



SENAI CIMATEC

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM
COMPUTACIONAL E TECNOLOGIA INDUSTRIAL
Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial**

Dissertação de Mestrado

**Aplicação de Alguns Conceitos do Modelo SIR para
Simulação da Propagação de Informações em uma
Rede Social**

Apresentada por: Genilson Cunha de Oliveira Filho
Orientador: Dr Marcelo Albano Moret Simões Gonçalves

Janeiro de 2014

Genilson Cunha de Oliveira Filho

Aplicação de Alguns Conceitos do Modelo SIR para Simulação da Propagação de Informações em uma Rede Social

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial, Curso de Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial do SENAI CIMATEC, como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial**.

Área de conhecimento: Interdisciplinar

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Albano Moret Simões Gonçalves
SENAI CIMATEC

Salvador
SENAI CIMATEC
2014

Nota sobre o estilo do PPGMCTI

Esta dissertação de mestrado foi elaborada considerando as normas de estilo (i.e. estéticas e estruturais) propostas aprovadas pelo colegiado do Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial e estão disponíveis em formato eletrônico (*download* na Página Web http://ead.fieb.org.br/portal_faculdades/dissertacoes-e-teses-mcti.html ou solicitação via e-mail à secretaria do programa) e em formato impresso somente para consulta.

Ressalta-se que o formato proposto considera diversos itens das normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), entretanto opta-se, em alguns aspectos, seguir um estilo próprio elaborado e amadurecido pelos professores do programa de pós-graduação supracitado.

SENAI CIMATEC

Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial

Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial

A Banca Examinadora, constituída pelos professores abaixo listados, leu e recomenda a aprovação da Dissertação de Mestrado, intitulada “Aplicação de Alguns Conceitos do Modelo SIR para Simulação da Propagação de Informações em uma Rede Social”, apresentada no dia 23 de janeiro de 2014, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de **Mestre em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial**.

Orientador:

Prof. Dr. Marcelo Albano Moret Simões Gonçalves
SENAI CIMATEC

Membro interno da Banca:

Prof.Dr Hernane Pereira
SENAI CIMATEC

Membro interno da Banca:

Prof.Dr Roberto Luiz Souza Monteiro
SENAI CIMATEC

Membro externo da Banca:

Universidade do Estado da BAHIA

Prof.Dr Hugo Saba Pereira Cardoso
UNEB

Dedico este trabalho aos meus pais Genilson Cunha e Maria Aparecida pela paciência na hora de atitudes nervosas e dificultosas desse caminho trilhado. Aos amigos, colegas que deram força nas horas de desistência e em especial a José Roberto Fontoura pela imensa colaboração ao trabalho.

Agradecimentos

A Universidade do Estado da Bahia(UNEB), por ter proporcionado os recursos financeiros de apoio para a minha manutenção no programa através da Bolsa PAC. A Família por acreditar nessa caminhada trilhada. Ao professor Dr Marcelo Albano Moret Simões Gonçalves e Msc José Roberto Fontoura pela dedicação e orientação a pesquisa. A banca de avaliação pelas considerações pertinentes ao trabalho. Aos colegas do Mestrado e Doutorado pelo incentivo e contribuição. A todos os professores do MCTI pela contribuição e paciência frente ao meu aprendizado. E em especial a Tereza Kelly pelo carinho e atenção ao trabalho concretizado.

Salvador, Brasil
Genilson Cunha de Oliveira Filho
dia 23 de Janeiro de 2014

Resumo

A pesquisa desse estudo se baseia em um estudo de velocidade de propagação da informação, se apoiando em conceitos que norteiam a fundamentação deste estudo. Os conceitos envolvidos no estudo são: Grafos, pois é o princípio envolvido em redes provado por Milgram em 1960; Redes que uma estrutura topológica sobre o arranjo e características que elas podem assumir; Redes Sociais que é uma aplicação prática desses conceitos mencionados até o momento; Comunicação na qual se fundamenta o objetivo do estudo, onde se correlaciona com a aplicação do modelo SIR na busca dessa explosão de velocidade da informação.

Os fundamentos relacionados ao modelo SIR que guiaram esta pesquisa se baseiam no princípio descoberto por [McKendrick \(1927\)](#) que se descreve em funções diferenciais em uma escala de tempo, obedecendo parâmetros descritos na pesquisa.

O modelo proposto se fundamentou em uma correlação feita da aplicação de alguns conceitos do modelo de disseminação de doenças em um modelo de disseminação da mensagem, tendo a rede do facebook como validador dessa aplicação.

Com isso, a validação desse modelo trouxe resultados que inspiram novas pesquisas sobre as questões de influência na velocidade de propagação da informação.

Palavras-chave: Modelo SIR, Rede Social, Redes Complexas, Velocidade de Propagação da Mensagem.

Abstract

The research of this study is based on a study of the information propagation speed, relying on concepts that guide the reasoning of this study. The concepts involved in the study are: graphs, it is the principle involved in proved by Milgram in 1960 networks, networks that a topological structure on the arrangement and characteristics that they may take; Social Networking is a practical application of these concepts mentioned so far; Communication in which the goal is based on the study, correlates with the implementation of the SIR model in search of that burst of speed information.

The fundamentals related to the SIR model that guided this research are based on the principle discovered by McKendrick (1927) which describes differences in functions on a time scale, following parameters described in the research.

The proposed model was based on a correlation made applying some concepts of the spread of disease in a model of dissemination of the message, the network having facebook as validator that application model.

Thus, the validation of this model has brought results that inspire new research on issues influences the speed of propagation of information.

Keywords: SIR Model, Social Network, Complex Networks, Speed of Propagation of the Message.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivo Geral	1
1.1.1	Objetivos Específicos	1
1.2	Justificativa	2
1.3	Hipóteses	2
1.4	Metodologia	3
1.4.1	Coleta de Dados	3
1.4.2	Estrutura da Pesquisa	4
2	Modelos em Ambiente de Doenças Infectocontagiosas	6
2.1	Modelo Epidêmico	6
2.1.1	Modelo SIR	7
2.1.2	Matemática do SIR e Propagação	9
2.1.3	Modelo SIR sem Demografia	11
2.1.4	Modelo SIR com Demografia	14
2.1.5	A Taxa de Reprodução Básica do Vírus de Imunodeficiência Humana (HIV)	16
3	Modelo Proposto	17
3.1	Processo de Coleta de Dados	17
3.2	Fluxograma da Aplicação	17
3.2.1	Utilização da Tabela de Reprodução Básica	21
4	Considerações Finais	22
4.1	Resultados	22
4.1.1	Voluntário1	23
4.1.2	Voluntário1a	24
4.1.3	Voluntário1b	25
4.1.4	Voluntário2	26
4.1.5	Voluntário3	27
4.1.6	Voluntário4	28
4.1.7	Voluntário4a	29
4.1.8	Voluntário4b	30
4.1.9	Voluntário5	31
4.1.10	Voluntário5a	32
4.1.11	Voluntário5b	33
4.1.12	Voluntário6	34
4.1.13	Voluntário7	35
4.1.14	Voluntário8	36
4.1.15	Voluntário8a	37
4.1.16	Voluntário8b	38
4.1.17	Voluntário9	39
4.1.18	Voluntário10	40
4.1.19	Voluntário11	41
4.1.20	Voluntário12	42

4.2	Conclusão	43
4.3	Pesquisas Futuras	44
A	Redes	46
A.1	Origem de Grafos	46
A.1.1	Teoria dos Grafos	47
A.1.2	Aplicações de Grafos	52
A.2	Teoria de Redes	54
A.3	Características Topológicas	55
A.3.1	Topologia de Rede Small World	56
A.3.2	Características da Small World	57
A.3.3	Topologia de Rede Aleatória	59
A.3.4	Redes Livre de Escala	60
A.4	Métricas nas Redes Complexas	61
A.5	Redes Sociais	62
A.5.1	Facebook	62
A.6	Comunicação	64

Lista de Tabelas

1.1	Tabela de Correlação SIR e RSF	3
1.2	Tabela de Campos Seleccionados do RSF	3
2.1	Tabela de algumas taxas básicas(iniciais) de reprodução	14
4.1	Tabela de Dados usados na simulação	23
A.1	Tabela de Representação do Grafo da figura A.3	51

Lista de Figuras

1.1	Mapa Conceitual	5
2.1	Modelo SIR.	8
2.2	Fração da População para S, I e R.	12
2.3	SIR dinâmico	15
3.1	Fluxograma do Simulador (a)	18
3.2	Fluxograma do Simulador (b)	19
3.3	Fluxograma do Simulador (c)	20
4.1	resultado do voluntário1	24
4.2	resultado do voluntário1a	25
4.3	resultado do voluntário1b	26
4.4	resultado do voluntário2	27
4.5	resultado do voluntário3	28
4.6	resultado do voluntário4	29
4.7	resultado do voluntário4a	30
4.8	resultado do voluntário4	31
4.9	resultado do voluntário5	32
4.10	resultado do voluntário5a	33
4.11	resultado do voluntário5b	34
4.12	resultado do voluntário6	35
4.13	resultado do voluntário7	36
4.14	resultado do voluntário8	37
4.15	resultado do voluntário8a	38
4.16	resultado do voluntário8b	39
4.17	resultado do voluntário9	40
4.18	resultado do voluntário10	41
4.19	resultado do voluntário11	42
4.20	resultado do voluntário12	43
4.21	Mensagem emissor para receptor unidirecional	44
A.1	Problema das pontes de Konigsberg.	46
A.2	Grafo estilizado das Pontes de Konigsberg "A razão de tal coisa é que de cada ponto deve haver um número par de caminhos, pois será preciso um caminho para "entrar" e outro para "sair" ".	47
A.3	Grafo G.	47
A.4	exemplo de matriz de adjacência.	50
A.5	distribuição de poisson.	56
A.6	Pagina Inicial do Facebook.	64
A.7	Elementos do processo de comunicação	65

Lista de Siglas

PPGMCTI ..	Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial
WWW	World Wide Web
FIV	Feline Immunodeficiency Virus
Qtd	Quantidade
Tx	Taxa
R_0	Reprodução Básica
SIR	Modelo de Susceptível, Infectado e Recuperado
RSF	Rede Social Facebook
p/h	peçoas por hora

Introdução

O estudo das topologias de redes tem uma área ampla e apresenta uma aplicabilidade em diferentes ramos do conhecimento. Neste trabalho, foi aplicado o conceito de redes sociais e complexas para analisar a evolução dinâmica da informação em uma rede social virtual, usando, para tal, o modelo SIR (Susceptível, Infectado e Recuperado) da área de saúde. Assim, realizou-se o estudo do comportamento na rede social utilizando o modelo SIR. (KEELING; ROHANI, 2011) No modelo SIR há o estudo da disseminação de diversas doenças no ambiente de seres vivos, que o possibilita aplicá-lo ao subconjunto da Rede Social Facebook (RSF). O estudo do modelo SIR informa que existem recursos nesse conceito que é aplicado na propagação de doenças. Essa propagação é calculada por variáveis e envolvidas no cálculo da Reprodução Básica possibilitando identificar o método de determinação da explosão da velocidade de propagação desejada.

Com essas variáveis interpretadas, parte-se para o estudo da RSF na qual servirá de fornecimento de dados com a finalidade de alimentar um simulador cujo objetivo é de encontrar as taxas de velocidade de propagação da informação.

Problema: como desenvolver um modelo que possibilite encontrar possíveis taxas de propagação da informação em RSF, a partir de um modelo SIR?

1.1 Objetivo Geral

Aplicar o modelo SIR no subconjunto da RSF de modo a ser possível estabelecer a velocidade de propagação da informação.

1.1.1 Objetivos Específicos

- Utilizar taxas de reprodução básica existentes na literatura (Capítulo 2). Tais taxas de reprodução foram utilizadas como referência para a simulação baseada no algoritmo de Keeling e Rohani (2011);
- Adaptar o modelo SIR (Capítulo 2) para ser aplicado em uma simulação, correlacionando os campos necessários do RSF descritos na seção de Metodologia;
- Buscar da rede social mais utilizada atualmente, facebook, dados iniciais catalogando-os para utilizá-los no simulador;

- Calcular a taxa de Reprodução Básica do Facebook pelo simulador;

1.2 *Justificativa*

Em toda área de estudo há avanços em função da apropriação de modelos utilizados em outras áreas do conhecimento.([DEGRAVE, 2007](#))

No estágio de desenvolvimento social em que nos encontramos a informação tornou-se um bem precioso, tanto no quesito de sua inserção como desenvolvimento de novas tecnologias de comunicação social, quanto no de disseminação de informação nessas tecnologias.([NEDER, 2001](#)) Nos últimos anos, vimos o aparecimento de softwares de comunicação em rede, conhecidas como redes sociais, essas permitem a troca de informações pessoais e comerciais.

A influência da informação no mundo atual é de fundamental importância para as áreas políticas e comerciais. Na área política se exemplifica pela disseminação de pessoas que tem interesse de ser conhecidas com o objetivo de promoção de sua imagem para determinados cargos políticos. Na área comercial as grandes marcas se promovem como única opção de consumo. E até mesmos as empresas e marcas concorrentes podem lançar mensagens em forma de ruído, ou seja, de forma negativa para derrubar a concorrência.

O presente trabalho parte de pressuposto de que a informações nas redes sociais são disseminadas de qualquer forma, logo sua importância se dá em função da velocidade e importância da sua disseminação na rede.

É neste contexto de discussão sobre processo de disseminação de informação que este trabalho busca contribuir, pois busca verificar se a informação numa rede social obedece as leis de contágio de doenças infecto contagiosas? Para tanto aplicou-se o modelo SIR que expõe conceitos de aplicação de disseminação de doenças em uma rede de indivíduos expostos a determinados vírus de doenças infectocontagiosas. Esse modelo define a proliferação de doenças segundo [Keeling e Rohani \(2011\)](#).

Existem alguns trabalhos que conseguem esclarecer algumas afirmações sobre esse ambiente de redes sociais.([SCARDUA, 2011](#))([RECUERO, 2005](#))

1.3 *Hipóteses*

Com a adaptação do Modelo SIR a RSF simulará as possíveis taxas de Reprodução Básica que nos fornece a velocidade da informação.

1.4 Metodologia

A pesquisa que está sendo proposta neste trabalho tem como objetivo ser de caráter exploratória por ser um estudo que engloba um levantamento bibliográfico, coleta de dados de pessoas para avaliar o resultado a partir de uma simulação, além da interpretação dos resultados obtidos desta simulação.

Nessa pesquisa existe um caráter fundamental que se delineará pela forma experimental. A pesquisa realizada é de forma experimental. Assim, será determinado o objeto de estudo definindo as formas de aplicação e o resultado de acordo com Gil (2009).

O modelo SIR e a RSF tem como correlação relacionada na seguinte tabela 1.1, onde o número da população susceptível a uma infecção é relacionada ao número de amigos que uma pessoa possui na RSF. Outra relação é o número de infectados que foram associados ao número de curtidas e/ou comentários feitos no RSF.

Tabela 1.1: Tabela de Correlação SIR e RSF

SIR	RSF
População Susceptível	Amigos no Facebook
Infectados	Curtidas / Comentários

Fonte: Próprio autor

1.4.1 Coleta de Dados

As variáveis discriminadas na correlação do SIR e RSF foram apresentadas na tabela 1.1. Aqui foi feita correlação básica do modelo proposto para a simulação.

Contudo, as pessoas que serão selecionadas podem ser de qualquer gênero, pois nesse caso não se tem relevância discriminar o gênero dos voluntários selecionados, até porque serve de preservação de sua identidade nesta pesquisa. Os itens que são de representação significativa são o número de amigos do voluntário, data da publicação da mensagem incluindo hora inicial e final da observação, quantidade de pessoas que curtiram e/ou comentaram a publicação(mensagem). A seguir, apresentamos o sumário na tabela 1.2 para se visualizar melhor os itens mencionados.

Tabela 1.2: Tabela de Campos Selecionados do RSF

Data Publicação	Hora Inicial	Data final	Hora Final	Amigos	Qtd Curtidas/Compartilhadas
11/05/2013	10:44	21/09/2013	12:04	896	31
19/05/2013	09:50	21/09/2013	10:44	896	27
31/10/2013	15:13	31/10/2013	18:15	400	34

Fonte: Próprio autor

Com a apresentação dos campos selecionados da RSF, a coleta de dados utilizada para a

simulação foi feita baseada nos seguintes itens:

- Data de Publicação: data que o emissor publica sua mensagem;
- Informação publicada: conteúdo da informação que pode ser texto, imagem, vídeo e outras;
- Quantidade curtida: campo que se encontra no ambiente do facebook;
- Quantidade Compartilhada: campo que se encontra no ambiente do facebook;
- Voluntário: pessoa que foi analisada no momento da publicação;
- Quantidade de Amigos: campo que informa o número de amigos que uma pessoa possui no ambiente do facebook;
- Hora inicial: registro inicial gravado no campo do facebook no momento em que a mensagem é publicada;
- Data final da observação: data em que o pesquisador fecha a observação da mensagem publicada;
- Hora final da observação: hora em que o pesquisador encerra a observação da mensagem publicada;

Inicialmente, coletamos dados com intervalos de tempo curtos de no máximo 6 horas. Na medida da evolução da pesquisa foi constatado que deveria se ter um período maior de tempo para analisar a disseminação da informação. Para isso, foi utilizada uma janela maior de tempo de no mínimo 24 horas nas coletas.

Aqui a coleta de dados foi feita com a observação de algumas pessoas escolhidas com um número de conexões(amigos) entre 300 a 1000 pessoas conectadas.

Com base nessa informação as mensagens utilizadas foram preferencialmente imagens, conteúdos que sinalizassem lazer, trabalho ou oportunidades, informações de pessoas que se consideram politizadas.

Dessa forma, foram registradas e organizadas conforme a lista de campos ou itens mencionados anteriormente e preparadas para o simulador.

1.4.2 Estrutura da Pesquisa

Para melhor resumir o projeto descrito, criou-se um mapa conceitual para melhor resumir a pesquisa descrita conforme visualizado na figura 1.1. O mapa de tópicos faz uma referência aos capítulos descritos nessa pesquisa. O Anexo A explica com riqueza de detalhes o conteúdo do seu tópico.

No Capítulo 2 descreve os modelos existentes e foca no modelo SIR.

No Capítulo 3 explica como foi montado toda a metodologia apresentada. Aqui irá se apresentar a coleta de dados para a simulação idealizada.

Seguido do Capítulo 4 falando das considerações finais.

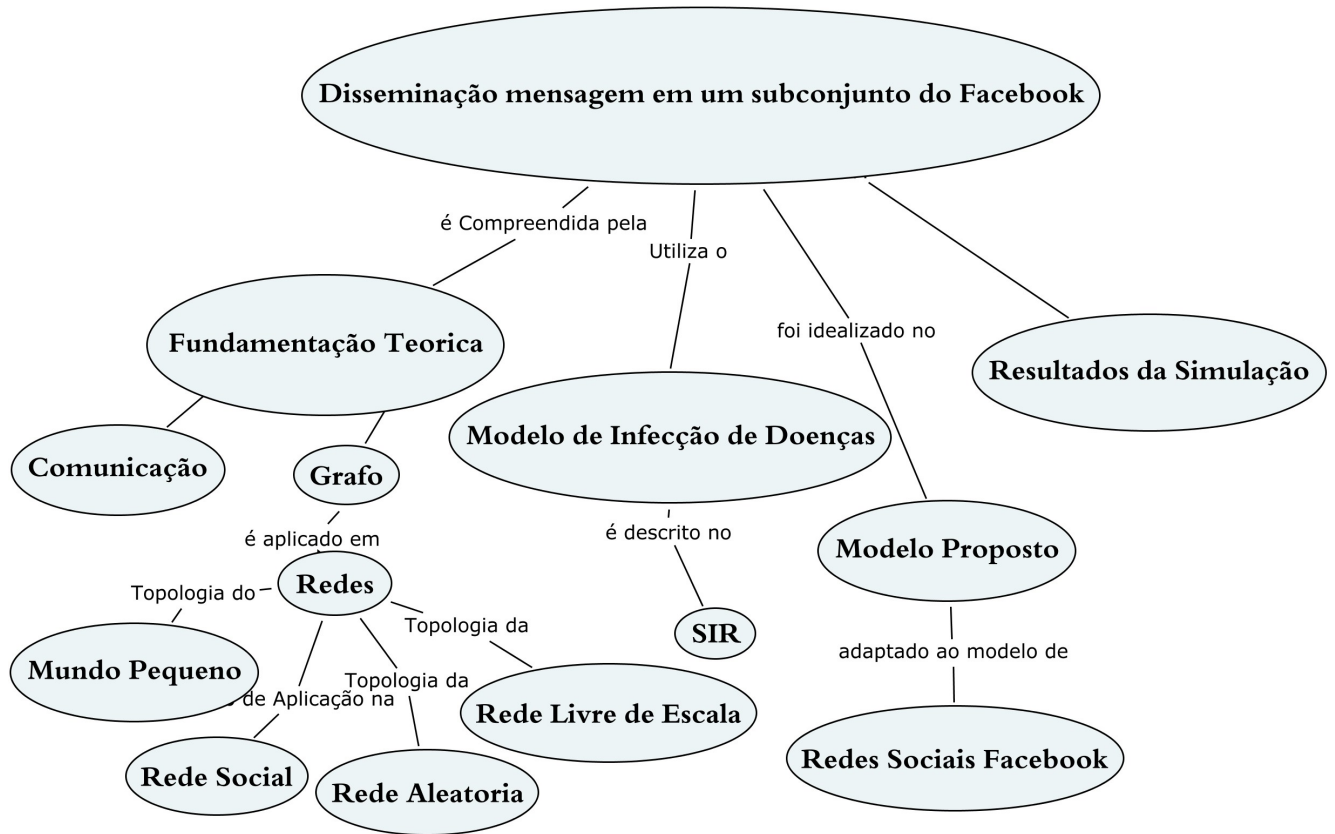


Figura 1.1: Mapa Conceitual

Modelos em Ambiente de Doenças Infectocontagiosas

Neste capítulo serão apresentados os fundamentos relacionados ao modelo SIR que guiarão esta pesquisa. Inicialmente, dissertaremos sobre os modelos em ambiente de doenças infetocontagiosas, os modelos sem e com demografia, bem como a modelagem matemática necessária para o desenvolvimento deste tipo de estudo.

