
- ⁴DORATO, P.; ABDALLAH, C.; CERONE, V. Linear-quadratic control: An introduction. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall Inc, 1995.
- ⁵KALMAN, R.E. Contributions to the theory of optimal control. Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana, 5(2):102-119, 1960.
- ⁶KAWANO, K.; VENKATARAMANA, K. Seismic response of offshore platform with TMD. In: Proceedings of the 10th Earthquake Engineering World Conference, Rotterdam, The Netherlands, 1992.
- ⁷KWAKERNAAK, H.; SIVAN, R. Linear optimal control systems. New York: John Wiley, 1972.
- ⁸LI, H.J.; HU, S.-L.J.; JAKUBIAK, C. H_2 active vibration control for platform subjected to wave loading. Journal of Sound and Vibration, 263(4): 709-724, 2003.
- ⁹LIN, CH.-F. Advanced control system design. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall Inc., 1994.
- ¹⁰LUBLIN, L.; ATHANS, M. Linear quadratic regulator control. In: The control handbook, Levine, W.S. (Ed.), p.635-650. Boca Raton, Florida: CRC Press and IEEE Press, 1996.

¹¹MA, H.; TANG, G.-Y.; HU, W. Feedforward and feedback optimal control with memory for offshore platforms under irregular wave forces. *Journal of Sound and Vibration*, 328(4-5): 369-381, 2009.

¹²MA, H.; TANG, G.-Y.; ZHAO, Y.-D. Feedforward and feedback optimal control for offshore structures subjected to irregular wave forces. *Ocean Engineering*, 33(8-9): 1105-1117, 2006.

¹³MAHADIK, A.S. and JANGID, R.S. Active control of offshore jacket platforms. Department of Civil Engineering, Indian Institute of Technology Bombay, Powai, Mumbai, India. *Int. Shipbuild. Progr.*, 50, pp. 277-295, no. 4 (2003).

¹⁴MÄKILÄ, P.M. Linear quadratic control revisited. *Automatica*, 36(1): 83-89, 2000.

¹⁵MORARI, M.; LEE, J.H.; GARCÍA, C.E. Model predictive control. Prentice-Hall, (No prelo), 2002.

¹⁶SILVA, L. Análise modal e controle de plataformas offshore sujeitas às perturbações persistentes. 2014, 120p. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Sergipe, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, São Cristóvão-SE.

¹⁷SUHARDJO, J.; KAREEM, A. Feedback-feedforward control of offshore platforms under random waves. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 30(2): 213-235, 2001.

¹⁸TERRO, M.J.; MAHMOUD, M.S.; ABDEL-ROHMAN, M. Multi-loop feedback control of offshore steel jacket platforms. *Computers and Structures*, 70(2): 185-202, 1999.

¹⁹ZHANG, B.-L.; HAN, Q.-L.; ZHANG, X.-M.; YU, X. Integral sliding mode control for offshore steel jacket platforms. *Journal of Sound and Vibration*, 331(14): 3271-3285, 2012.

²⁰ZHANG, B.-L.; TANG, G.-Y. Active vibration H_∞ control of offshore steel jacket platforms using delayed feedback. *Journal Sound and Vibration*, 332(22): 5662-5677, 2013.

²¹ZRIBI, M.; ALMUTAIRI, N.; ABDEL-ROHMAN, M.; TERRO, M. (2004). Nonlinear and robust control schemes for offshore steel jacket platforms. *Nonlinear Dynamics*, 35(1): 61-80.