



*Federação das Indústrias do Estado da Bahia*

**CENTRO UNIVERSITÁRIO SENAI CIMATEC**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM  
MODELAGEM COMPUTACIONAL E TECNOLOGIA INDUSTRIAL  
Doutorado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial**

**Tese de doutorado**

**Sistemas dinâmicos complexos: teorias e aplicações  
nas áreas da física, economia e biologia**

Apresentada por: Aloísio Santos Nascimento Filho  
Orientador: Prof. Dr. Marcelo Albano Moret Simões Gonçalves  
Coorientador: Prof. Dr. Thiago Barros Murari

Julho de 2018

Aloísio Santos Nascimento Filho

# **Sistemas dinâmicos complexos: teorias e aplicações nas áreas da física, economia e biologia**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação Stricto Sensu em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial, Curso de Doutorado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial do CENTRO UNIVERSITÁRIO SENAI CIMATEC, como requisito parcial para a obtenção do título de **Doutor em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial**.

Área de conhecimento: Interdisciplinar

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Albano Moret Simões Gonçalves  
*CENTRO UNIVERSITÁRIO SENAI CIMATEC*

Coorientador: Prof. Dr. Thiago Barros Murari  
*FORD*

Salvador  
CENTRO UNIVERSITÁRIO SENAI CIMATEC  
2018

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do Centro Universitário SENAI CIMATEC

N244s Nascimento Filho, Aloísio Santos

Sistemas dinâmicos complexos: teorias e aplicações nas áreas da física, economia e biologia / Aloísio Santos Nascimento Filho. – Salvador, 2018.

109 f. : il. color

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Albano Moret Simões.

Coorientador: Prof. Dr. Thiago Barros Murari.

Tese (Doutorado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial) – Programa de Pós-Graduação, Centro Universitário SENAI CIMATEC, Salvador, 2018.

Inclui referências.

1. Sistemas dinâmicos. 2. Sistemas complexos. 3. Interdisciplinaridade – Física, economia e biologia. I. Centro Universitário SENAI CIMATEC. II. Simões, Marcelo Albano Moret. III. Murari, Thiago Barros. IV. Título.

CDD: 620.00113

---

## Nota sobre o estilo do PPGMCTI

---

Esta tese de doutorado foi elaborada considerando as normas de estilo (i.e. estéticas e estruturais) propostas aprovadas pelo colegiado do Programa de Pós-graduação Stricto Sensu em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial e estão disponíveis em formato eletrônico (*download* na Página Web [http://ead.fieb.org.br/portal\\_faculdades/dissertacoes-e-teses-mcti.html](http://ead.fieb.org.br/portal_faculdades/dissertacoes-e-teses-mcti.html) ou solicitação via e-mail à secretaria do programa) e em formato impresso somente para consulta.

Ressalta-se que o formato proposto considera diversos itens das normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), entretanto opta-se, em alguns aspectos, seguir um estilo próprio elaborado e amadurecido pelos professores do programa de pós-graduação supracitado.


**Doutorado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial**


A Banca Examinadora, constituída pelos professores abaixo listados, leu e aprovou a Tese de doutorado, intitulada "**SISTEMAS DINÂMICOS COMPLEXOS: TEORIAS E APLICAÇÕES NAS ÁREAS DA FÍSICA, ECONOMIA E BIOLOGIA**", apresentada no dia 06 de julho de 2018, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Doutor em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial.


Orientador:   
Prof. Dr. Marcelo Albano Moret Simões Gonçalves  
SENAI CIMATEC

Coorientador:   
Prof. Dr. Thiago Barros Murari  
FORD

Membro Interno:   
Prof. Dr. Renelson Ribeiro Sampaio  
SENAI CIMATEC

Membro Interno:   
Prof. Dr. Ivan Costa da Cunha Lima  
SENAI CIMATEC

Membro Externo:   
Prof. Dr. Thadeu Josino Pereira Penna  
UFF

Membro Externo:   
Prof. Dr. Jorge Simões de Sá Martins  
UFF

Dedico esse trabalho a minha esposa Lusiana Nascimento “doce Lulu”, que com cuidado e carinho adocicou muitos dos momentos amargos dessa minha jornada.