2.1 Modelo Epidêmico

O processo de modelagem em epidemiologia tem a mesma filosofia básica e objetivos utilizados por um modelo ecológico. Ambos compartilham um objetivo final de entender o prevaecimento e distribuição das espécies, junto com os fatores que determinam a incidência, espalhamento(disseminação) e persistência.

A ecologia precisa de espécies, e essas são obtidas através do grande interesse da Sociedade Medicinal estabelecendo ou prognosticando o exato número de partículas de vírus em uma população analisada, ou mesmo dentro de um indivíduo, na qual esse processo se torna inviável. Os modelos concentram sua simples tarefa de categorizar indivíduos em um 'host'¹ da população, relacionando seus tipos a forma de infecção. Esses modelos epidemiológicos podem ser comparados aos da população usados na ecologia (([LEVINS, 1969](#)); ([GILPIN, 1997](#))), onde cada host individual é considerado como um remendo de recursos de patógeno² com transmissão e recuperação análoga para dispersão e extinção de acordo com [Keeling e Rohani \(2011\)](#)

O que precisa estar contextualizado são as teorias epidemiológicas de forma conceitual e tecnicamente desenvolvidas e testadas.

Um dos modelos categóricos em epidemiologia se baseia no afastamento dos N indivíduos que formam uma população em estudo com três classes, determinando S , I e R , em função do seu estado quanto a infecção.

$S(t)$ é o numero de indivíduos que não estão infectados no momento t , ou seja, esses indivíduos estão dispostos a infecção mas não foram contaminados naquele instante t . $I(t)$ é o numero de indivíduos infectados no momento t e passível de transmitir a doença aos indivíduos da classe S . Na classe $R(t)$ é o numero de indivíduos que foram infectados e imunizados totalmente contra o agente infeccioso, onde não possuem mais a possibilidade de serem novamente infectados. Contudo, essa classe $R(t)$ engloba os seres que estão com imunidade por recuperação da doença, os que são isolados da restante população e os que

¹Amostra, parcela

²Agente que causa doença

falecem por ação da doença de acordo com [Loff \(2007\)](#).

O modelo de ([MCKENDRICK, 1927](#)) se baseia em:

- as funções do seu modelo são diferenciais em um determinado instante de tempo (t);
- A população encontra-se fechada. Não existe entrada e nem saída de seres a não ser pela morte provocada pela doença;
- Um ser infectado tem contato suficiente para a ocorrência de contágio com βN indivíduos por unidade de tempo;
- Fração α de indivíduos abandona a classe I, por unidade de tempo.

2.1.1 Modelo SIR

Segundo [Keeling e Rohani \(2011\)](#), no contexto histórico de longas décadas, a origem se inicia com o modelo epidemiológico matemático no qual estará obrigado a ser considerado infecções que após o contato sejam fortemente imunizadas. Nesse caso, a filosofia subjacente (comum) está em assumir indivíduos que estejam susceptíveis a infecções (está em um ambiente onde a incidência da doença é alta), ou recuperada (houve infecção previamente e conseqüentemente ficou imune, ou seja, curada).

A infecção de doenças é tipicamente categorizada como aguda³. Esse termo refere-se a rapidez da infecção, onde relativamente se promove a isenção do agente da doença (imunidade) velozmente como resposta na remoção patógena depois de um curto período de tempo, talvez dias ou semanas que nesse caso se caracteriza pela cura da doença. Exemplificando essas doenças podem ser citadas: rubéola, gripe ou influenza, cinomose, raiva e varicela. As doenças de longo período se caracterizam por crônica podendo durar meses ou anos como a herpes e clamídia. O início do desenvolvimento de modelos infectuosos, assumi-se a patologia que causa doenças por período de tempo seguido (tipicamente ao longo vida) dessa imunização segundo [Keeling e Rohani \(2011\)](#).

Este cenário é matematicamente melhor descrito pelo chamado Modelo S-I-R (([DIETZ, 1976](#))). Este formalismo, que foi iniciado e estudado dentro do departamento de Kermack através de McKendrick de acordo com [McKendrick \(1927\)](#), categoriza os referenciados (hosts) dentro da população como Susceptível (se previamente não exposto ao patógeno), Infectado (se correntemente contaminado pelo patógeno), e Recuperado (se foi imunizados).

Agora que se sabe como muitas categorias existem e como essas categorias são definidas, a questão implica em como indivíduos contaminam de um para o outro.

³aguda para Medicina diz-se da doença que rapidamente se torna intensa e grave in [Dicionário Priberam da Língua Portuguesa, 2008-2013](#), <http://www.priberam.pt/dlpo/aguda> [consultado em 14-03-2014].

Em um caso (foi ignorada a população demográfica⁴, se tem apenas a transmissão $S^5 \rightarrow I^6$ e $I \rightarrow R^7$ O segundo($I \rightarrow R$) desse é mais fácil, tanto que se lida com o primeiro($S \rightarrow I$). Esse infectado pode se mover para a classe recuperada apenas uma vez, pois têm se combatida a infecção.

Por infecções agudas, geralmente é observado que uma quantidade de tempo é gasta na classe de infecção(‘Período Infectuoso’) é distribuída ao redor de um valor principal, onde pode ser feita a estimativa precisa dos dados clínicos.

Numa perspectiva de modelagem, esta interpretação dentro da probabilidade de um indivíduo mover-se do grupo de I(Infectado), para o grupo de R(Recuperado) sendo dependente de quanto tempo esse indivíduo permaneceu na classe de infectado. Entretanto, pesquisadores fazem a simplificação suposta de que a taxa γ do recuperado (é o inverso do período infeccioso), pois é constante de acordo com Keeling e Rohani (2011)

A progressão do S para I envolve claramente transmissão de doenças em que é determinada por três fatores distintos:

1. Predomínio dos Infectados
2. A subjacente estrutura de contato da população
3. Probabilidade de transmissão depois do contato

Para uma transmissão direta patogênica⁸, tem de haver contato entre o susceptível e indivíduos infectados além da probabilidade desse acontecimento ser determinado pelos respectivos níveis do S e I, como na inerente estrutura de contato do hospedeiro populacional. Na figura 2.1 se tem o fluxograma do modelo simples do SIR de acordo com Keeling e Rohani (2011)

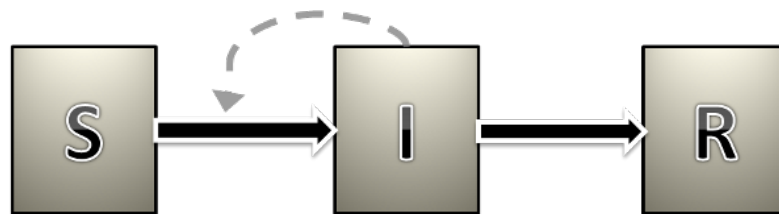


Figura 2.1: Modelo SIR.

Fonte: Keeling e Rohani (2011)

Alguns esclarecimentos sobre as nomenclaturas exploradas.

A “força da Infecção” chamada λ , que é definida como a taxa per capita em que indivíduos

⁴Sem demografia - que não se contabiliza os nascimentos, mortes e migrações

⁵S = Número de indivíduos suscetíveis a alguma infecção

⁶I = Número de indivíduos infectados

⁷R = Número de indivíduos recuperados de alguma infecção

⁸Patogênica pelo site <http://www.priberam.pt/dlpo/> denota que é um agente que pode provocar uma doença.

susceptíveis contraem a infecção.

Entretanto, a taxa em que novos infectados são produzidos é $\lambda \times X$, onde X é o número de indivíduos na classe S . Esta força de Infecções é intuitivamente proporcional ao número de indivíduos infectados. Para patogenia transmitida diretamente, onde transmissões requer contato entre infectados e susceptíveis, duas possibilidades genéricas existem dependendo de como nós esperamos a estrutura de contato para mudar com o tamanho da população

$$\lambda = \frac{\beta Y}{N} \quad (2.1)$$

e

$$\lambda = \beta \times Y \quad (2.2)$$

- Y é o número de infecções individuais;
- N é o total do tamanho da população;
- β é o produto da taxa de contato e probabilidade de transmissão. ([KEELING; ROHANI, 2011](#))

2.1.2 Matemática do SIR e Propagação

Considere um indivíduo susceptível com uma média k de contatos por unidade de tempo. Nesse caso, a fração $I = Y/N$ é o contato com infecções individuais.

Durante um pequeno intervalo de tempo (de t até $t + \delta t$), o número de contatos com infectados é

$$(KY/N) \times \delta t \quad (2.3)$$

- Y é o número de infectados;
- N é total do tamanho da população e
- δt variação de tempo

Então por independência de contatos, a probabilidade (chamada de $1 - \delta q$) que um indivíduo susceptível escape da infecção seguindo $(KY/N \times \delta t)$ contatos é:

$$1 - \delta q = (1 - c)^{\frac{KY}{N} \delta t} \quad (2.4)$$

- k número de contatos por unidade de tempo;
- Se define c como a probabilidade de transmissão de doença com sucesso seguindo um contato, então $1 - c$ é a probabilidade de não ocorrer a infecção;

Por isso, a probabilidade que o indivíduo esteja infectado que segue todos esses contatos é simplesmente δq . Assim a taxa de infecção pode ser definida:

$$\beta = -k \log(1 - c) \quad (2.5)$$

e substitui na expressão por $1 - \delta q$ enquanto permite nos atualizar a probabilidade de transmissão em um pequeno intervalo de tempo δt como

$$\delta q = 1 - \exp^{-\frac{\beta Y \delta t}{N}} \quad (2.6)$$

Para explicar esta probabilidade dentro da taxa em que a transmissão ocorre, primeiro expandimos o termo exponencial, dividido ambos os lados da equação por δt e pegando o limite de $\frac{\delta q}{\delta t}$ com $\delta t \rightarrow 0$. Este resultará em:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\beta Y}{N} \quad (2.7)$$

que é a taxa de transmissão por indivíduos susceptíveis.

De fato essa taxa é obtida pela representação de λ e referenciada como a 'Força de Infecção' - ela é medida per capita probabilidade de aquisição de infecção. O total da taxa de transmissão para a entidade susceptível populacional é dado por :

$$\frac{dX}{dt} = -\lambda X = -\frac{\beta XY}{N} \quad (2.8)$$

onde $\lambda = \beta Y/N$

- X é definido como o número de susceptíveis na população

Caso as variáveis sejam reordenadas por substituição:

$$S = \frac{X}{N} \quad (2.9)$$

e

$$I = \frac{Y}{N} \quad (2.10)$$

frações(ou densidades), a equação acima torna-se:

$$\frac{dS}{dt} = \beta IS \quad (2.11)$$

- β = taxa de Transmissão de Doença de Infectados.

As diferenças entre frequência e transmissão dependência-densidade torna-se importante se o tamanho da população muda, ou quando se está tentando parametrizar modelos de

doenças através de uma gama de tamanho da população de acordo com [Keeling e Rohani \(2011\)](#)

2.1.3 Modelo SIR sem Demografia

O modelo mais simples que se estudará aqui é o modelo SIR sem demografia⁹ onde deve se considerar um população fechada sem aspectos demográficos (sem nascimentos, mortes ou migrações).

O cenário que se utiliza é uma população com um baixo nível de agente de infecção, que é introduzido levando ao resultado epidêmico. Isso ocorre suficientemente rápido no qual o processo demográfico não é influente. Assume-se mistura homogênea, na qual afeta o padrão de contatos que são descartados, sendo βSI como um termo de transmissão.

Dando a premissa que as probabilidades epidemiológica subjacente(básica) são constantes, obtêm-se as equações SIR:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI \quad (2.12)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \quad (2.13)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (2.14)$$

- I = Número de infectados;
- S = Número de susceptíveis a infecção;
- R = Número de recuperados da infecção;
- O parâmetro γ é chamado de taxa de recuperação.

Embora muitas vezes o interesse esteja dentro da recíproca($\frac{1}{\gamma}$), em que determina a média de infecção no período. Na maioria das doenças, o período de infecção pode ser estimado precisamente de dados epidemiológicos. Nota-se que epidemiologistas tipicamente não

⁹É uma área da ciência geográfica que estuda a dinâmica populacional humana envolvendo como seu objeto de estudo as dimensões estatísticas, estrutura e distribuição das diversas populações humanas.([KEELING; ROHANI, 2011](#))

escrevem a equação para a classe R porque sabem que $S + I + R = 1$, pois S e I permitirão calcular o R. Essas equações tem condições iniciais $S(0) > 0, I(0) > 0$ e $R(0) > 0$.

Um exemplo de uma progressão epidêmica gerada dessas equações esta presente na figura 2.2. (KEELING; ROHANI, 2011)

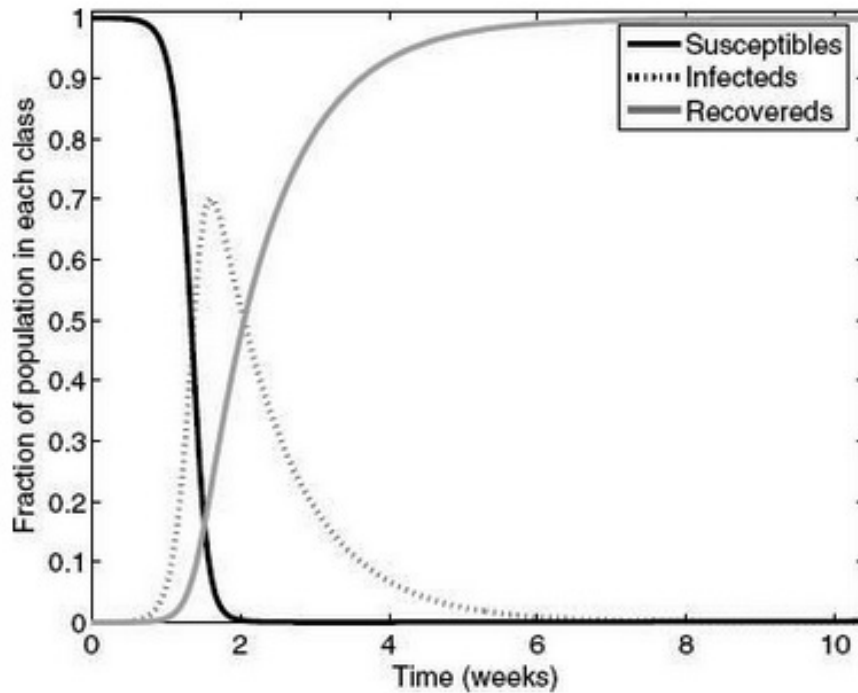


Figura 2.2: Fração da População para S, I e R.

Fonte: Keeling e Rohani (2011)

No fenômeno limiar vamos considerar o início do estágio depois $I(0)$ infectados são introduzidos dentro da população consistindo de $S(0)$ susceptíveis. Quais fatores determinarão se uma epidemia ocorrerá ou se a infecção falhará na invasão? A nova forma da equação 1.3 modificada resultando na equação 1.4 responde ao questionamento:

$$\frac{dI}{dt} = I(\beta S - \gamma) \quad (2.15)$$

- β é a taxa de transmissão;
- γ é a taxa de recuperados;
- E o I é o número de infectados

Se a fração inicial de Susceptíveis ($S(0)$) é menor que γ/β então $\frac{dI}{dt} < 0$ e a infecção morre. Este é o resultado esperado para McKendrick (1927) e é referenciado para como o ‘Threshold Phenomenon’, porque inicialmente a proporção de susceptíveis na população deve

exceder este crítico limite para uma infecção invadi-la ([RANSOME, 1880](#)) ([RANSOME, 1881](#)); ([HAMER, 1897](#)).

Alternadamente, podemos interpretar este resultado como requerido γ/β , na relativa taxa de remoção, para ser pequeno o suficiente para permitir a doença se espalhar ou disseminar. Esse inverso da taxa removida relativa é chamada de taxa básica reprodutiva (com o símbolo universal R_0) e é uma das mais importante quantidades em epidemiologia. Ela é definida como:

A média de casos secundários decorrentes do primeiro caso em uma população inteiramente susceptível.

Pode-se usar o R_0 para expressar o fenômeno limiar; Assumindo todos na população é inicializada susceptivelmente ($S_0 = 1$), a patogene pode ser invadida apenas se $R_0 > 1$. Este faz muito sentido porque toda infecção que não pode transmitir com sucesso, não vai se espalhar em virtude da falta de um novo hospedeiro para contaminar.

Alguns exemplos de doenças com seus estimados valores de R_0 são mostrados na Tabela 2.1 de R_0 , em virtude das diferenças em taxas demográficas, gradientes rural-urbano, e estrutura de contato, diferentes populações humanas deve ser associadas com diferentes valores de R_0 para a mesma doença.

O valor de R_0 depende de ambas as doenças e hospedeiro populacional.

Pode-se calcular R_0 como uma taxa em que novos casos são produzidos por uma infecção individual (quando a entidade populacional é susceptível) multiplicado pela media de infectados do período:

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma} \quad (2.16)$$

- lembrando que $\beta =$ taxa de transmissão de doenças;
- $\gamma =$ taxa de recuperados

Para doença infecciosa com média infecciosa do período dada por

$$\bar{I} = \frac{1}{\gamma} \quad (2.17)$$

Vacinação pode ser usada para reduzir a proporção de susceptíveis abaixo de $1/R_0$ e portanto erradica a doença de acordo com [Keeling e Rohani \(2011\)](#).

Tabela 2.1: Tabela de algumas taxas básicas(iniciais) de reprodução

Doença Infecciosa	Hospedeiro	Estimada R_0	Referencia
FIV	Gatos domésticos	1,1 - 1,5	Smith(2001)
Raiva	Cachorros(Kenya)	2,44	Kitala et al(2002)
Cinomose	seads	2-3	Swinton et al.(1998)
Tuberculose	gado	2,6	Goodchild and Clifton-Hadley(2001)
Influenza	Humanos	3-4	Murray(1989)
Doença da febre aftosa	fazenda de pecuaria	3,5-4,5	Ferguson et al(2001)
Varíola	Humanos	3,5-6	Gani and Leach(2001)
Rubéola	Humanos	6-7	Anderson and May (1991)
Catapora	Humanos	10-12	Anderson and May (1991)
Sarampo	Humanos	16-18	Anderson and May (1982)
Coqueluche	Humanos	16-18	Anderson and May (1982)

Fonte: [Keeling e Rohani \(2011\)](#)

2.1.4 Modelo SIR com Demografia

No item anterior o estudo ficou condicionado a abstração da demografia. Contudo, se deseja explorar o termo mais longo de persistência e dinâmica endêmica¹⁰ de uma doença infecciosa, obviamente os processos demográficos são importantes. Em destaque, o mais importante ingrediente necessário para a endemicidade de uma população é o influxo de novos susceptíveis através de nascimentos.

¹⁰Doença frequente nos habitantes de uma região ou localidade segundo o <http://www.priberam.pt/dlpo/endêmica>

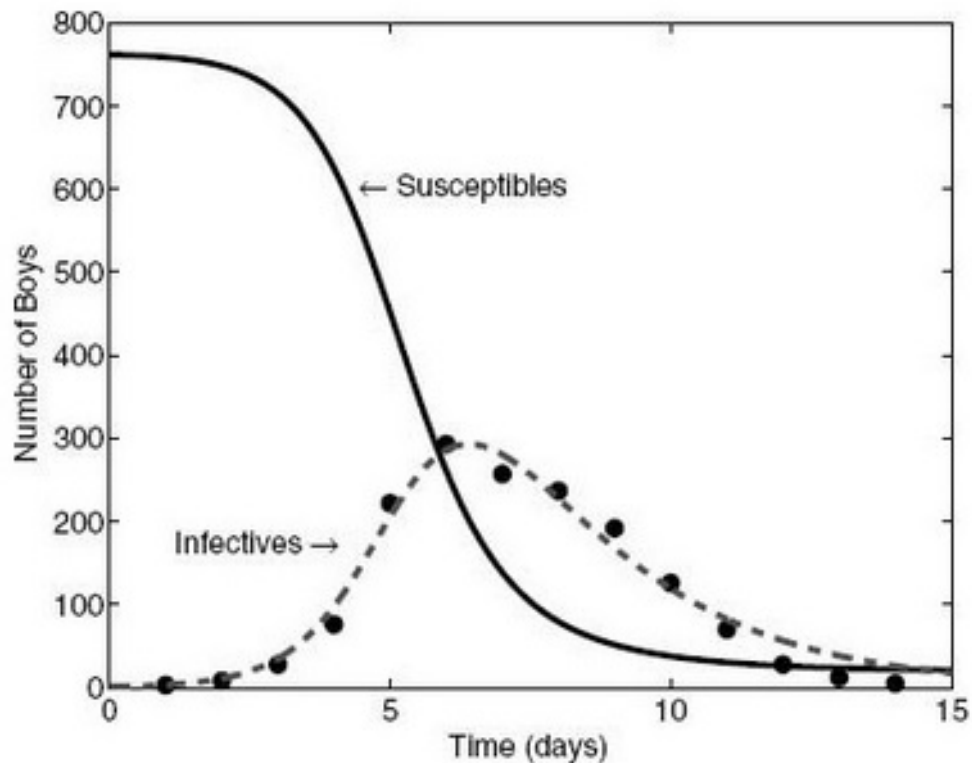


Figura 2.3: SIR dinâmico
 .Fonte: Keeling e Rohani (2011)

O dinâmico SIR na figura 2.3 possui círculos que representam o número de garotos com influenza no Internato Inglês em 1978 (dados da edição de 4 de março do Jornal Médico Britânico) as curvas representa soluções do Modelo SIR equipado para os dados usando os mínimos quadrados.

Parâmetros estimados são $\beta = 1,66$ por dia e $\frac{1}{\gamma} = 2,2$ dias, dando um $R_0 = 3,65$.

Simplesmente a forma mais comum de introdução demográfica dentro do modelo SIR é assumir que existe um hospedeiro natural “expectativa de vida”, $1/\mu$ anos. A taxa desses indivíduos (toda classe epidemiológica) sofre mortalidade natural dada por μ .

Ele é importante para ressaltar que este fator é independente da doença e não é intencionalmente para refletir a patogenicidade¹¹ do agente infeccioso. O μ representa a taxa crucial de nascimento da população, assegurando assim que o tamanho total populacional não muda através do tempo ($\frac{dS}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dR}{dt} = 0$). Este quadro é muito voltado para o estudo de infecções humanas para nações desenvolvidas - essa abordagem deveria ser diferente se o hospedeiro populacional exibido pertencesse a dinâmicas “interessantes”. Com essa inclusão desse fator obtêm-se as formulas:

¹¹Pelo Priberam significa Qualidade do agente causador da doença

$$\frac{dS}{dt} = \mu - \beta SI - \mu S \quad (2.18)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I - \mu I \quad (2.19)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R. \quad (2.20)$$

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma + \mu} \quad (2.21)$$

- μ mortalidade natural

Vale enfatizar que o valor de R_0 com demografia é menor que o R_0 sem demografia. (KEELING; ROHANI, 2011)

2.1.5 A Taxa de Reprodução Básica do Vírus de Imunodeficiência Humana (HIV)

Segundo [Vieira \(2005\)](#) existe a crítica quantificação da propagação de doença no modelo de epidemiologia que é o número de reprodução básica ou limiar que é representado por R_0 , definido como o número médio da infecções secundarias gerada por uma infecção individual em uma população inteiramente susceptível.

Essa magnitude determina a probabilidade, velocidade e escala do espalhamento da infecção, determina o curso da epidemia.

No caso mais simples com o espalhamento em uma população mista homogênea.

$$R_0 = c\beta D \quad (2.22)$$

- c é a taxa de variação media de mudança do parceiro sexual;
- β probabilidade de infecção entre susceptíveis e infectados e
- D é a duração média da infecção

Esse caso é para uma população mista homogênea. Os outros casos não devem ser listados nesse estudo.

Modelo Proposto

3.1 Processo de Coleta de Dados

Neste capítulo será apresentado o modelo proposto, seguido de um esquema resumindo os conceitos envolvidos, com uma explanação da forma como foi coletado os dados para simulação, além do fluxograma do algoritmo usado. A Metodologia utilizada pode ser descrita em:

1. Coletar os dados anônimos de pessoas reais do facebook, catalogando as mensagens curtidas e número de pessoas amigas do ‘pai’ da mensagem;
2. Utilizar como referência a Tabela 2.1 de Reprodução básica(R_0) mostrada no Capítulo ?? de Infecção de Doenças para se calcular as taxas de Transmissão (β) nas quais se possuem mais de cinco doenças na tabela, onde se foi restringidos a apenas cinco, como FIV, Raiva, Rubéola, Catapora e Sarampo;
3. Calcular a taxa de transmissão baseado na formula: $R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$ onde a taxa de recuperados é resolvida pela inversa do tempo da infecção dada por

$$\gamma = \frac{1}{\text{tempodecorrido}} \quad (3.1)$$

4. Utilizar o programa adaptado do Matlab para gerar os resultados baseado no fluxograma da aplicação das figuras 3.1, 3.2 e 3.3.

3.2 Fluxograma da Aplicação

As figuras 3.1, 3.2 e 3.3 representam o fluxograma para a simulação baseada no subconjunto dos dados coletados do facebook.

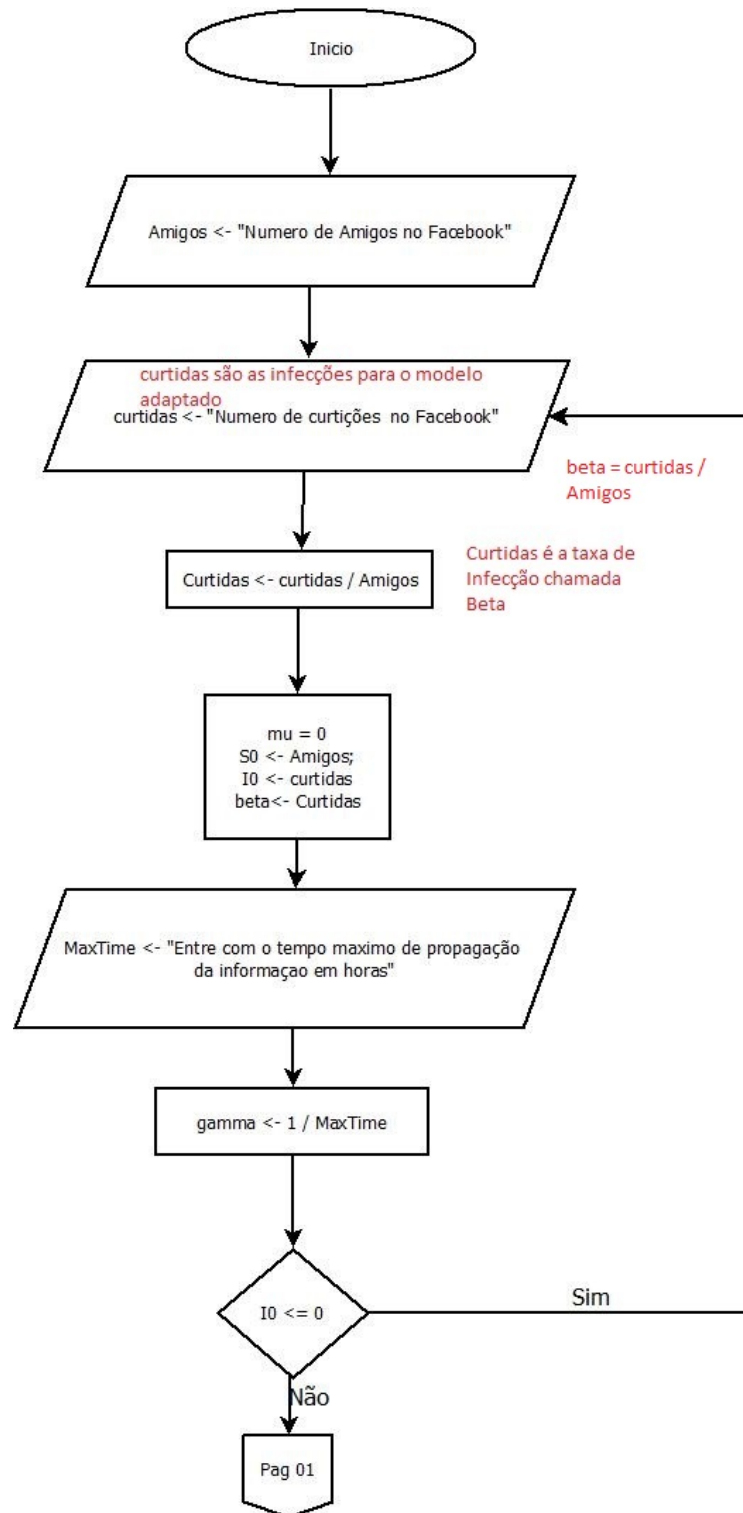


Figura 3.1: Fluxograma do Simulador (a)

Fonte: Próprio Autor

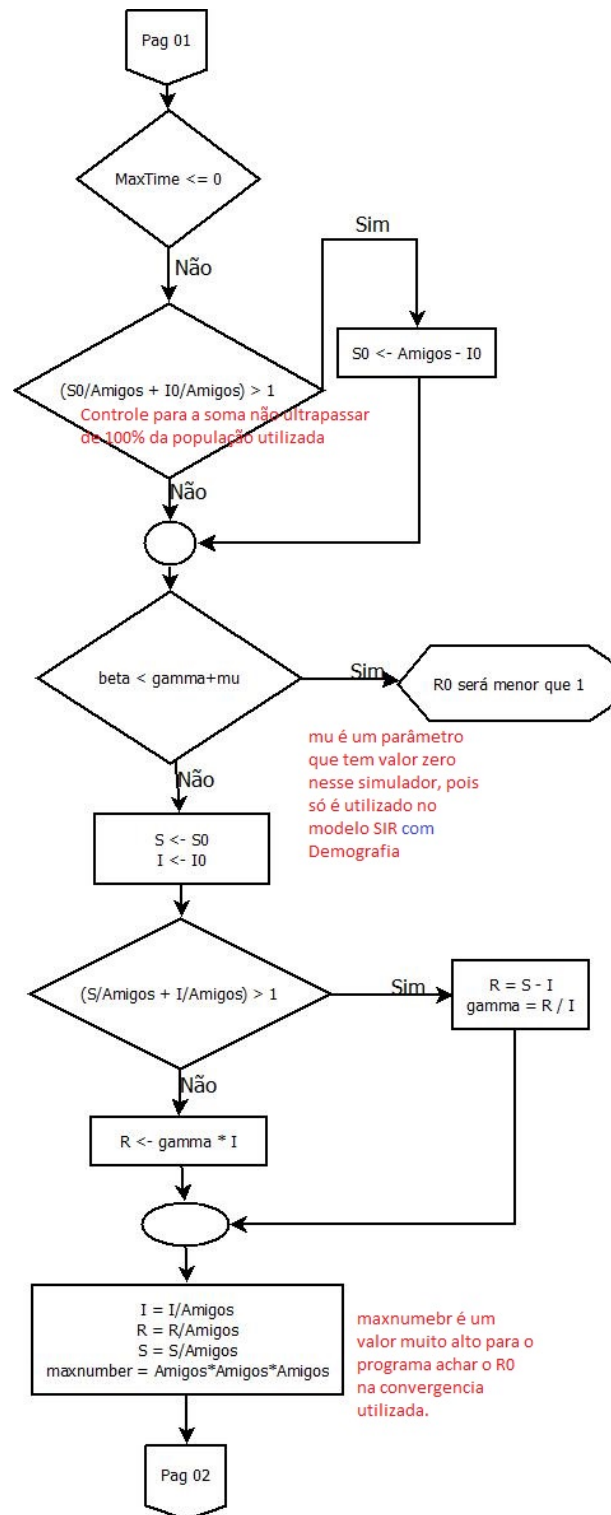


Figura 3.2: Fluxograma do Simulador (b)

Fonte: Próprio Autor

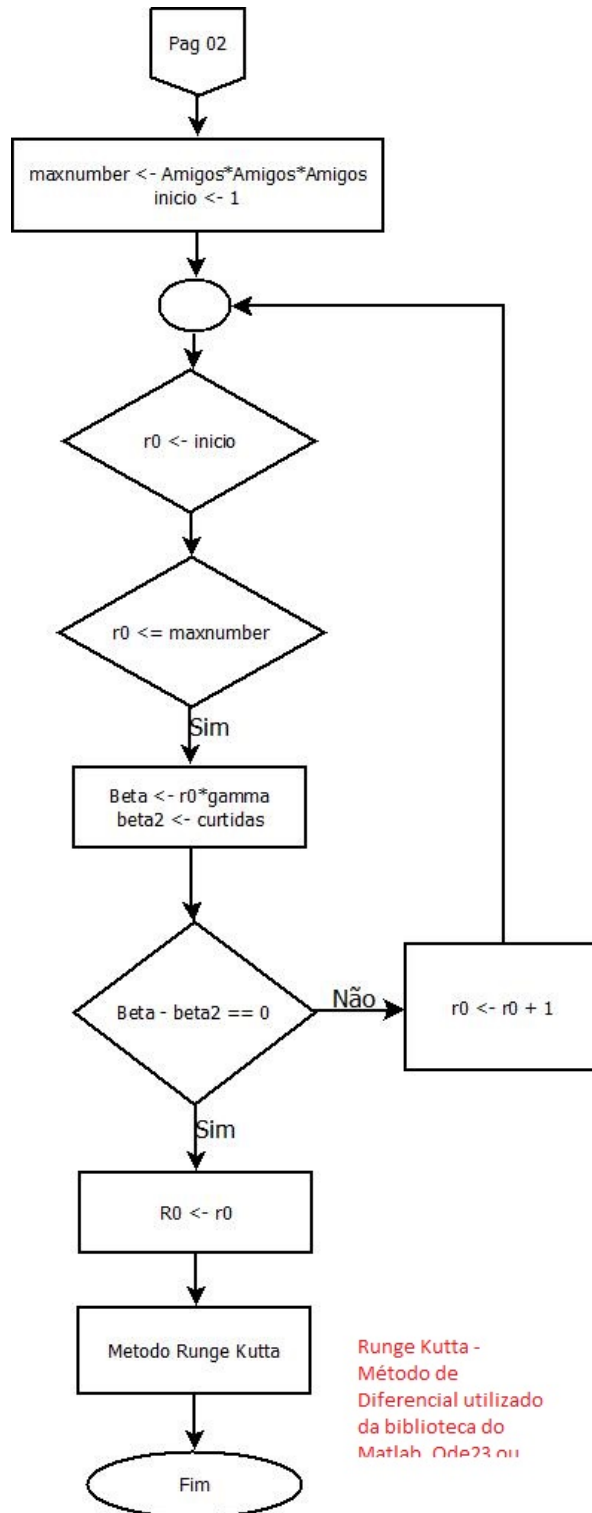


Figura 3.3: Fluxograma do Simulador (c)

Fonte: Próprio Autor

3.2.1 Utilização da Tabela de Reprodução Básica

Foram feitos cálculos da Tabela 2.1 para adequação dos coeficientes de taxa de infecção β e a taxa de recuperados γ .

Inicialmente foram calculados a taxa de infecção para cinco tipos de doenças referenciados por Keeling e Rohani (2011) descritos no Capítulo 2 de Infecção de doenças e aplicados nas simulações realizadas.

Vale destacar que no modelo de doenças foram feitas adaptações para aplicação do método na simulação desenvolvida da seguinte forma:

- Número de infecções = número de curtidas de uma mensagem;
- Número de amigos do originador das mensagens = número de susceptíveis a mensagem;
- População da amostra = Conexões diretas no facebook;
- taxa de recuperados = $1 - (I + S)$.

Esses dados coletados conforme a Tabela 4.1 designaram os parâmetros que foram usados com entrada de dados para alimentar o processamento do algoritmo apresentado em formato de fluxograma. Foi executado para se extrair as informações programadas pelo simulador. O comportamento das observações de publicação no facebook foram capturados manualmente.

Esses dados geraram vários resultados que foram catalogados em forma de gráficos para analisar seus resultados no Capítulo 4.

Considerações Finais

A fim de testar o modelo idealizado e aplicado nesta pesquisa, executamos um conjunto de simulações, utilizando alguns parâmetros, na disseminação da informação do subconjunto da uma rede social estudada.

De modo a verificar o resultado que esse experimento mostrará, se utilizou alguns valores observados na RSF e arquivado em uma base de dados em forma da tabela 4.1 para alimentar o simulador e ver os resultados da velocidade de propagação da informação em uma variação de tempo.

4.1 Resultados

A seguir na Tabela 4.1 da simulação mostramos os dados utilizados para execução do experimento:

Tabela 4.1: Tabela de Dados usados na simulação

Voluntário	Qtd Curtida + Comentário	Qtd Amigos	Velocidade R_0 (p/h)	Tempo(horas)
Voluntário1	31	896	96720	3120
Voluntário1a	89	896	277680	3120
Voluntário1b	10	896	31200	3120
Voluntário2	27	896	79056	2928
Voluntário3	38	896	154128	4056
Voluntário4	9	328	432	48
Voluntário4a	33	328	1584	48
Voluntário4b	66	328	3168	48
Voluntário5	15	947	15	1
Voluntário5a	30	947	30	1
Voluntário5b	95	947	95	1
Voluntário6	15	331	90	6
Voluntário7	24	896	15552	648
Voluntário8	29	613	2088	72
Voluntário8a	61	613	4392	72
Voluntário8b	122	613	8784	72
Voluntário9	14	613	1008	72
Voluntário10	34	400	102	3
Voluntário11	93	616	66960	720
Voluntário12	194	494	139680	720

Fonte: Próprio Autor

Nessa seção serão mostrados os resultados das simulações. Foi feita a simulação com o número de população que se considera o limite imposto pelo Sistema do Facebook que é de 5000 pessoas.