---

## Agradecimentos

---

Dedico meus mais sinceros agradecimentos para:

- o professor, orientador e, sobretudo amigo Marcelo A. Moret, “o Chefe”, que com grande conhecimento e orientação pôde ser um dos fatores mais importantes para a conclusão desse trabalho;

- o professor doutor Thiago B. Murari, um grande amigo e um importante reforço na produção de artigos e na reta final desta pesquisa;

- os professores e amigos Jefferson Willes, Hugo Saba e Márcio Araújo, que além da bela amizade construída ao longa dessa caminhada, foram muito importantes na construção dos trabalhos produzidos;

- a coordenadora do PRH-55, professora doutora Lílian Guarieiro e o professor Nilton Pitombo, pelas valiosas contribuições e discussões sobre a indústria do petróleo;

- as parcerias externas dos professores doutores André C. Lima (UFBA), José G. Vivas (UFBA) e Aloísio Machado (UEFS), com valiosas contribuições nas produções em conjunto;

- os colegas do PPG-MCTI, que se transformaram ao longo da minha jornada em grandes companheiros, especialmente Fernando Santos, Gustavo Costa, Leandro Brito e Antônio Cordeiro;

- todos os professores do PPG-MCTI.

Salvador, Brasil  
dia de Julho de 2018

Aloísio Santos Nascimento Filho

---

## Resumo

---

O objetivo deste estudo foi verificar, por meio dos sistemas dinâmicos complexos, de que forma seus componentes podem produzir respostas coletivas traduzidas por intermédio de grandezas que caracterizam completamente um sistema. O interesse em estudar esse tipo de sistema se justifica pela necessidade de reconhecer como as interações dos elementos componentes que o compõe repercutem na dimensão perceptível deste. Nesta pesquisa, foram avaliados os comportamentos de três sistemas em diferentes áreas do conhecimento, física, economia e biologia. As informações foram coletadas de escoamento de um fluido artificial, de margens médias brutas de revendas da gasolina C e de registros de casos de dengue, e por meio de um conjunto de teorias, foram avaliadas as auto-similaridades; correlações cruzadas; interligações entre elementos; e as auto-organizações desses conjuntos de dados. Com base nos achados, concluímos que o uso dessas teorias, aplicadas aos problemas estudados, constituiu uma abordagem eminentemente interdisciplinar, e os resultados mostraram ser aplicáveis em várias áreas, servindo como uma nova metodologia de avaliação de sistemas dinâmicos complexos.

**Palavras-chave:** Sistemas dinâmicos, complexidade, interdisciplinaridade.



---

## Abstract

---

The purpose of this study was to verify, through complex dynamic systems, how their components can produce collective responses translated through the magnitudes that characterize a system completely. The interest in studying this type of system is justified by necessity to recognize how the interactions of the component elements that compose it affect the perceptible dimension of that. This study evaluated the behavior of three systems in different areas of knowledge, physics, economics and biology. The information were collected from the artificial fluid flow, average retail margins from gasoline C and dengue infection records, where a set of tools evaluated the self-similarity; cross-correlations; interconnections between elements, by using the theory of complex networks; and the self-organization in these datasets. Based on the findings, it was concluded that the use of these tools, applied to the problems studied, were an eminently interdisciplinary approach, where the results showed to be applicable in several areas. Establishing their joint use as a new methodology for evaluating complex dynamic systems.

**Keywords:** Dynamic systems, complexity, interdisciplinarity.

---

# Sumário

---

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Definição do problema . . . . .	3
1.2	Objetivo Geral . . . . .	3
1.2.1	Objetivos específicos . . . . .	3
1.3	Importância da pesquisa . . . . .	4
1.4	Limites e limitações . . . . .	4
1.5	Hipóteses . . . . .	4
1.6	Organização da Tese de doutorado . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Revisão de literatura</b>	<b>6</b>
2.1	Dinâmica de sistemas complexos . . . . .	6
2.1.1	Definição de Sistema . . . . .	6
2.2	Sistemas Complexos . . . . .	6
2.2.1	Sistemas dinâmicos complexos . . . . .	7
2.2.1.1	Sistemas Complexos Adaptativos . . . . .	9
2.2.2	Redes complexas . . . . .	9
2.2.3	Criticalidade auto-organizada . . . . .	11
2.2.4	Auto-afinidade . . . . .	13
2.3	Estacionariedade e não-estacionariedade em séries temporais . . . . .	14
2.3.1	Métodos para avaliar correlação de longo alcance em séries tempo- rais não-estacionárias . . . . .	17
2.3.1.1	Detrended Fluctuation Analysis (DFA) . . . . .	17
2.3.1.2	Detrended Cross Correlation Analysis ( $\rho$ DCCA) . . . . .	19
2.4	Econofísica . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Sistemas dinâmicos complexos - aplicações</b>	<b>23</b>
3.1	Física aplicada - Simulação de escoamento de fluido . . . . .	23
3.2	Economia - mercado de revenda de gasolina no Brasil . . . . .	31
3.3	Biologia - Auto-afinidade da dengue em 25 cidades da Bahia . . . . .	40
3.4	Biologia - Correlação entre incidência dengue, rede de transporte e SOC na Bahia . . . . .	50
3.5	Biologia - arranjos econômicos de incidência de dengue na Bahia . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Discussão dos resultados e conclusões</b>	<b>68</b>
4.1	Retrospectiva dos estudos realizados . . . . .	70
4.1.1	Estudos com escoamento de fluido . . . . .	70
4.1.2	Estudos com margens médias brutas de gasolina C no Brasil . . . . .	72
4.1.3	Estudos com casos de dengue na Bahia, Brasil . . . . .	79
4.1.4	Considerações finais . . . . .	83
4.2	Perspectivas e trabalhos futuros . . . . .	85
	<b>Referências</b>	<b>87</b>