4.1.1 Voluntário1

Na linha do Voluntário1 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação(R_0) de 96720 p/h para uma taxa de infecção de 31 e tempo de propagação de 3120 horas. Essa velocidade encontrada identifica a inclinação da reta, interpretando que a mensagem não tem uma propagação muito rápida, causando uma demora para chegar ao valor nulo de pessoas susceptíveis a mensagem emitida. O conteúdo da mensagem é uma imagem de concretização de um projeto pelo autor(emissor) da informação. Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.1:

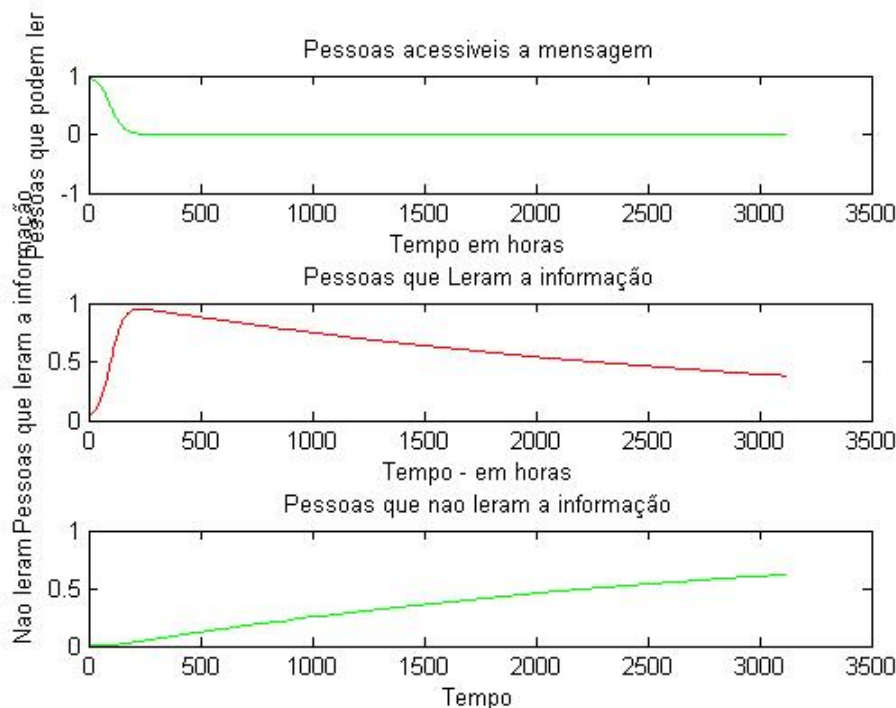


Figura 4.1: resultado do voluntário1

Fonte: Próprio Autor

4.1.2 Voluntário1a

Na linha do Voluntário1a presente na Tabela 4.1 simulou-se um valor de infecção de 10 curtidas equivalente a um valor aproximado de 1,11% do valor da população susceptível obtendo-se uma velocidade de propagação de 31200 p/h para e tempo de propagação de 3120 horas. Os parâmetros simulados nesse exemplo forma mantidos constantes os valores do tempo e população susceptível variando apenas o valor de β que são as curtições da mensagem. Nesse resultado podemos validar visualmente a inclinação da curva sendo mais acentuada e com um maior variação de tempo para chegar ao valor nulo de população susceptível a mensagem emitida. O conteúdo da imagem é o mesmo utilizado no pelo 4.1. Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.2:

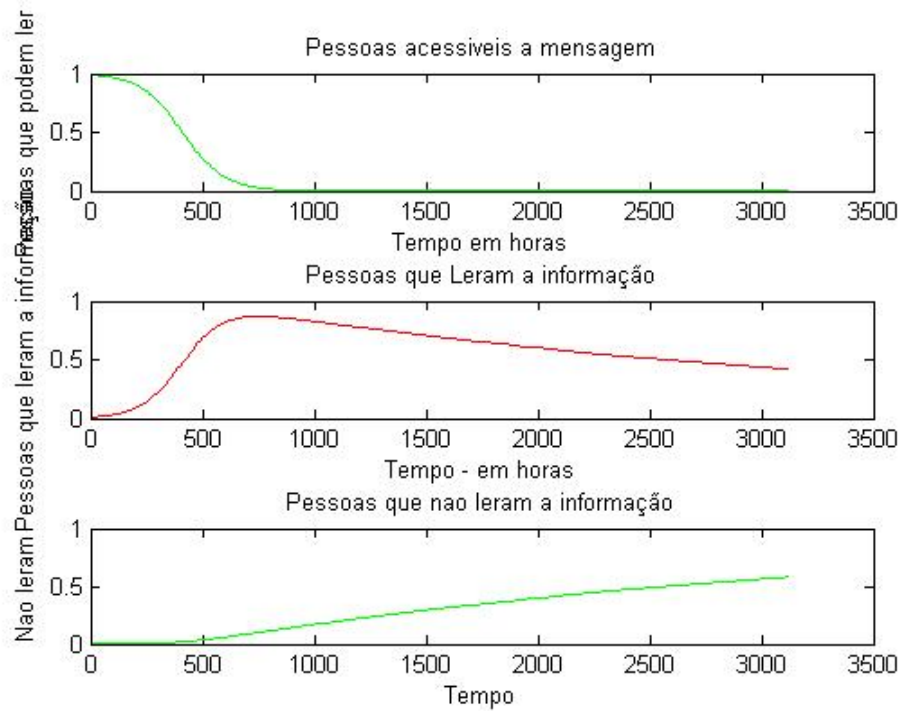


Figura 4.2: resultado do voluntário1a

Fonte: Próprio Autor

4.1.3 Voluntário1b

Na linha do Voluntário1b presente na Tabela 4.1 simulou-se um valor de infecção de 89 curtidas equivalente a um valor aproximado de 10%, do valor da população susceptível obtendo-se uma velocidade de propagação de 277680 p/h, para e tempo de propagação de 3120 horas. Os parâmetros simulados, nesse exemplo, foram mantidos constantes para os parametros do tempo e população susceptível, variando apenas o valor de β que são as curtições da mensagem. Nesse resultado podemos validar visualmente a inclinação da curva sendo menos acentuada e com uma menor variação de tempo para chegar ao valor nulo de população susceptível a mensagem emitida. O conteúdo da imagem de concretização de um projeto pelo autor da informação. Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.3:

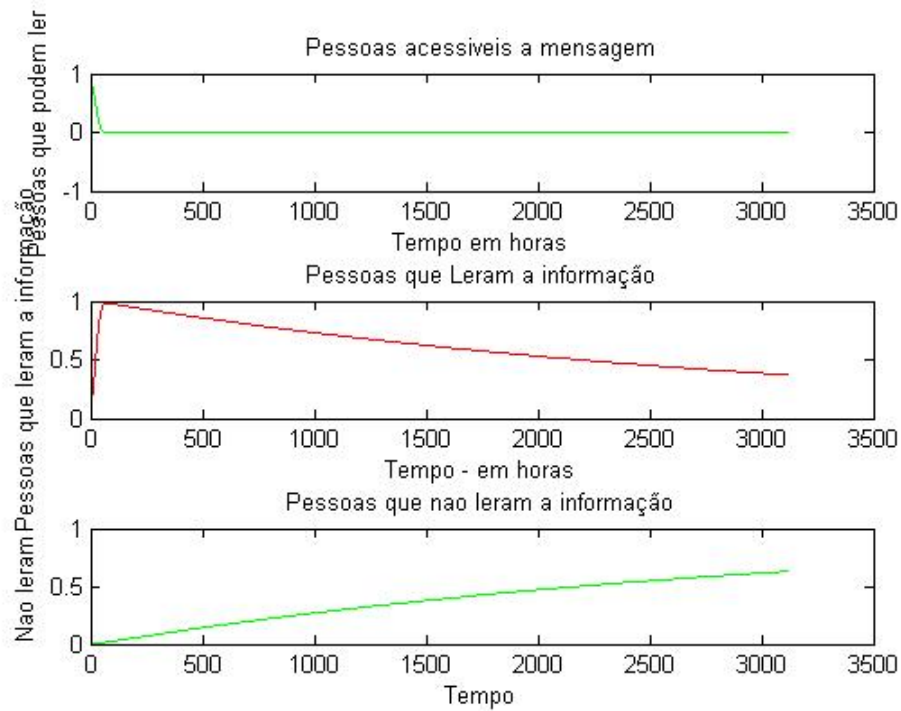


Figura 4.3: resultado do voluntário1b

Fonte: Próprio Autor

4.1.4 Voluntário2

Na Voluntário2 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação de 79056 p/h, para uma taxa de infecção de 27 e tempo de propagação de 2928 horas. Essa velocidade foi relativamente alta para um conteúdo divulgado: "Domingo de chuva. Só vai quem é apaixonado. Stock Car. Em breve formula 1". Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.1:

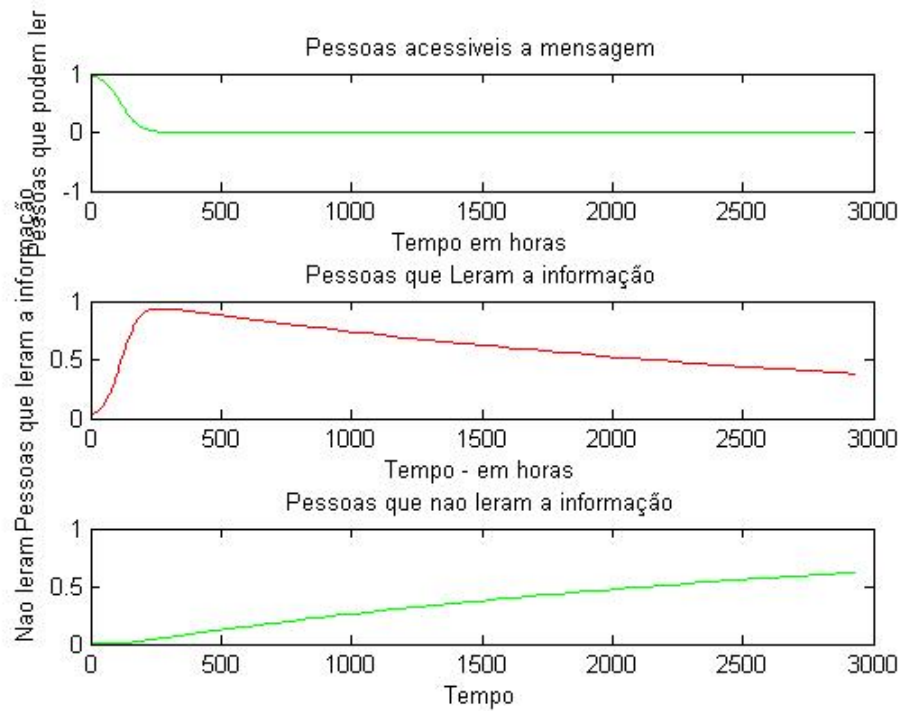


Figura 4.4: resultado do voluntário2

Fonte: Próprio Autor

4.1.5 Voluntário3

Na Voluntário3 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação de 154128 p/h, para uma taxa de infecção de 38 e tempo de propagação de 4056 horas. Essa velocidade foi relativamente alta para um conteúdo divulgado do Aniversário do Primeiro ano de uma empresa criada. Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.1:

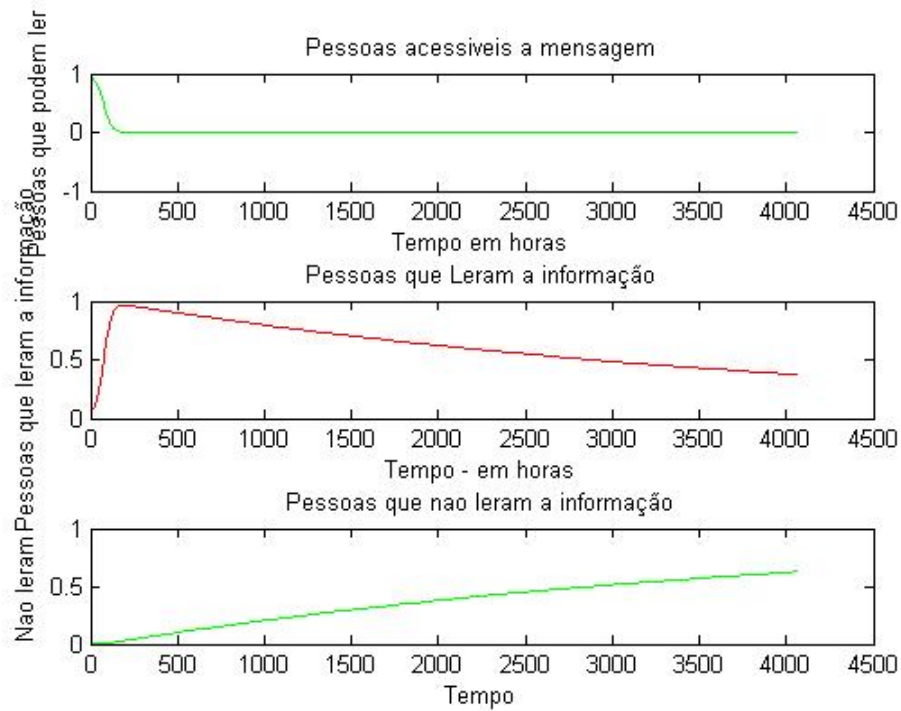


Figura 4.5: resultado do voluntário3

Fonte: Próprio Autor

4.1.6 Voluntário4

Na Voluntário4 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação de 432 p/h, para uma taxa de infecção de 9 e tempo de propagação de 48 horas. Essa velocidade teve o seguinte conteúdo divulgado: "19 de maio - Dia do Físico". Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.1:

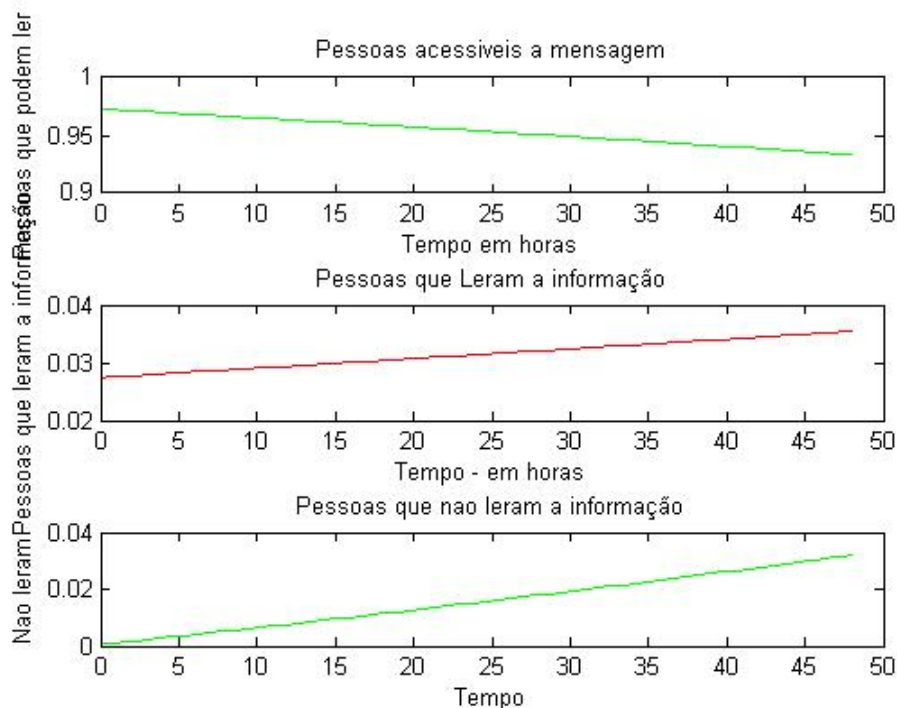


Figura 4.6: resultado do voluntário4

Fonte: Próprio Autor

4.1.7 Voluntário4a

Na Voluntário4a presente na Tabela 4.1 simulou-se um valor de infecção de 33 curtidas equivalente a um valor aproximado de 10%, do valor da população susceptível, obtendo-se uma velocidade de propagação de 1584 p/h para e tempo de propagação de 48 horas. Os parâmetros simulados nesse exemplo forma mantidos constantes os valores do tempo e população susceptível variando apenas o valor de β que são as curtições da mensagem. Nesse resultado podemos validar visualmente a inclinação da curva sendo mais acentuada e com um maior variação de tempo para chegar ao valor nulo de população susceptível a mensagem emitida. O conteúdo divulgado: "19 de maio - Dia do Fisico". Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.7:

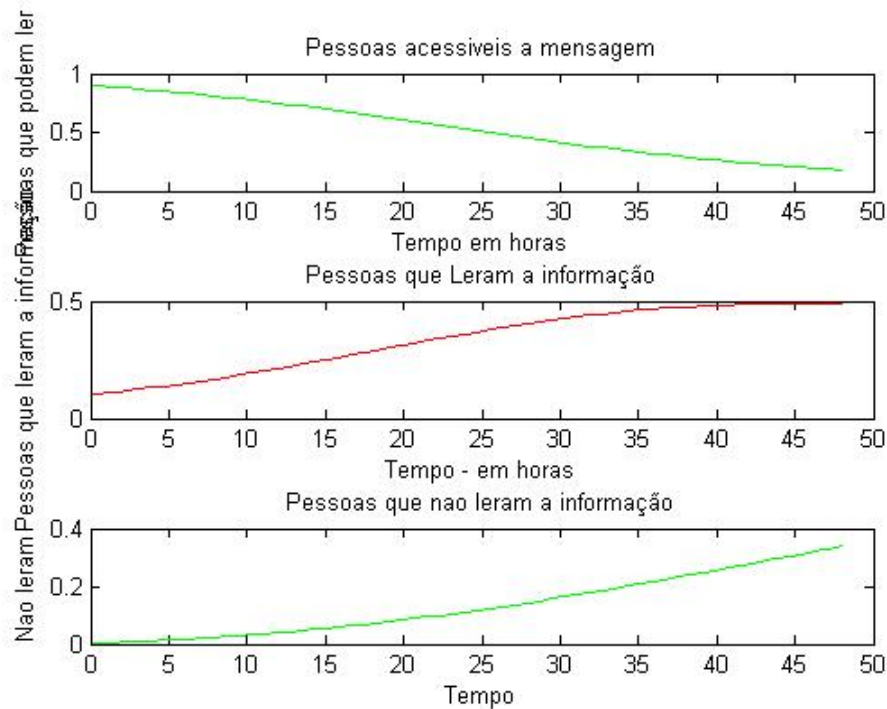


Figura 4.7: resultado do voluntário4a

Fonte: Próprio Autor

4.1.8 Voluntário4b

No Voluntário4b presente na Tabela 4.1 simulou-se um valor de infecção de 66 curtidas equivalente a um valor aproximado de 20%, do valor da população susceptível obtendo-se uma velocidade de propagação de 3168 p/h, para e tempo de propagação de 48 horas. Os parâmetros simulados nesse exemplo forma mantidos constantes os valores do tempo e população susceptível variando apenas o valor de β que são as curtições da mensagem. Nesse resultado podemos validar visualmente a inclinação da curva sendo mais acentuada e com um maior variação de tempo para chegar ao valor nulo de população susceptível a mensagem emitida. O seguinte conteúdo foi divulgado: "19 de maio - Dia do Fisico". Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.8:

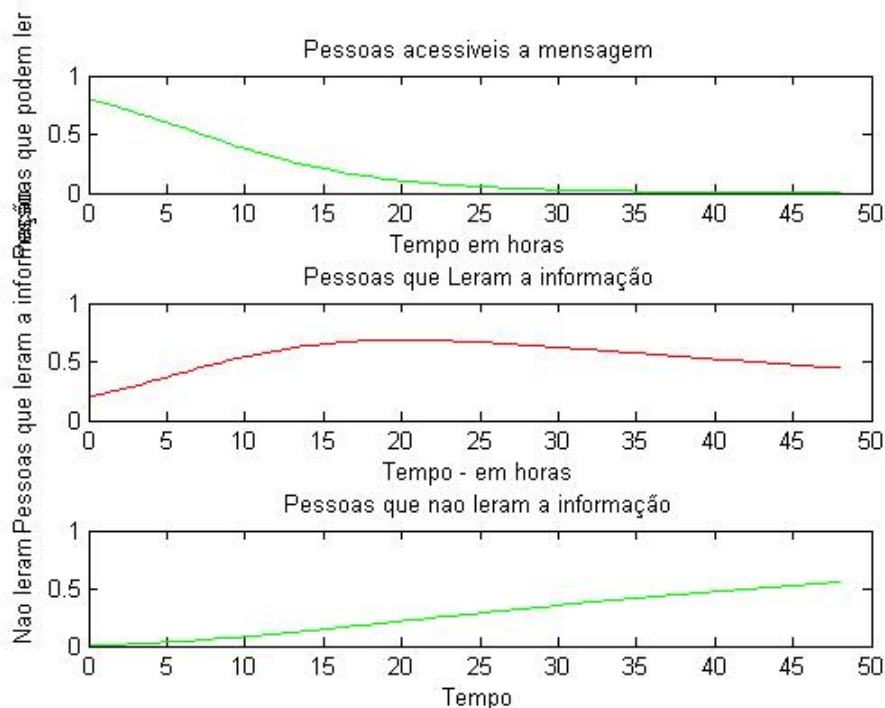


Figura 4.8: resultado do voluntário4

Fonte: Próprio Autor

4.1.9 Voluntário5

Na Voluntário5 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação de 15 p/h, para uma taxa de infecção de 15 e tempo de propagação de 1 hora. Essa velocidade teve o seguinte conteúdo divulgado: "A tim já não funcionava, hoje não se consegue conversar por 30 segundos!!". Segue um gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.9:

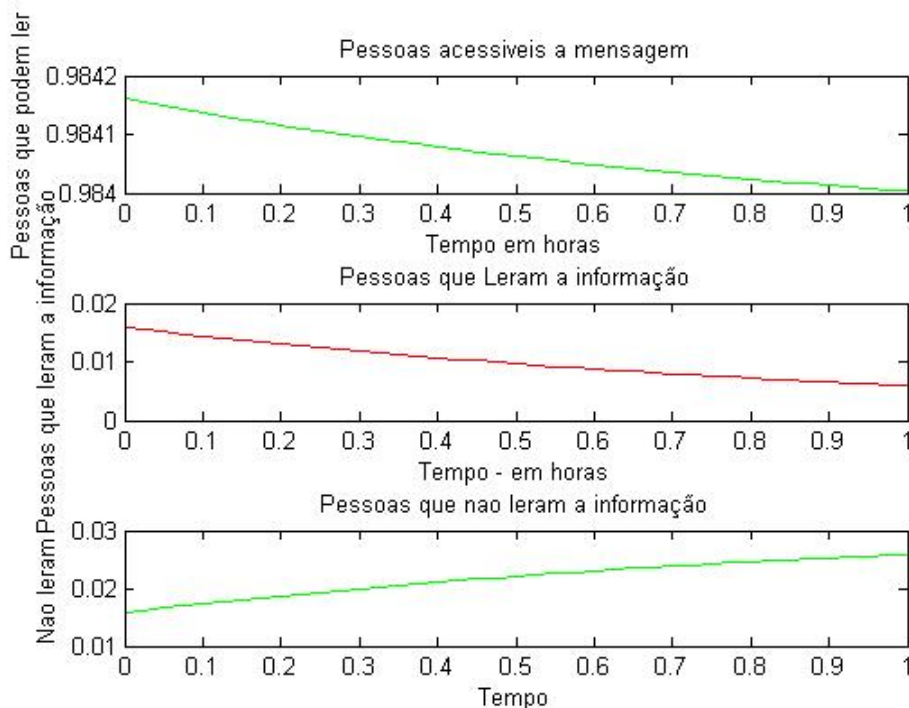


Figura 4.9: resultado do voluntário5

Fonte: Próprio Autor

4.1.10 Voluntário5a

Na Voluntário5a presente na Tabela 4.1 simulou-se um valor de infecção de 30 curtidas equivalente a um valor aproximado de 3,16%, do valor da população susceptível obtendo-se uma velocidade de propagação de 30 p/h, para e tempo de propagação de 1 hora. Os parâmetros simulados nesse exemplo forma mantidos constantes os valores do tempo e população susceptível variando apenas o valor de β que são as curtições da mensagem. Nesse resultado podemos validar visualmente a inclinação da curva sendo mais acentuada e com um maior variação de tempo para chegar ao valor nulo de população susceptível a mensagem emitida. O seguinte conteúdo divulgado: "A tim já não funcionava, hoje não se consegue conversar por 30 segundos!". ra 4.10:

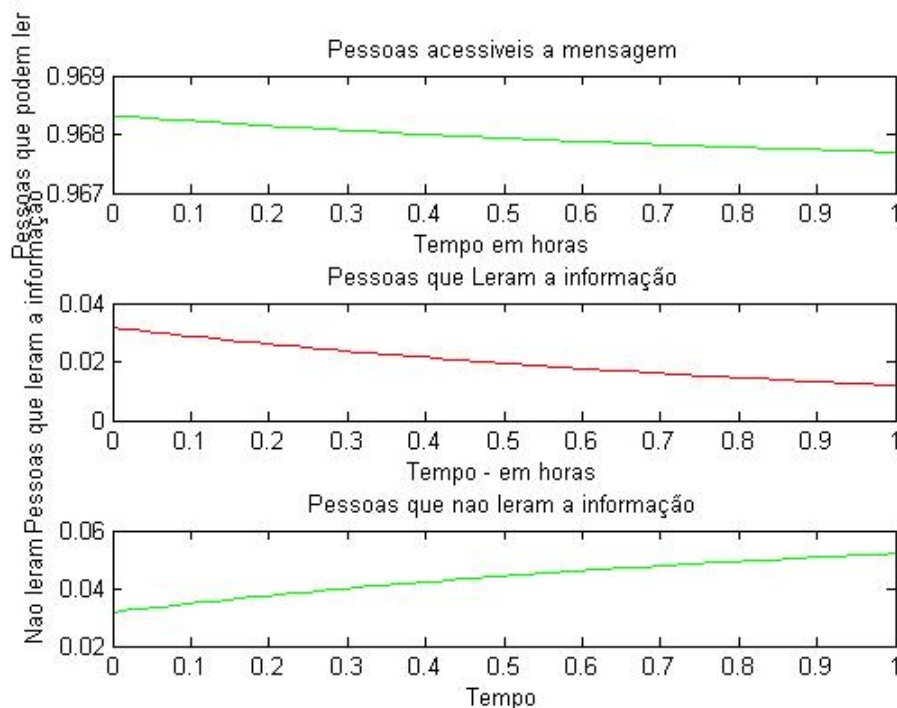


Figura 4.10: resultado do voluntário5a
 Fonte: Próprio Autor

4.1.11 Voluntário5b

Na Voluntário5b presente na Tabela 4.1 simulou-se um valor de infecção de 95 curtidas equivalente a um valor aproximado de 10%, do valor da população susceptível obtendo-se uma velocidade de propagação de 95 p/h, para e tempo de propagação de 1 hora. Os parâmetros simulados nesse exemplo forma mantidos constantes os valores do tempo e população susceptível variando apenas o valor de β que são as curtições da mensagem. Nesse resultado podemos validar visualmente a inclinação da curva sendo mais acentuada e com um maior variação de tempo para chegar ao valor nulo de população susceptível a mensagem emitida. O seguinte conteúdo divulgado: "A tim já não funcionava, hoje não se consegue conversar por 30 segundos!!". Segue um gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.11:

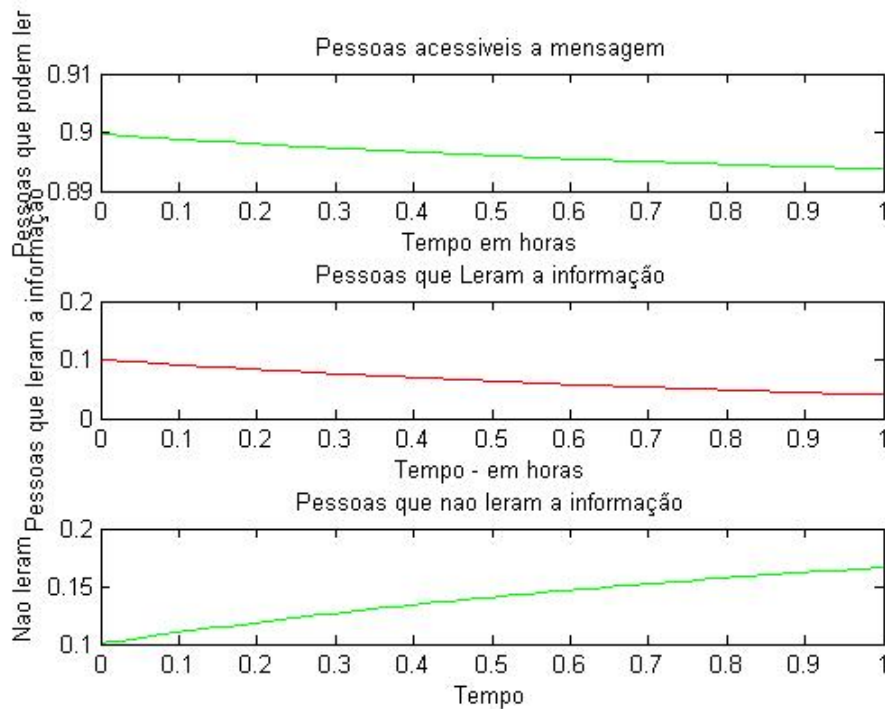


Figura 4.11: resultado do voluntário5b

Fonte: Próprio Autor

4.1.12 Voluntário6

Na Voluntário6 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação de 90 p/h, para uma taxa de infecção de 15 e tempo de propagação de 6 horas. Essa velocidade teve o seguinte conteúdo divulgado: "Quando a torcida canta o hino algumas pessoas podem achar que é bobagem o que eu vou falar, mas vocês viram nossos jogadores cantando? Eles estão motivados e querem dar mais. E é assim não só no futebol, mas na vida. QUANDO NOS UNIMOS SOMOS FORTES. Em tudo o Brasil já mostrou que pode ser assim. Espero que isso se concretize ano que vem com a Copa e NESSES OUTROS DETALHES que estão acontecendo no país". Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.1:

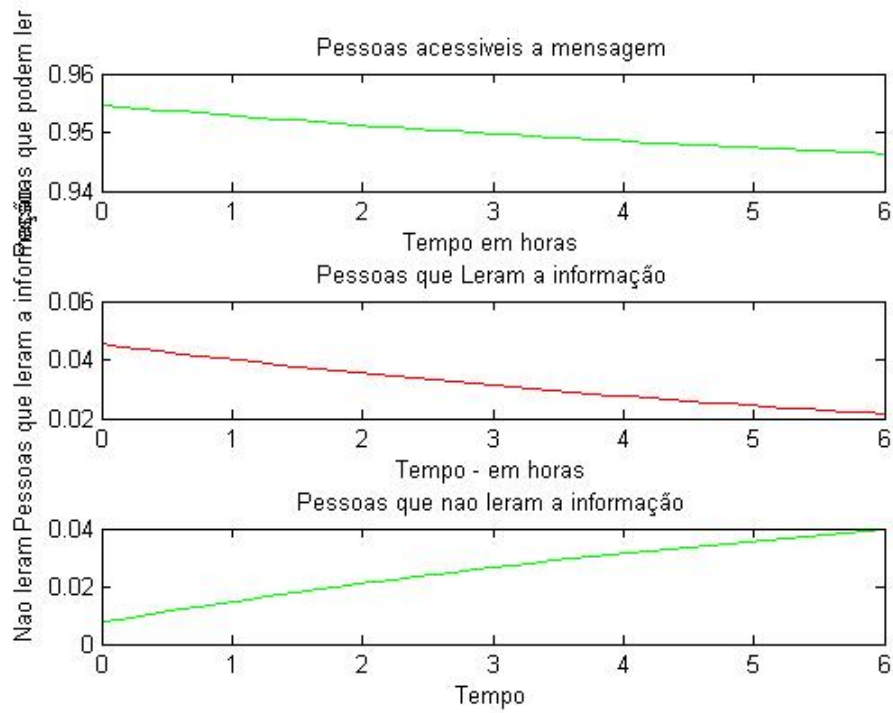


Figura 4.12: resultado do voluntário6

Fonte: Próprio Autor

4.1.13 Voluntário7

Na Voluntário7 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação de 15552 p/h, para uma taxa de infecção de 24 e tempo de propagação de 648 horas. Essa velocidade teve o uma imagem com conteúdo divulgado: "Foto de um cappucino?". Segue um gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.1:

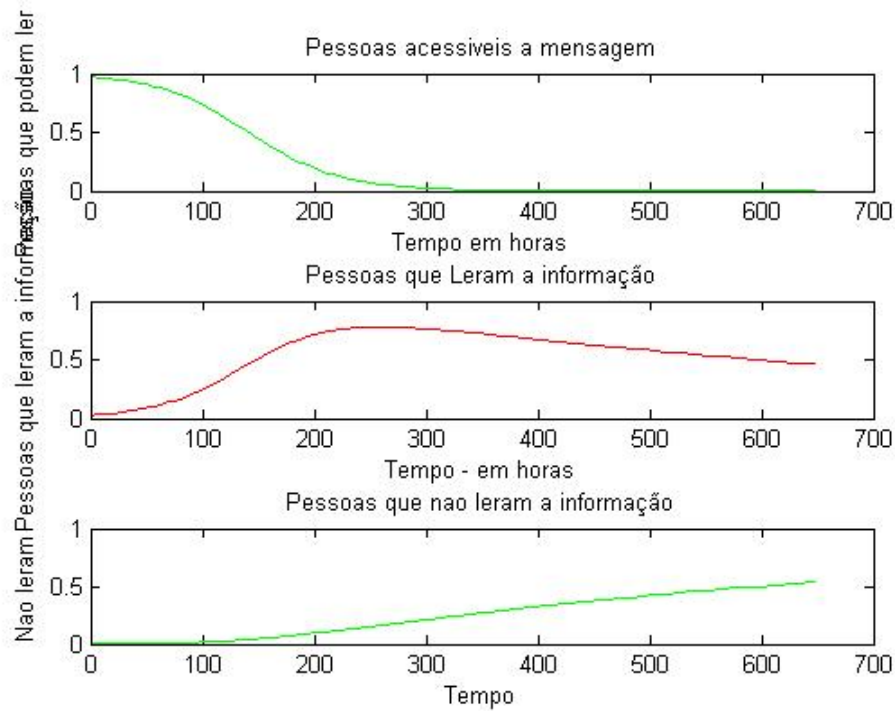


Figura 4.13: resultado do voluntário7

Fonte: Próprio Autor

4.1.14 Voluntário8

Na Voluntário8 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação de 2088 p/h, para uma taxa de infecção de 29 e tempo de propagação de 72 horas. Essa velocidade teve a imagem do Rio de Janeiro e a frase:” O Rio de Janeiro continua lindooooo!!!!” Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.1:

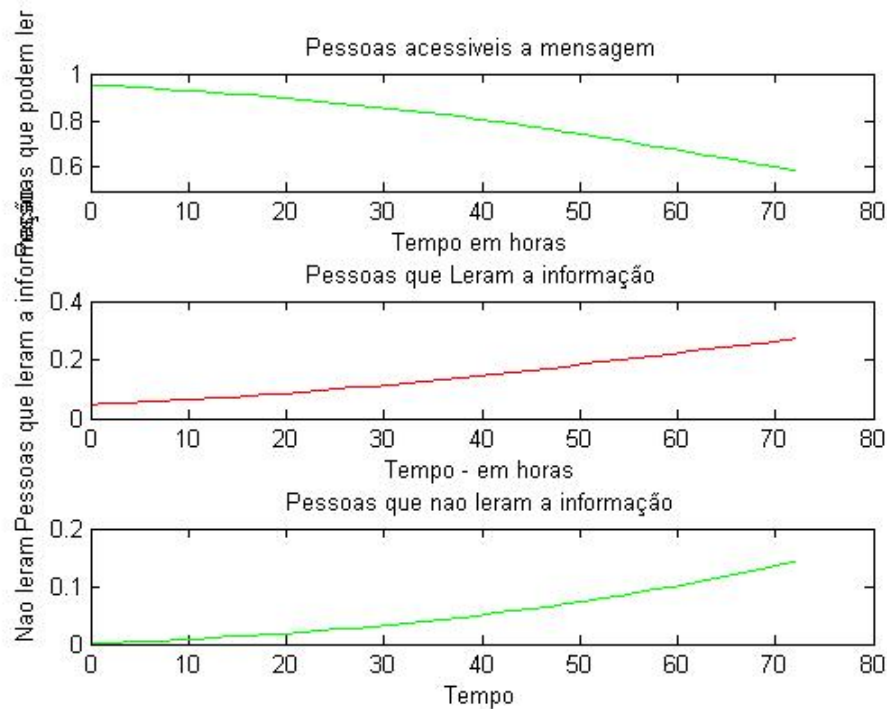


Figura 4.14: resultado do voluntário8

Fonte: Próprio Autor

4.1.15 Voluntário8a

Na Voluntário8a presente na Tabela 4.1 simulou-se um valor de infecção de 61 curtidas equivalente a um valor aproximado de 10%, do valor da população susceptível obtendo-se uma velocidade de propagação de 4392 p/h, para e tempo de propagação de 72 horas. Os parâmetros simulados nesse exemplo forma mantidos constantes os valores do tempo e população susceptível variando apenas o valor de β que são as curtições da mensagem. Nesse resultado, podemos validar visualmente a inclinação da curva, onde percebe-se uma maior variação de tempo, para chegar ao valor nulo susceptível a mensagem emitida. O seguinte conteúdo divulgado foi a imagem do Rio de Janeiro e a frase:” O Rio de Janeiro continua lindooooo!!!!” Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.15:

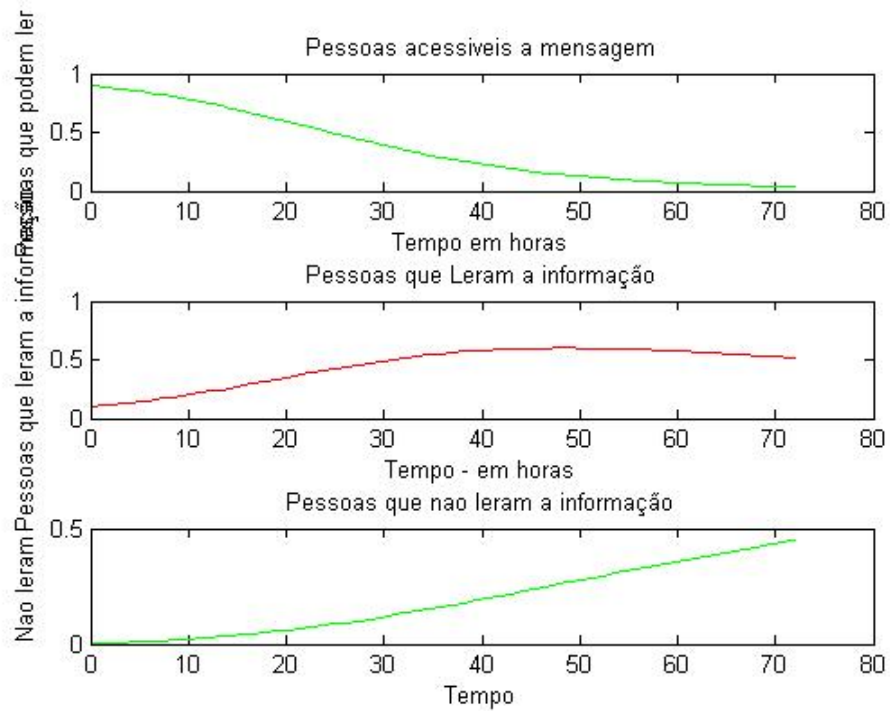


Figura 4.15: resultado do voluntário8a

Fonte: Próprio Autor

4.1.16 Voluntário8b

Na Voluntário8 presente na Tabela 4.1 simulou-se um valor de infecção de 122 curtidas equivalente a um valor aproximado de 20%, do valor da população susceptível obtendo-se uma velocidade de propagação de 8784 p/h, para e tempo de propagação de 72 horas. Os parâmetros simulados nesse exemplo forma mantidos constantes os valores do tempo e população susceptível, variando apenas o valor de β que são as curtições da mensagem. Nesse resultado podemos validar visualmente a inclinação da curva sendo mais acentuada e com um maior variação de tempo para chegar ao valor nulo de população susceptível a mensagem emitida. O seguinte conteúdo divulgado teve a imagem do Rio de Janeiro e a frase:” O Rio de Janeiro continua lindooooo!!!!” Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.16:

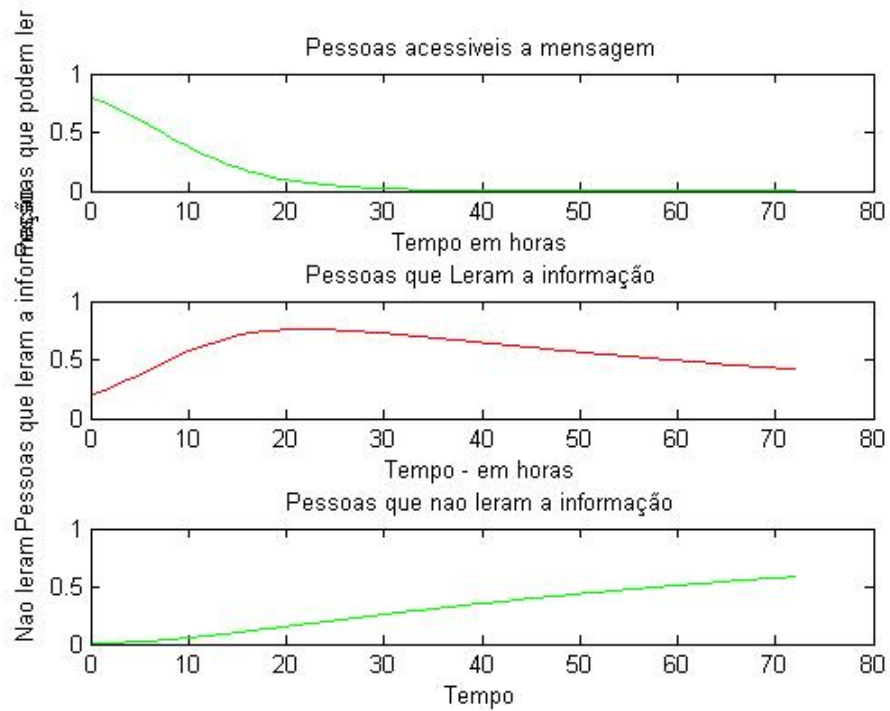


Figura 4.16: resultado do voluntário8b

Fonte: Próprio Autor

4.1.17 Voluntário9

Na Voluntário9 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação de 1008 p/h, para uma taxa de infecção de 14 e tempo de propagação de 72 horas. Essa velocidade teve a imagem da Lagoa Rodrigo de Freitas: "Mais uma parada em um belo lugar chamado Lagoa Rodrigo De Freitas". Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.17:

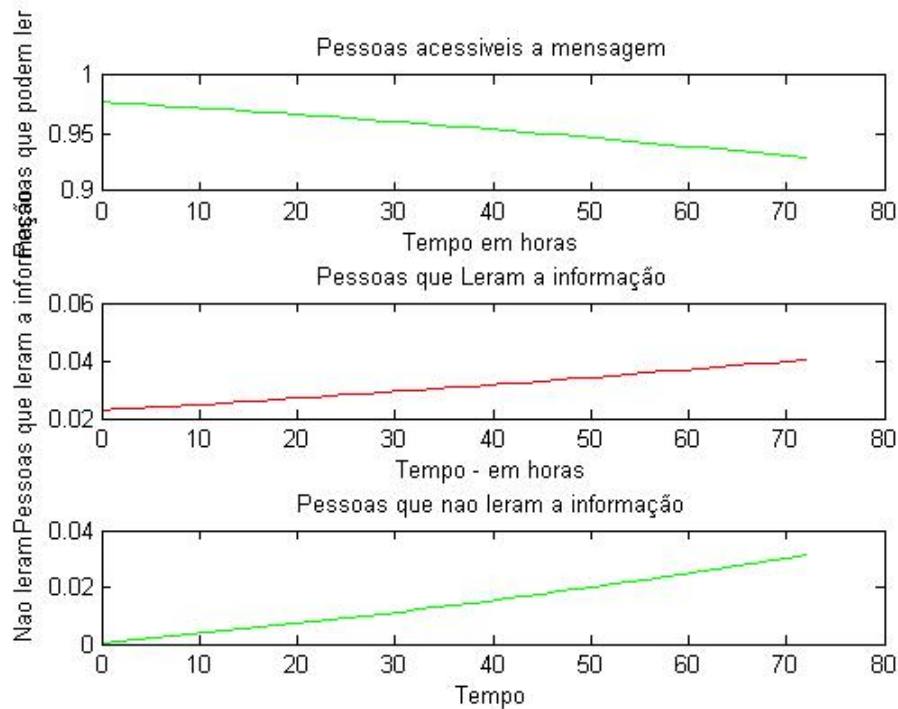


Figura 4.17: resultado do voluntário9

Fonte: Próprio Autor

4.1.18 Voluntário10

Na Voluntário10 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação de 102 p/h, para uma taxa de infecção de 34 e tempo de propagação de 3 horas. Essa velocidade teve o seguinte texto divulgado: "Gente, "please".. Vamos estudar a nossa língua portuguesa.. Tenho visto absurdos neste face, q andam m deixando sem dormir... Não m refiro a erros bobos, falhas em digitações, acentuações, etc, infelizmente estamos "sujeitos" a estes erros... Me refiro a erros GROSSEIROS do tipo "meressemfelicidade" ou "caza"... Meu povo... Até o google ajuda todo mundo a escrever..! O português é a nossa língua, precisamos conhecê-la o mínimo possível! ficaadica". Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.18:

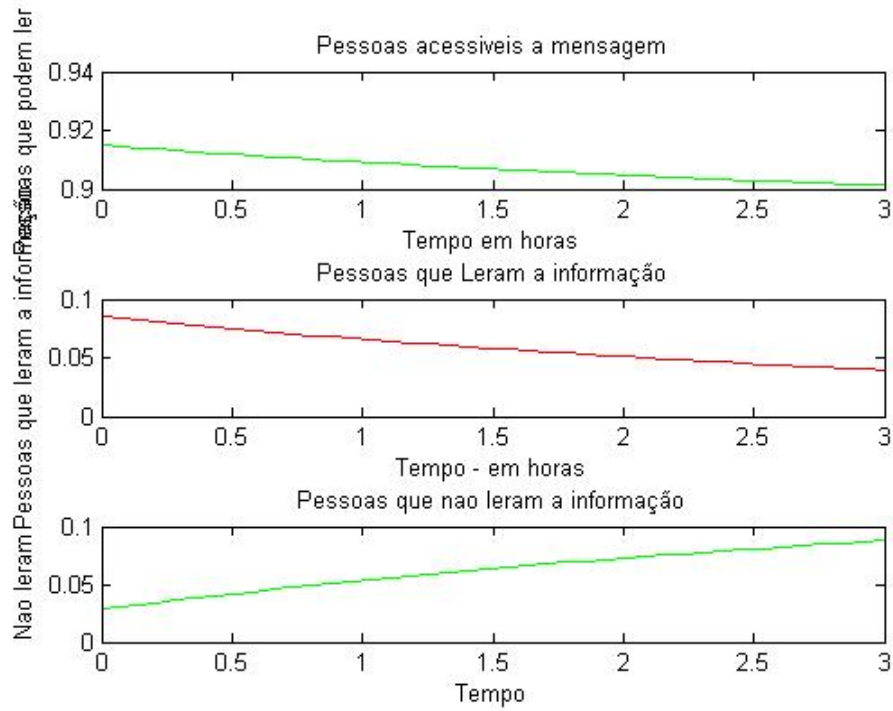


Figura 4.18: resultado do voluntário10

Fonte: Próprio Autor

4.1.19 Voluntário11

Na Voluntário11 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação de 66960 p/h, para uma taxa de infecção de 93 e tempo de propagação de 720 horas. Essa velocidade teve o seguinte texto divulgado: "Defesa de Mestrado". Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.19:

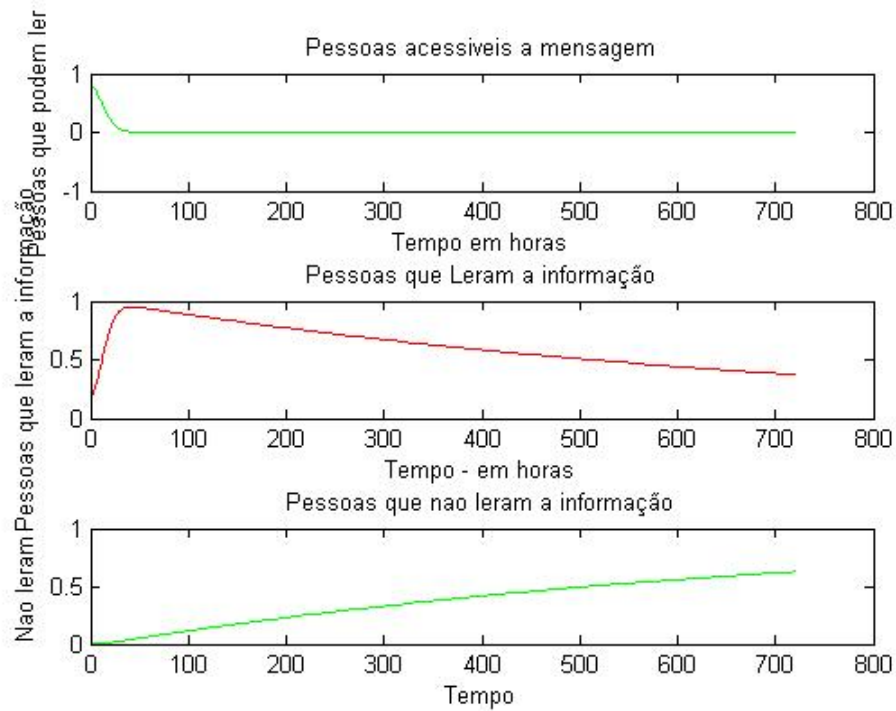


Figura 4.19: resultado do voluntário11

Fonte: Próprio Autor

4.1.20 Voluntário12

Na Voluntário10 presente na Tabela 4.1 obteve-se o resultado da velocidade de propagação de 139680 p/h, para uma taxa de infecção de 194 e tempo de propagação de 720 horas. Essa velocidade teve o seguinte texto divulgado: "Defesa de Mestrado". Segue o gráfico do resultado da simulação representado pela figura 4.20:

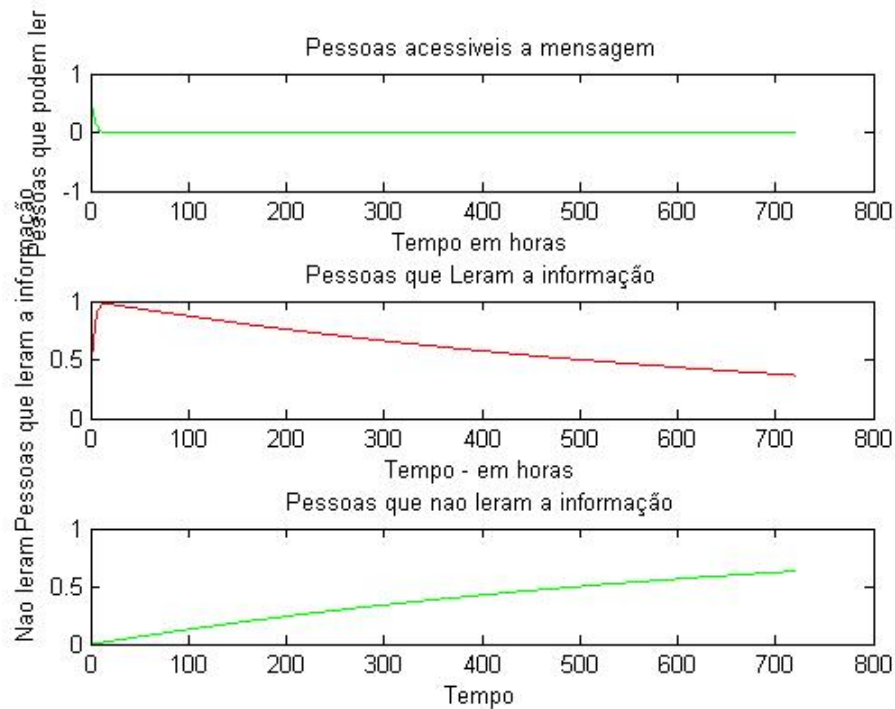


Figura 4.20: resultado do voluntário12

Fonte: Próprio Autor

4.2 Conclusão

O estudo baseou-se inicialmente sobre redes sociais conforme mostrado no Anexo A, onde a meta desse estudo era da familiarização das características do facebook. Na pesquisa ficou claro que a taxa R_0 influencia diretamente na explosão da velocidade da informação, bem como no seu rápido decréscimo quando a velocidade é muito alta. Ou seja, quando ela for baixa, a tendência é demorar mais tempo para o comportamento chegar a uma população perto ou igual a zero, na classe de susceptível a informação.

- Análise do subconjunto de vértices (amigos) onde a disseminação da mensagem foi feita do emissor para os receptores. Ressaltamos que a mensagem é emitida do emissor com uma única direção para os receptores (amigos). A figura 4.21 nos mostra esse conceito;
- O modelo SIR foi adaptado para atender o recorte feito com dados obtidos da RSF que foi observado com intervalos diferentes para se ter uma amostra heterogênea de comportamento;
- Explanou-se a correlação do modelo SIR com o cenário do facebook para aplicação do algoritmo de simulação.

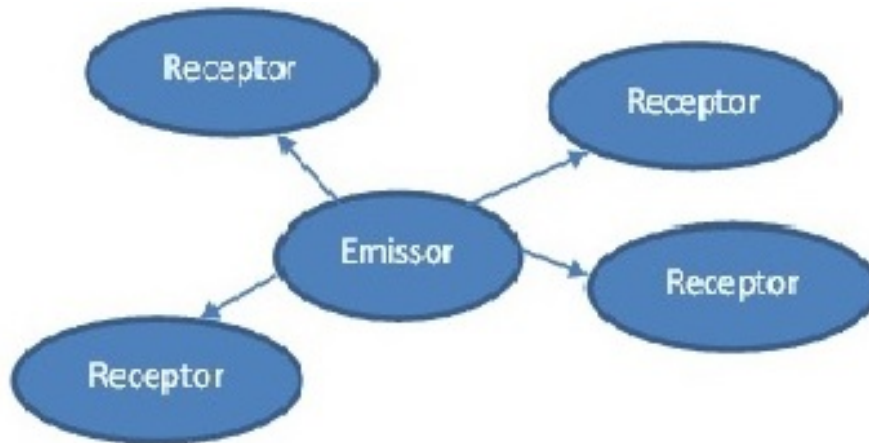


Figura 4.21: Mensagem emissor para receptor unidirecional

Fonte: Próprio autor

Na seção de simulação foram encontradas taxas de velocidade discriminadas e apresentadas na forma da tabela 4.1.

Nos experimentos feitos, foram introduzidos chutes iniciais, para validar o comportamento do simulador. Nessa simulação foi obtido um resultado que desperta curiosidade, e questionamentos para pesquisas futuras comentadas no tópico pertinente a questão.

4.3 Pesquisas Futuras

Nesse estudo proposto, conseguimos encontrar as taxas de reprodução básica que se traduz na velocidade de explosão da informação na sub-rede analisada com dados coletados da RSF. Contudo, a partir dessa pesquisa podemos deixar alguns questionamentos para futuras pesquisas, tais como:

- Se conseguirmos classificar o conteúdo das mensagens, poderemos descobrir quais conteúdos teriam maior explosão de velocidade em uma rede independente da influência do emissor das mensagens ?
- Poderíamos usar a pesquisa para descobrirmos qual o grau de simpatia que um indivíduo possui na rede de relacionamentos ? Isso pode ser suspeitado pelos voluntários 11 e 12 que possuem o mesmo item de difusão de mensagem e resultados diferentes. Isso ocorreu devido a população de um ter um número de familiares maior do que o outro? Possuir na sua rede pessoas com alto interesse na relação de amizade, como alunos do emissor da mensagem?
- Podemos mensurar quanto seria o poder de influência de um emissor na rede?

- A pesquisa pode incorporar os vizinhos como pontos fundamentais da infecção da mensagem?

Essas poderiam ser questões para uma pesquisa baseada nesse estudo.

Neste capítulo serão apresentados os fundamentos teóricos que nortearam esta pesquisa. Será dissertado sobre a teoria dos grafos, teoria de redes, características topológicas, métricas de redes e redes sociais.

A.1 Origem de Grafos

Leonhard Euler por volta de 1736, Mapeou o problema das sete pontes de Königsberg dando origem a teoria dos grafos. A localização era em uma cidade de Königsberg (território da Prússia até 1945, hoje Kaliningrado) que é cortado pelo rio Prególia, onde existem duas grandes ilhas que unidas formam um complexo que na época continha sete pontes conforme figura A.1. Esse problema se resumia na possibilidade de se atravessar todas as pontes passando apenas uma vez em cada ponte. (EULER, 1741)

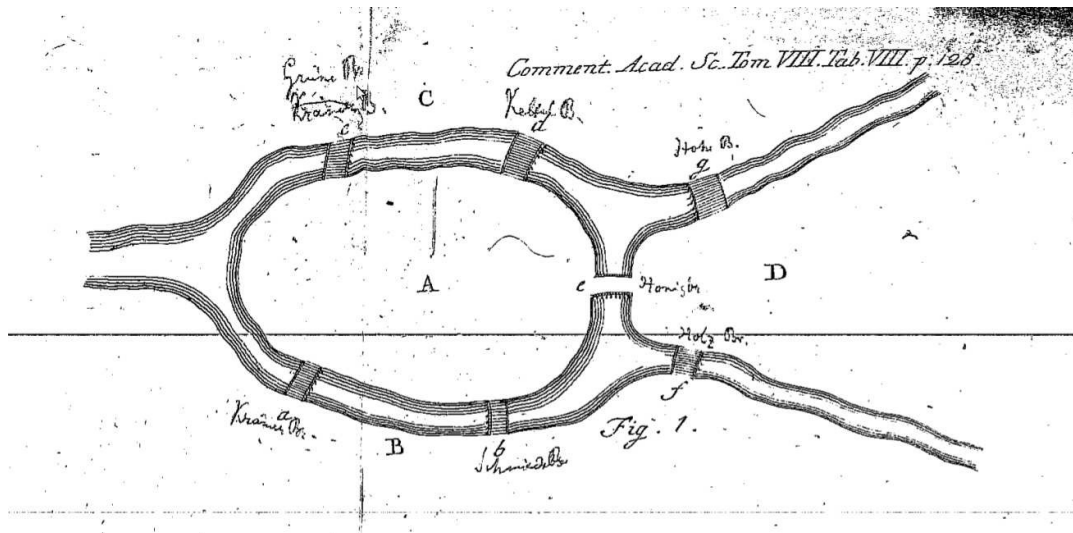


Figura A.1: Problema das pontes de Königsberg.

Fonte: Euler (1741)

O problema surgiu nas ruas da cidade, onde as pessoas dialogavam a possibilidade de atravessar todas as pontes sem repetir nenhum caminho. Isso, era o assunto da cidade até que Euler, em 1736, provou que não existia caminho possível com as restrições observadas. Euler usou um raciocínio simples, na qual se transformava os caminhos em retas e suas interseções em pontos, criando um grafo representado pela figura A.2. Com isso se

percebeu que a possibilidade de solução não existia, porque desconhecia-se um caminho que passasse uma única vez em cada ponte.

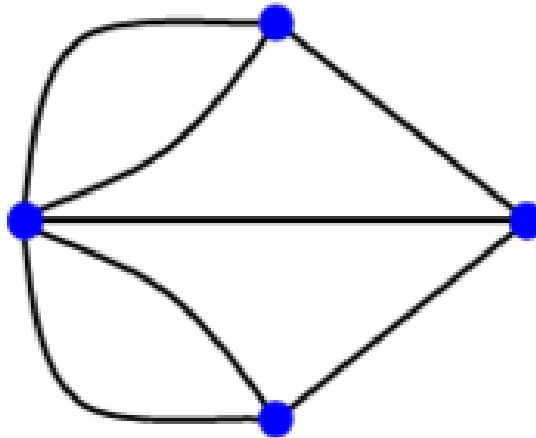


Figura A.2: Grafo estilizado das Pontes de Königsberg "A razão de tal coisa é que de cada ponto deve haver um número par de caminhos, pois será preciso um caminho para "entrar" e outro para "sair" ".

Fonte: (DUNHAM, 2007).

A.1.1 Teoria dos Grafos

Para explanação dos conceitos de grafos nos basearemos na figura A.3:

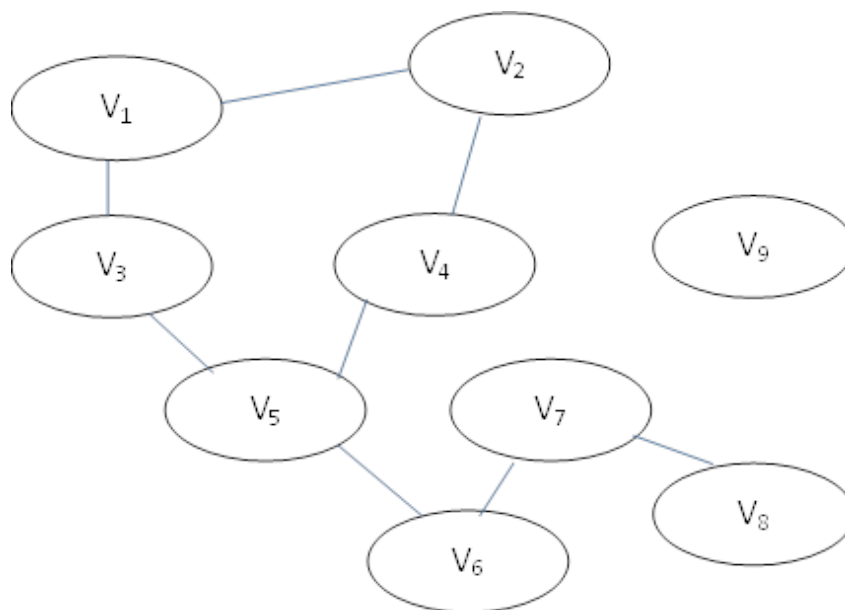


Figura A.3: Grafo G.
Fonte: O próprio autor

O grafo é um par de elementos (V, A) onde V (conjunto de vértices) representa o conjunto arbitrário (elementos não ordenados) e A (conjunto de arestas) um subconjunto de V^2 segundo [Feolfiloff, Kohayakawa e Wakabayashi \(2011\)](#)

([FEOLFILOFF; KOHAYAKAWA; WAKABAYASHI, 2011](#), Pela definição de grafo temos que qualquer conjunto V (elementos que representam os vértices), denotaremos por V^2 o conjunto de todos os pares não ordenados de V) Se V tem n elementos então

$$V^{(2)} \text{ tem } \binom{n}{2} = n \binom{n-1}{2}.$$

onde n é o número de elementos no grafo e V representa o conjunto dos vértices.

Cada elemento do grafo G é V^2 na qual possui a forma $\{v, w\}$ onde v e w são dois elementos distintos do conjunto V . Como exemplo de cada elemento, baseado na figura [A.3](#), $\{V1, V2\}$ são respectivamente o elemento v e w do grafo G .

Nesse caso os elementos do conjunto V são chamados de vértices e os de A são chamados de arestas.

Para a definição [A.1.1](#) considera o conjunto de Vértices Finito. Uma Aresta $\{v, w\}$ será denominada por vw ou wv .

Para o grafo G da figura [A.3](#) temos como conjunto de vértices, $V(G) = \{V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7, V8, V9\}$ e as arestas $A(G) = \{V1V2, V1V3, V2V4, V3V5, V4V5, V5V6, V6V7, V7V8\}$.

- $V(G)$ = conjunto de vértices de um grafo chamado G .
- $A(G)$ = conjunto de arestas do grafo chamado G .

Nesse exemplo anterior, o número de Vértices, $n(G)$ ou $|V(G)|$ é nove, devido a ter nove vértices contabilizados de $V1$ a $V9$ no $V(G)$. O número de Arestas, $m(G)$ ou $|A(G)|$ é oito, em virtude de possuir oito ligações (arestas) representadas no $A(G)$. $V1V2$ é uma aresta.

Lembrando que o número de Vértice é o número de elementos de nós (nodos) que existem no conjunto do Grafo representado pela figura [A.3](#). No caso das arestas são as ligações que um vértice possui com outro vértice qualquer.

Algumas definições que devemos esclarecer:

“Um grafo simples G é formado por um par $(V(G), A(G))$ onde $V(G)$ é um conjunto não vazio e $A(G)$ um conjunto de pares distintos não ordenados de elementos distintos de $V(G)$. ([FEOLFILOFF; KOHAYAKAWA; WAKABAYASHI, 2011](#)) ”

“Um grafo é dito completo quando há uma aresta entre cada par de seus vértices. Estes grafos são designados por K_n , onde n é a ordem do grafo. ([FEOLFILOFF; KOHAYAKAWA; WAKABAYASHI, 2011](#)) ”

Segundo [Feofiloff, Kohayakawa e Wakabayashi \(2011\)](#) Grafo Completo é um grafo simples em que todo vértice é adjacente a todos os outros vértices ou nodos.

Esse grafo de n vértices é chamado de K_n . Onde o número de arestas no grafo K_n tem

$$\text{tem} \binom{n}{2} = n \binom{n-1}{2}.$$

onde n significa o número de vértices

Segundo [Feofiloff, Kohayakawa e Wakabayashi \(2011\)](#):

- Grafo Nulo é o Grafo sem nenhum vértice e sem nenhuma aresta.
- Grafo Valorado é um grafo que possui funções relacionando o conjunto de vértices ou o conjunto de arestas.
- Laço é uma aresta que conecta um vértice a ele mesmo.
- Grafo bipartido é um grafo, cujos vértices podem ser divididos em dois conjuntos disjuntos U e V tais que toda aresta conecta um vértice a U a um vértice em V ;
- Grafo Conectado é quando há pelo menos uma cadeia ligando cada par de vértices deste grafo $G(V,A)$. No nosso exemplo da figura 1 existe uma cadeia onde o V_9 esta isolado do grafo em questão.
- Ciclo na teoria de grafos é "um passeio de comprimento mínimo três, em que o primeiro e o último vértice coincidem, mas nenhum outro vértice é repetido". Um ciclo é uma cadeia simples e fechada. Um ciclo é uma cadeia fechada. Ou seja, e um caminho que se inicia em um vértice V_n e acaba no mesmo V_n .
- Grau de um vértice ou nó é o número de arestas que incidem no vértice ou nodo.
- Arvore é um grafo simples acíclico e conexo. Esse tipo é mais comumente usado em estruturas de dados na área de informática.
- Floresta é um conjunto de árvores.
- Subgrafo é um grafo, cujo conjunto dos vértices e um subconjunto do conjunto de vértices G , cujo conjunto de arestas e um subconjunto do conjunto e arestas de G , e cuja a função w e um restrição da função de G .
- Caminho é uma sequência de vértices tal que de cada um dos vértices existe.
- Caminho euleriano é um caminho simples que inclui todas as arestas do grafo. Pelo Teorema de Euler o grafo e Euleriano se e somente se for conexo e todos os vértices tem um grau par

- Caminho hamiltoniano é um caminho que passa uma vez em todos os vértices do grafo. Pelo seu teorema de Hamilton um grafo com $n \geq 3$ vértices e o grau de cada vértice $\text{grau}(v) \geq n/2$ é Hamiltoniano.
- Grau de um vértice ou nó é o número de arestas que incidem no vértice ou nodo.

A Representação de Grafos pode ser feita de três formas:

- Listas de Adjacência conforme Lista A.1.1 baseada na figura A.3
- Matriz de Adjacência conforme figura A.4
- Matriz de Incidência conforme figura A.1.1 Definições listadas segundo Feofiloff, Kohayakawa e Wakabayashi (2011)

Segundo Feofiloff, Kohayakawa e Wakabayashi (2011) seja G igual a $(V;E)$ um grafo com n vértices. A matriz de adjacência para G é uma matriz bidimensional $n \times n$, que denotaremos por A , onde $A(i, j) = 1$ se a aresta (ij) está presente em G

Segundo Feofiloff, Kohayakawa e Wakabayashi (2011) Matriz de Adjacência requer que os vértices ou nós sejam numerados arbitrariamente de $1, 2, 3 \dots, |V|$.

Matriz $A=(a_{ij})$, de ordem $|V| \times |V|$:

- $a_{ij} = 1$, SE (I,J) PERTENCE E ;
- $a_{ij} = 0$, caso contrario

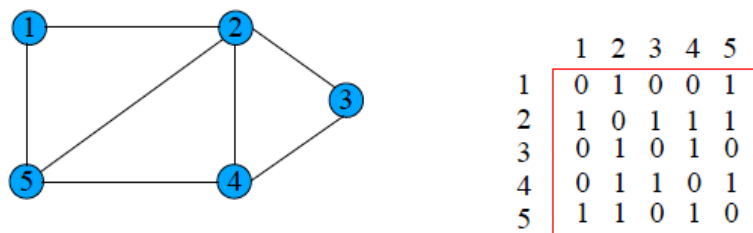


Figura A.4: exemplo de matriz de adjacência.

Fonte: <http://www.dsc.ufcg.edu.br/abrantescursosanteriores/TG041/TG-Aula2.pdf>

Segundo Oliveira (2008) a vantagem dessa forma é o acesso, e a sua desvantagem é a ocupação de memória para o registro do grafo.

Tabela A.1: Tabela de Representação do Grafo da figura A.3

0	1 V1	2 V2	3 V3	4 V4	5 V5	6 V6	7 V7	8 V8	9 V9
1 V1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
2 V2	1	0	0	1	0	0	0	0	0
3 V3	1	0	0	0	0	1	0	0	0
4 V4	0	1	0	0	0	1	0	0	0
5 V5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6 V6	0	0	1	1	0	0	0	1	0
7 V7	0	0	0	0	0	0	0	1	1
8 V8	0	0	0	0	0	1	1	0	0
9 V9	0	0	0	0	0	0	1	0	0

Fonte: Próprio Autor

Exemplo dado pela Figura A.3 para a representação pela Matriz de Adjacência. Deve se perceber que nessa representação o grau do vértice de V1 é igual a 2 e o grau do vértice V5 é igual a 3.

Seja $G = (V;E)$ um grafo com n vértices. A matriz de incidência para G é uma matriz bidimensional $n \times m$, que denotaremos por A , onde $A(i,j) = 1$ se a aresta (ij) está presente em G de acordo com [Feofiloff, Kohayakawa e Wakabayashi \(2011\)](#)

Matriz de Incidência é uma forma de representação do grafo através de uma matriz de duas dimensões, onde uma dimensão representa os vértices e a outra as arestas. A denominação mais comum é dada por um grafo G com n vértices m arestas, onde a representação é dada por uma matriz $M(n \times m)$ de acordo com [Feofiloff, Kohayakawa e Wakabayashi \(2011\)](#).

A configuração para um grafo sem pesos nas arestas e não direcionado fica assim:

- 1 - para os vértices incidindo nas arestas;
- 2 - para um laço(incidência duas vezes);
- 0 - caso o vértice não incida na aresta

Para melhor exemplificar o exemplo da lista de Adjacência deve se ter como referência a figura A.3 para entender o conceito. A seguir Matriz de Incidência:

$$M \begin{pmatrix} 011000000 \\ 100100000 \\ 100001000 \\ 010001000 \\ 000000000 \\ 001100010 \\ 000000011 \\ 000001100 \\ 000000100 \end{pmatrix}$$

No caso das ligações possuírem pesos o valor na célula da matriz de incidência A.1.1 será substituído pelos valores dos pesos, na coordenada (vértice,aresta)

Lista de Adjacência no exemplo da figura anterior teríamos a seguinte configuração da lista de adjacência:

1V1 → 2 → 3

2V2 → 1 → 4

3V3 → 1 → 6

4V4 → 2 → 6

5V5

6V6 → 3 → 4 → 8

7V7 → 8 → 9

8V8 → 6 → 7

9V9 → 7

A.1.2 Aplicações de Grafos

Baseando nos conceitos vistos anteriormente sobre Grafos, tem-se aplicação no campo do Mapa das principais cidades do Brasil, como seus estados e capitais, que simbolizam o vértice e as arestas ou ligações nas quais representam as principais rodovias que interligam as cidades no país. De acordo com outra aplicação pode ser citada através da Rede de Telecomunicações, Redes de Esgoto, Redes Elétricas e Redes Sociais.

Para um caso de aplicação em Redes Sociais será válida a frase "Um grafo aleatório é uma rede de nós conectados por laços de forma puramente aleatória ". Nessa citação de [Watts \(2003\)](#) ele concentra a garantia da aleatoriedade em uma Topologia Small World(SW). Será que nessa citação uma rede social pode garantir essa aleatoriedade?

Outra citação de [Watts \(2003\)](#) em "Transições de fase de um ou do outro tipo ocorrem

em muitos sistemas complexos, e tem sido usadas para explicar fenômenos tão diversos quanto o início de magnetização, a explosão de epidemias e a propagação de modismos culturais” destaca a importância do estudo de comportamento dessas aplicações na rede de mundo pequeno. Esta pode ser um fomento para investigação de qual velocidade essa epidemia pode alcançar?

A experiência cotidiana relata que nossos amigos tendem a se conhecer, tendo como dedução que grafos aleatórios não podem ser uma boa representação do mundo social real comenta [Watts \(2003\)](#).

“A linha entre o isolamento e conectividade é, portanto, um importante divisor de águas para o fluxo de informações, doenças, dinheiro, inovações, modismos, normas sociais e quase tudo com que nos importa na sociedade moderna” conforme ideia de [Watts \(2003\)](#). “Se quisermos entender as propriedades e o comportamento de rede no mundo real, a questão da estrutura não randômica mais cedo ou mais tarde tem de ser enfrentada”. ([WATTS, 2003](#))

Para os analistas de redes pode se dividir comprimindo o conteúdo de cinco décadas em dois grandes grupos de técnicas de pensamento sobre redes:

- Relação entre Estrutura de Redes;
- Relação Mecanicista.

Nesse primeiro grupo, os pesquisadores contextualizam essa relação com nomes exóticos tais como aglomeração hierárquica, blockmodels e escalonamento multidimensional. Contudo, todas os nomes citados anteriormente estão altamente relacionados em extrair informações sobre grupos socialmente distintos, a partir de dados de rede puramente relacionais segundo [Watts \(2003\)](#).

Já o segundo grupo de estudo mais mecanicista, enxerga a rede como um canal para propagação de informações ou o exercício de influências. Para esse grupo de estudo o indivíduo tem sua importância em um grupo, a depender da posição na qual ele ocupa. Por isso que diversas métricas tem sido desenvolvidas para quantificar as posições de indivíduos na rede e possivelmente correlacionar seus valores numéricos com diferenças observáveis de desempenho individual de acordo com [Watts \(2003\)](#).

Existe uma outra linha contrária à mencionada anteriormente que é a do conceito do "laço fraco". Isso, Granovetter explica dizendo que a coesão social efetiva não surge a partir de laços “fortes ” densamente interligados, e sim pelo derivamento da presença de laços fracos ocasionais entre indivíduos que não se conhecem bem segundo [Watts \(2003\)](#).

A.2 Teoria de Redes

Para [Ferreira \(2010\)](#), a Teoria de Redes pode ser entendida como uma análise complexa das interações entre os atores envolvidos, atores esses que podem ser pessoas, organizações, meio ambiente, a partir do instante em que haja algum tipo de troca entre eles, sendo tangíveis (bens, materiais) ou intangíveis (idéias, valores).

Segundo [Ferreira \(2010\)](#), a teoria é conhecida por ator-rede, ou ANT (Actor Network Theory), que surgiu no campo social que nos dias de hoje se expande para varias arestas de conhecimento imagináveis, desde ao estudo científico, social e muito difundido na área tecnológica.

Para [MIZRUCHI \(2006\)](#) a formação das redes tem fundamento em dois conceitos de Díades e Tríades:

DÍADES: É uma ligação direta entre dois atores.

TRÍADES: É uma ligação direta ou indireta entre três atores.

Para [SACOMANO \(2004\)](#), deve se levar em consideração as propriedades de centralidade, equivalência estrutural, autonomia estrutural, densidade e coesão. Essas propriedades auxiliarão os interessados na investigação dos fatores complexos nas relações entre os atores.

Centralidade: o ator central tem uma posição privilegiada onde é um ponto referencial e tem a oportunidade e acesso a recursos, poder e informações dos outros atores segundo [Ferreira \(2010\)](#)

Autonomia estrutural: nessa estrutura o ator intermedeia a interação de outros atores também possibilitando a esses privilégios, como acesso a informações, poder, status, controle, recursos, coordenar, entre outros aspectos segundo [Ferreira \(2010\)](#).

De acordo com [Ferreira \(2010\)](#) Equivalência estrutural: Está relacionada a posições iguais ou equivalentes dentro de uma rede entre dois atores que proporcionam comportamentos similares entre os atores.

Densidade: mostra a intensidade de uma comunicação entre dois atores quanto maior a interconexão, maior a densidade de informações, confianças, enfim

aumenta a troca entre os dois atores consolidando ainda mais o relacionamento entre eles, de acordo com [Ferreira \(2010\)](#).

Coesão: Mede a força de uma conexão tipo forte ou fraca, deixa claro - A cumplicidade entre os atores, comprometimento, relações que coloca em jogo ganhos, troca de conhecimentos sociais, materiais e estratégicos segundo [Ferreira \(2010\)](#).

A.3 Características Topológicas

Para uma melhor compreensão será de fundamental importância serem associados alguns termos.

Alguns conceitos devem ser esclarecidos, pois já mencionados alguns na explanação de Grafos. Para as Redes Complexas existem definições muito preponderantes:

- Vértices: são os nós ou unidades que compõem a rede;
- Arestas: são as relações entre os vértices e podem ou não ser direcionadas

No caso do estudo são as ligações entre pessoas. Centralidade pode ser de grau, de proximidade ou de intermediação:

- Centralidade de grau é o número de arestas incidentes em um vértice ou nó;
- Centralidade de proximidade é a rapidez de chegada de uma informação;
- Centralidade de Intermediação(betweenness centrality) vai se referir ao número de caminhos geodésicos de outros vértices que passam por esse vértice;
- Distribuição de Conectividade é a forma como estão distribuídas as arestas pelos vértices e a probabilidade de um vértice possuir uma nova ligação.

A distribuição de graus em uma rede Aleatória segue uma distribuição de Poisson conforme a figura [A.5](#)

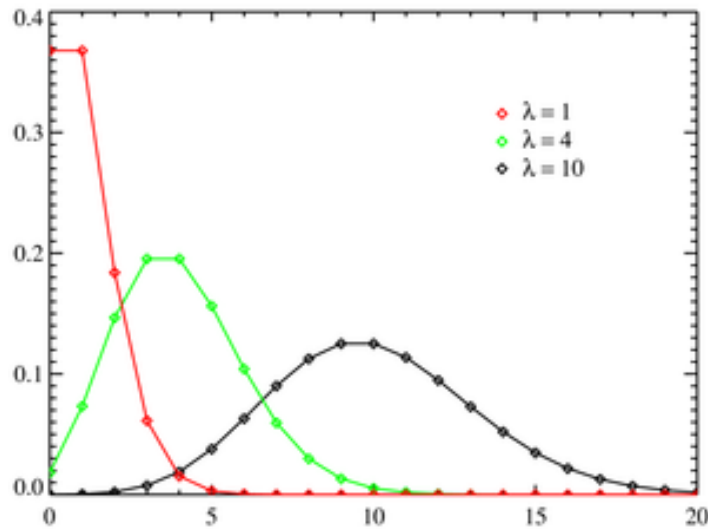


Figura A.5: distribuição de poisson.

Fonte:<http://www.viniciusviana.com/desenvolvimento/distribuicao-de-poisson-em-python/> em 17julho2013 as 19:10

Outras definições importantes:

- Caminho Geodésico é chamado de caminho mínimo, tem-se como a menor distância entre dois vértices na rede. Para o caminho mínimo deve se levar em consideração a Eficiência de um par de vértices;
- Diâmetro é a maior distância entre dois vértices na rede;
- Transitividade é chamado de clustering(aglomeração), representa a presença de ciclos de três vértices fechados em uma rede. Pelo conceito de transitividade entende-se como, a medida que define quantidade de ciclos em uma rede e dada pelo seu coeficiente de aglomeração. Ou seja, transitividade é a probabilidade média que os dois vértices vizinhos de um mesmo vizinho tem de estarem conectados entre si;
- Densidade é referente ao quanto uma rede e clusterizada. É calculada pela soma de todos os comprimentos de caminhos curtos calculados.

A.3.1 Topologia de Rede Small World

Segundo [Milgram \(1960\)](#) que iniciou a mais conhecida experiência no final da década de sessenta, ele tinha como objetivo testar o problema do mundo pequeno. Nesse experimento ele deu trezentas cartas para os participantes em Boston e Omaha, juntamente com os procedimentos para entrega das cartas a uma pessoa específica, enviando uma carta para um conhecido que considerasse mais próximo da mira estabelecida. Nesse experimento

foi descoberto a duração média de chegada ao alvo era de seis pessoas. Diante dessa experiência veio o impulsionamento do problema do Mundo Pequeno ou Small World aos pesquisadores.

Lembrando que para se caracterizar uma rede de mundo pequeno (SW = Small World) deve-se identificar algumas características peculiares que será a base de uma das rotinas de simulação de estudo tais como:

1. A rede precisa ter seis graus de separação: isso é a reflexão que [Milgram \(1960\)](#) expõe no experimento e [Watts \(2003\)](#) confirma esse conceito mencionado anteriormente no início dessa seção.
2. Alto grau de agrupamento de acordo com [Barabazi \(2002\)](#) afirma que toda a ligação que se caracteriza certifica que as ligações dos seus vizinhos tem uma forte probabilidade de se ligarem.

A.3.2 Características da Small World

Existe um caminho médio relativamente pequeno em virtude da própria afirmação de seus conceitos escritos por [Recuero \(2011\)](#):

1. Homofilia - Cada nó dá forma, um link, para outros nós que estão num raio de r passos na grade;
2. Laços fracos: cada nó forma um link para k outros nós aleatoriamente. Resultado de Watts-Strogatz: pouquíssima aleatoriedade é necessária para tornar o mundo pequeno.
3. Segundo [Milgram \(1960\)](#) pessoas encontram caminhos curtos para um destino mesmo não sabendo o mapa global das conexões.
4. Número de vértices fixo;
5. Número de arestas fixa;
6. Re-ligação com probabilidade p para uma reconexão de arestas de uma rede anel para transforma-la em Small World segundo [Luz \(2008\)](#). Cada aresta de determinado Nó pode se reconectar com uma probabilidade p e que deve ser de forma aleatória;
7. A vizinhança local é preservada, como uma rede regular;
8. O diâmetro da rede aumenta de forma logarítmica em relação ao número de nós n .

9. A rede é numericamente grande n (vértices ou nos) $\gg 1$;
10. A rede é esparsa, onde cada vértice esta conectado a no máximo K_{max} (Grau médio máximo) outros vértices;
11. Rede descentralizada onde o grau médio(k) \ll (muito menor que) n (vértices ou nos), mas o grau máximo (k_{max}) sobre todos os vértices deve ser muito pequeno do que n (nos);
12. Rede altamente aglomerada, onde muitos dos vértices conectados a um certo no estejam conectados entre si;
13. A estrutura da rede a ser montada deve assegurar que os grafos são conexos, consistindo somente de vértices sem distinção e arestas sem peso e não orientadas;
14. L comprimento do caminho característico que [Watts \(2004\)](#) define como o número médio de arestas que devem ser percorridas no menor caminho entre 2 pares de vértices no grafo.

$$L = \frac{1}{(n \cdot (n - 1))} \times \sum d(i, j) \quad (\text{A.1})$$

obs: $i \neq j$

- onde i, j são os vértices de origem(i) e destino(j);
- n = Número de Vértices;
- a $d(i, j)$ distancia do vértice i ate o vértice j .

Topologias de Conexão:

- Completamente regular ou completamente aleatória;
- Características Peculiares:
 - Altamente agrupáveis(malhas regulares) - propriedade local;
 - Tamanho dos caminhos entre os vértices eh pequeno(grafos aleatórios) - Propriedade Global.

O coeficiente de aglomeração (C) é a medida da estrutura local do grafo. Se um vértice v possui k_v vizinho imediatos, essa vizinhança define um subgrafo que terá no máximo arestas que podem existir:

- os vizinhos imediatos dados pela equação

$$k_v(k_v - 1)/2 \quad (\text{A.2})$$

k_v são os vizinhos imediatos do Vertice;

- C_v é a fracção deste máximo;

- C é a media desta fração sobre todos os vértices do grafo.
- O coeficiente de aglomeração médio é dado pela por $\Sigma(v = 1 : n)C_v$

$$C = (1/n) \quad (\text{A.3})$$

n é o número de Vertices;

Onde C_v é o coeficiente de aglomeração local e é dado por

$$C_v = \frac{(2E_v)}{(K_v(k_v - 1))} \quad (\text{A.4})$$

E_v é dado pelo número de arestas incidentes no vértice obtidas pelo subgrafo.

Vizinhança de um Vértice v e é dado por $\Gamma v = \{i : d(i,v) = 1\}$ ($v \in \Gamma v$). A denotação comumente usada eh $\text{Ng}(v) = \text{vizinhança do vértice } v$

- o Coeficiente de Aglomeração Medio é dado por:

$$C = \frac{1}{n} \times \sum_{v=1}^n C_v \quad (\text{A.5})$$

- Limites de L e C são dados pelas formulas:

$$L_{aleatorio} = \frac{\ln(n)}{\ln(k)} \quad (\text{A.6})$$

n = num vértices;

k = grau do vértice;

- $C_{aleatorio} = \frac{n}{k}$

A.3.3 Topologia de Rede Aleatória

Segundo [Hosftad \(2013\)](#) os grafos aleatórios são identificados com quaisquer dois vértices ou nós que possuem a probabilidade p de estarem conectados. Cada $n(n-1)/2$ arestas aparecem independentemente com a probabilidade p . Ou seja a media de Grau $\langle k \rangle$ eh proporcional a pN

N = Número de vértices ou nodes(nos)

[Barabazi \(2002\)](#) mostra aquele tamanho de caminho médio conectado por nodes ou vértices eh igual a

$$\frac{\ln N}{\ln k} \quad (\text{A.7})$$

Em outras palavras o p é escolhido como uma função de N para deixar $\langle k \rangle$ constante. Isso faz com que o modelo siga um grau $P(k)$ que nada mais é que uma distribuição de

Poisson.

$$\frac{k}{N-1} \quad (\text{A.8})$$

- A descrição a seguir serve para as equações [A.7](#) e [A.8](#)

k = Grau da Rede;

N = Número de Vértices ou nodes da rede

A.3.4 Redes Livre de Escala

Segundo [Barabazi \(2002\)](#) o surgimento de novas ligações nestas redes são diferentes e seguem as leis de potencias. Ele informa que essas leis de potencias são mostradas pela probabilidade:

$$P(k) \propto k^{-\gamma} \quad (\text{A.9})$$

- k é o grau dos vértices;
- γ uma constante de potência

Na Topologia de Net Scale Free (Rede Livre de Escala) existe uma característica na queda no número de conexões na rede à medida que os nós mais conectados agregam cada vez mais ligações, como demonstra a lei de potência.

Esses nós são denominados de hubs, por concentrar um grande número de conexões. No ditado mais popular "os vértices mais ricos ficam cada vez mais ricos de ligações". A lei de potencia e representada por:

$$f(x) = ax^{-k} \quad (\text{A.10})$$

- $ax = \lambda$
- $k = \gamma$
- $\lambda^{-\gamma}$ onde a e k são constantes da expressão anterior e o k tem um valor no intervalo de 1 a 3.

Segundo [Mendes\(2006\)](#) os nós fazem parte de um ciclo de adicionamento à rede. Contudo, se desconhece uma taxa constante, dando a denominação de Redes Livre de Escala.

Para fundamentarmos a característica mencionada por [Barabazi \(2002\)](#) na frase "os ricos ficam cada vez mais ricos" isso vem a fortalecer o comportamento expansivo das redes livres de escala, onde a probabilidade do nó receber novas conexões é proporcional ao grau

de conectividade dele dentro da rede. Esse comportamento foi denominado como ligação preferencial e foi dado pela expressão de probabilidade:

$$\Pi(ki) = \frac{ki}{\sum_j kj} \quad (\text{A.11})$$

- $\Pi(ki)$ é a probabilidade de um nó receber ligação do nó i
- o ki é o grau do nó i .
- Σ = somatório
- i e j são os nós de origem e destino respectivamente.

Ainda como característica forte o número de sítios (nós ou vértices) não é fixo. Isso significa que a rede está em um dinâmico processo de crescimento ou decrescimento.

Outro importante ponto está no mundo ultra pequeno que descreve que a distancia média entre dois sítios é muito pequena e dada por

$$d_{min} > \ln[\ln(N)] \quad (\text{A.12})$$

- N é o número de vértices ou sítios na rede que se estuda.

A.4 Métricas nas Redes Complexas

Pelo contexto histórico as medidas que surgem para melhor compreender as redes complexas são citadas com três conceitos: caminho mínimo médio representado por L , coeficiente de aglomeração (clustering) e distribuição de grau (degree) conhecido pela letra K .

Caminho Mínimo Médio (L) é a medida da distancia (d) entre dois vértices, onde essa distancia sera encontrada pelo número de arestas do menor caminho que os conecta.

O caminho mínimo médio será calculado pela média da distância entre dois vértices medida sobre todos os pares de vértices. O diâmetro da rede é definido como o máximo caminho mínimo entre quaisquer dois pontos da rede de acordo com Galvao (2006).

Comprimento do caminho característico que Watts (2003) define como o número médio de arestas que deve ser percorridas no menor caminho entre 2 pares de vértices no grafo. Já definido na equação A.1

O Grau de um Vértice é dado pelo número de arestas (k) que ele possui ou que incidem nele. O grau médio da rede será dado pela soma do grau de todos os vértices dividido pelo número de vértices. O COEFICIENTE de AGLOMERAÇÃO de um vértice é dado pelo número de arcos que seus vizinhos tem entre si dividido pelo número total de arcos que eles deveriam pra estarem totalmente conectados. Isso esta mostrado na equação [A.4](#) e [A.5](#)

A.5 *Redes Sociais*

A origem dos grafos ja foi descrita anteriormente. Aqui se dará ênfase da análise das redes sociais que é um dos subsídios do estudo. Para [Recuero \(2005\)](#) essa esta dividida em duas grandes visões:

1. Redes Inteiras (Whole Network).

Redes Inteiras é focada na relação estrutural da rede com o grupo social. “As redes de acordo com essa visão de redes inteiras, são assinaturas de identidade social”. Ou seja, “o padrão de relações entre os indivíduos está mapeando as preferências e características dos próprios envolvidos na rede” de acordo com [Watts \(2004\)](#).

2. Redes Personalizadas (ego-centered networks).

As redes personalizadas abordariam o papel social de um indivíduo poder ser compreendido não só pelo grupo(redes) a que ele esta conectado formando um grupo ao qual ele pertence, mas igualmente, através das posições que ele tem dentro dessas redes de acordo com [Watts \(2004\)](#). Esse seria o caso da RSF.

No entendimento de [Recuero \(2005\)](#), sociólogos acreditavam que as unidades dessas redes eram apenas as díades explanada anteriormente. Nessa estrutura se esperava relações entre indivíduos que formariam um grupo, se ligasse de modo mais ou menos aleatório. Outra forma seriam as tríades. Nessa de formato triangular. Isso possibilitaria que duas pessoas com um amigo em comum, aumentasse a probabilidade delas terem conhecimento entre si e de pertencerem ao mesmo conjunto de amigos.

A.5.1 *Facebook*

“Facebook is a social utility that connects you with the people around you” essa frase resume o que é o Facebook, ou seja, Facebook é um utilidade social que conecta você com as pessoas ou indivíduos ao seu redor. Esse site de serviço de rede social foi lançado em 4 de fevereiro de 2004, na qual a Facebook Inc., empresa privada, opera esse site de serviço.

Em outubro de 2012, o site atinge uma marca de 1 bilhão de usuário ativos. Esse site obriga o registro dos usuários e criação de um perfil pessoal, podendo adicionar outros como amigos, trocar mensagens, incluir notificações automáticas na atualização do seu perfil. Ainda podem ser criados grupos de interesse em comum, organizado por diversas categorias como escolas, trabalho e outras.

O fundador foi Mark Zuckerberg mais quatro colegas da faculdade: Eduardo Saverin, Dustin Moskovitz e Chris Hughes.

Os recursos do ambiente da Rede Social Facebook estão descritos a seguir baseada na figura A.6:

- Mural é um espaço que permite aos amigos publicar mensagens para os outros verem. Esse recurso é visível para qualquer pessoa com permissão de acesso ao perfil do visitante. Para mensagens privadas se utiliza o recurso de mensagens opção do site facebook;
- Presentes é o recurso que amigos podem dar presentes como imagens desenhadas, coisas pertencentes a loja de presentes virtuais do facebook. Nesse recurso uma caixa de presentes vai o nome do doador do presente ou "privado" para presentes sem o nome do doador.
- O botão Curtir foi um recurso para aqueles usuários que gostam de determinados conteúdos, como atualizações de status, comentários, fotos, links compartilhados por amigos e propagandas;
- Marketplace permite aos usuários fazer propaganda gratuitamente dentro das categorias de à venda, imóveis, emprego e outros;
- Cutucar é um recurso de chamar atenção, ou seja, uma forma de interagir com seus amigos;
- Status permite informar a comunidade e amigos coisas que julgar interessante;
- Eventos seria uma forma de avisos para os membros de sua rede social ou comunidades;
- Aplicativos é um recurso para criar aplicações (softwares) que interajam com os recursos internos do facebook, como jogos;
- Facebook vídeo é um recurso de uma aplicação com o objetivo de partilhar vídeos;
- Facebook móvel grátis foi um lançamento para os dispositivos de celulares que teve o apoio da operadora TIM do Brasil;
- Facebook messenger foi um recurso de comunicação através de conversa por teclado e texto;

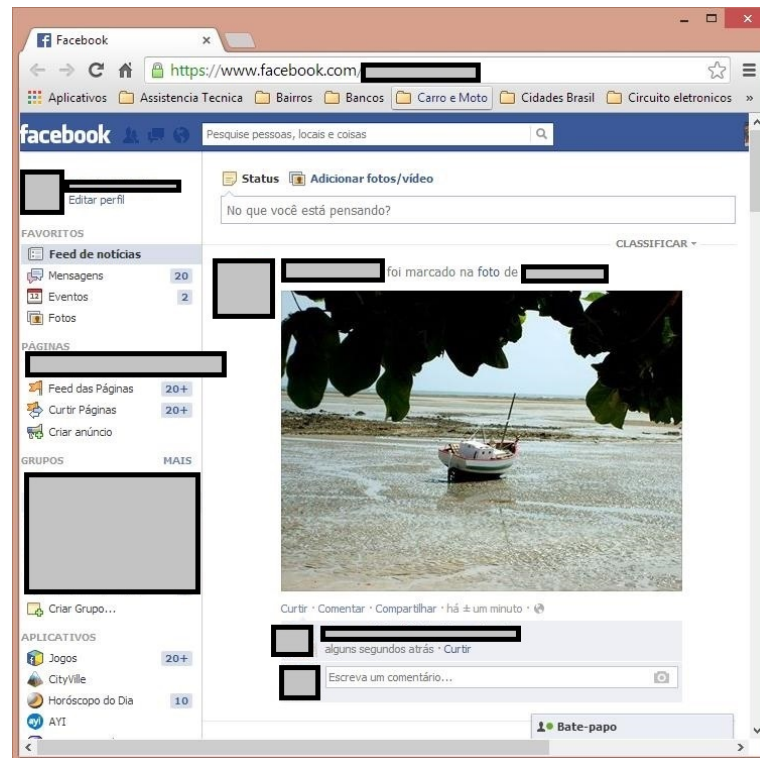


Figura A.6: Pagina Inicial do Facebook.

Fonte: <http://www.facebook.com/>

A.6 Comunicação

Segundo Kotler (2000) o mix de marketing é composto de cinco formas essenciais de comunicação:

- Propaganda culmina em qualquer forma paga de apresentação e promoção não-pessoais de ideias, mercadorias ou serviços por um anunciante;
- Promoção de Vendas estabelece uma variedade de incentivos de curto prazo para encorajar a experimentação ou a compra de um produto ou serviço;
- Relações públicas estabelece uma variedade de programas elaborados para promover ou proteger a imagem de uma empresa ou de seus produtos;
- Vendas Pessoais é a interação pessoal (cara a cara) com um ou mais compradores potenciais visando apresentar produtos ou serviços;
- Marketing direto é a utilização de ferramentas como correio, telefone, fax, e-mail ou a internet para se comunicar diretamente com clientes específicos e potenciais ou lhes solicitar uma resposta direta.

Com base nas cinco formas essenciais de comunicação é necessário entender as partes envolvidas neste processo de comunicação que são o emissor e receptor. A mensagem e o meio são as principais ferramentas de comunicação. A codificação, decodificação, resposta e feedback representam as principais funções da comunicação. O ruído seria o último elemento no sistema que nesse caso pode interferir na comunicação planejada de acordo com Kotler (2000). Esse processo está descrito na figura A.7.

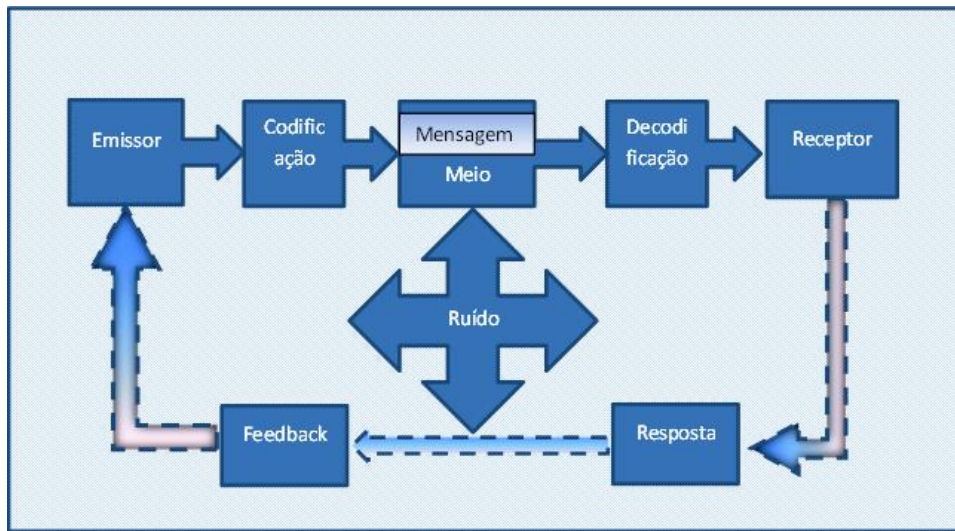


Figura A.7: Elementos do processo de comunicação

Fonte: Kotler (2000) pag. 571

A tarefa do emissor é fazer com que sua mensagem alcance o receptor. Contudo, o público na qual se quer alcançar pode não receber por três razões segundo Kotler (2000):

- Atenção seletiva: os indivíduos em potencial são bombardeados por cerca de 1600 mensagens comerciais por dia, sendo que 80 dessas são percebidas conscientemente e apenas 12 provocam alguma reação. A atenção seletiva explica o porquê dos anúncios com títulos em negrito prometendo diversas coisas possuem muito mais força no despertar da atenção;
- Distorção seletiva: As pessoas que acessam o que se ajusta a seu sistema de conhecimento. Isso permite que elas acrescentem à mensagem coisas que não são expressas (amplificam) e não percebem outras coisas que estão presentes (nivelamento). Nesse caso, o emissor deve buscar maior simplicidade, clareza, interesse e repetição para alcançar as principais metas estabelecidas;
- Retenção seletiva: as pessoas retêm na memória por mais tempo somente uma pequena proporção das informações que são percebidas por elas. Se essa mensagem for positiva é provável que esta seja lembrada e aceita. Contudo, se for negativa essa mensagem será rejeitada e fique gravada na memória por um longo tempo.

Para Fiske e Hartley apud [Kotler \(2000\)](#) foi delineado fatores que consideram como principais na influencia direta da eficácia da comunicação que são:

- Quanto maior a exclusividade da fonte de comunicação sobre o público-alvo, maior será a alteração nesse público, ou o efeito sobre ele;
- Os efeitos da comunicação são maiores quando a mensagem está comparada com as opiniões, crenças e alinhadas ao público exibido a ela;
- A comunicação pode despertar transformações mais efetivas em questões não corriqueiras e perceptíveis, que não se localizam no centro do sistema de valores do público-alvo;
- A notícia costuma ser mais eficaz quando se crer que a origem domina o assunto, possui objetividade e desperta maior simpatia quando exerce poder para provocar maior identificação;
- O contexto social e o grupo de pertinência vão intervir a informação e dissuadir na aceitação ou não da notícia.

Referências Bibliográficas

- BARABAZI, A. L. *Linked*. [S.l.: s.n.], 2002. ISBN 0-7382-0667-9. 2, A.3.3, A.3.4, A.3.4
- DEGRAVE, M. C. E. K. B. M. M. Novas tecnologias na genética humana: Avanços e impactos para a saúde. p. 252, 2007. CDD: 611.0181663. Disponível em: <http://www.ghente.org/publicacoes/novas_tecnologias/novas_tecnologias_completo.pdf>. 1.2
- DIETZ, K. *The Incidence of Infectious Diseases Under the Influence of Seasonal Fluctuations*. [S.l.: s.n.], 1976. 11. 1-15 p. 2.1.1
- DUNHAM, W. *The Early Mathematics of Leonhard Euler*. [S.l.: s.n.], 2007. 416 p. (Spectrum, ISBN:9780883855591). A.2
- EULER, L. *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*. [S.l.: s.n.], 1741. 128 p. A.1, A.1
- FEOLFILOFF, P.; KOHAYAKAWA, Y.; WAKABAYASHI, Y. Uma introdução sucinta à teoria dos grafos. 2011. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~pf/teoriadosgrafos/texto/TeoriaDosGrafos.pdf>>. A.1.1, A.1.1
- FERREIRA, T. Teoria das redes: Uma revisão sobre o tema. *8 mostra acadêmica UNIMEP 26 a 28 de outubro de 2010*, p. 4, 2010. A.2
- GALVAO, V. M. Um modelo para a neoplasia utilizando redes complexas. UFBA, 2006. Disponível em: <www.pgif.ufba.br/dissert/Textos/Viviane-Galvao.pdf>. A.4
- GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. [S.l.: s.n.], 2009. 41 47 p. 1.4
- GILPIN, I. A. H. M. E. *Metapopulation Biology. Ecology, Genetics and Evolution*. [S.l.: s.n.], 1997. 2.1
- HAMER, W. H. *Age-Incidence in Relation with Cycles of Diseases-Prevalence*. [S.l.: s.n.], 1897. 2.1.3
- HOSFTAD, R. V. D. Random graphs and complex networks. 2013. Department of Mathematics and Computer Science Eindhoven University of Technology P.O. Box 513. Disponível em: <<http://www.win.tue.nl/~rhofstad/NotesRGCN.pdf>>. A.3.3
- KEELING, M.; ROHANI, P. *Modeling Infectious Diseases in Humans and Animals*. Princeton University Press, 2011. ISBN 9781400841035. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=LxzILSuKDhUC>>. 1, 1.1.1, 1.2, 2.1, 2.1.1, 2.1.1, 2.1, 2.1.1, 2.1.2, 9, 2.1.3, 2.2, 2.1.3, 2.1, 2.3, 2.1.4, 3.2.1
- KOTLER, P. *Administração de Marketing*. Av Ermano Marchetti, 1435, Lapa Cep:05038-001, São Paulo - SP Brasil: Pearson Prentice Hall, 2000. 751 p. A.6, A.7, A.6
- LEVINS, R. *Some demographic and genetic consequences of environmental heterogeneity for biological control*. [S.l.: s.n.], 1969. 2.1

- LOFF, J. F. de O. P. Modelo epidemiológico para avaliação de estratégias de vacinação contra o vírus do papiloma humano. 2007. Disponível em: <<https://www.repository.utl.pt/bitstream/10400.5/2174/1/Dissertacao.pdf>>. 2.1
- LUZ, G. D. Uso de small worlds no roteamento em redes de sensores sem fio. *Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo - IME - USP*, 2008. Disponível em: <grenoble.ime.usp.br/~gold/orientados/dissertacao-GiulianLuz.pdf>. 6
- MCKENDRICK, W. O. K. A. G. *A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics*. [S.l.]: Royal Society of London A, 1927. 700-721 p. ([document](#)), 2.1, 2.1.1, 2.1.3
- MILGRAM, S. Six degrees of separation. *Niu.edu*, 1960. Experimento em 1960 com 300 cartas. Disponível em: <http://www3.niu.edu/acad/psych/Millis/History/2003-/stanley_milgram.htm>. A.3.1, 1, 3
- MIZRUCHI, M. S. Análise de redes sociais: avanços recentes e controvérsias atuais. *Revista de Administração de Empresas*, v. 46, n. 3, p. 10–15, 2006. Páginas 10 - 15. A.2
- NEDER, C. P. As influências das novas tecnologias de comunicação social na formação política. p. 49, 51, 73, Junho 2001. Dissertação de Mestrado. Disponível em: <<http://www.bocc.ubi.pt/pag/neder-cristiane-novas-tecnologias.pdf>>. 1.2
- OLIVEIRA, H. C. B. de. Aula de introdução a representação de grafo. *unifal*, 2008. Disponível em: <http://homepages.dcc.ufmg.br/~humberto/unifal/aulas/grafos-/aula_03_Int>. A.1.1
- RANSOME, A. On epidemic cycles. p. 75–96, 1880. 2.1.3
- RANSOME, A. On the form of the epidemic wave and some of its probable causes. p. 96, 1881. 2.1.3
- RECUERO, R. Redes sociais na internet: Considerações iniciais. *E Compos*, v. 2, 2005. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/limc/PDFs/redes_sociais.pdf>. 1.2, A.5, A.5
- RECUERO, R. da C. Teoria das redes e redes sociais na internet: Considerações sobre o orkut, os weblogs e os fotologs. *portcom.Intercom.org.br*, 09 de novembro 2011 2011. Disponível em: <<http://www.portcom.intercom.org.br/pdfs-/121985795651418859729998795470196200751.pdf>>. A.3.2
- SACOMANO, M. N. Morfologia, propriedades e posicionamentos das redes: contribuições as análises interfirmas. *XI SIMPEP, Bauru-SP*, p. 1–9, 2004. A.2
- SCARDUA, A. C. O cérebro e o número de dunbar: Os sentidos da amizade moram no abraço! 2011. Disponível em: <<http://angelitascardua.wordpress.com/2011/03-/12/o-cerebro-e-o-numero-de-dunbar-os-sentidos-da-amizade-moram-no-abraco/>>. 1.2
- VIEIRA, I. T. Small world network models of the dynamics of hiv infection. *Annals of Operations Research*, v. 178, p. 173–200, 2005. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10479-009-0571-y>>. 2.1.5
- WATTS, D. J. *Seis Graus de Separação(six degrees)*. [S.l.: s.n.], 2003. A.1.2, 1, A.4
- WATTS, D. J. *The Science of a Connected Age*. February 17, 2004. Disponível em: <<http://www.amazon.com/Six-Degrees-The-Science-Connected/dp/0393325423>>. 14, 1, 2