---

## Lista de Tabelas

---

4.1	Resumo das ferramentas dos SDC utilizadas em cada área de estudo. . . .	85
-----	---	----

---

## Lista de Figuras

---

2.1	Graficamente, o nós são representados por circunferências e as arestas por arcos ou segmentos por circunferências segmentos de reta (com flecha, no caso do grafo direcionado). A, ilustra um exemplo de grafo não direcionado; enquanto que B, ilustra um exemplo de grafo direcionado. . . . .	10
2.2	Ilustração do comportamento de um TVG hipotética, no qual a forma da rede é alterada com com o tempo. . . . .	11
2.3	Esquerda: O paradigma SOC original da pilha de areia, que consiste no acionador (de entrada), no mecanismo de criticalidade auto-organizado (ângulo de repouso do autoajuste) e nas avalanches (de saída). Direita: Em um conceito SOC físico, o <i>driver</i> é uma taxa de entrada de energia lenta e contínua, o mecanismo de criticalidade é substituído por um ponto crítico na forma de um limiar de instabilidade, onde uma avalanche é acionada, geralmente consistindo em uma fase de crescimento não linear e fase de saturação subsequente. Figura extraída de (ASCHWANDEN et al., 2016).	12
2.4	Auto similaridade - Triângulo de Sierpinski . . . . .	13
2.5	Ilustração do <i>Fluctuation Analysis</i> , bem como para o DFA (que será visto na próxima seção). Para durações de dois segmentos (escalas de tempo) $s = 100(a)$ e $200(b)$ , os perfis $Y(j)$ (linhas azuis; definidos na Eq. (2.4), os valores $Y(\nu s)$ usados para o FA em Eq. (2.5) (círculos verdes) e ajustes do mínimos quadrados aos perfis usados no DFA (linhas vermelhas), que veremos a seguir, são apresentados. Fonte: (KANTELDHARDT, 2009).	17
2.6	Divisão dos sinais integrados $xx_k$ e $yy_k$ em $N - s$ intervalos (com superposição) de tamanho $s$ , cada um contendo $s + 1$ valores. Fonte:(ZEBENDE, 2011).	20
2.7	Ajuste linear, através da relação $F(n) \sim n^\alpha$ . Retornos financeiros de ações da companhia petrolífera Total (inset). Figura extraída de (FILHO; MORET, 2015).	22
4.1	Mapa conceitual do percurso metodológico. . . . .	69

---

## Lista de Siglas

---

ARM .....	Average Retail Margin
ANP .....	Agência Nacional do Petróleo Gás e Biocombustível
CFD .....	Computational Fluid Dynamics
DCCA .....	<i>Detrended Cros-Correlation Analysis</i>
DFA .....	<i>Detrended Fluctuation Analysis</i>
FA .....	<i>Fluctuation Analysis</i>
IBGE .....	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
OMS .....	Organização Mundial de Saúde
PPGMCTI ..	Programa de Pós-graduação Stricto Sensu em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial
P&D .....	Pesquisa e desenvolvimento
SDC .....	Sistemas dinâmicos Complexos
SOC .....	Self-Organized Criticality

---

## Lista de Símbolos

---

$\alpha$ .....	Expoente de correlação do DFA
$ARM$ .....	Average retail margin
$\beta$ .....	Nível de significância estatística
$CV$ .....	Coefficiente de correlação de Pearson
$\gamma$ .....	Expoente de criticalidade do SOC

## Introdução

---

*“O verdadeiro valor das coisas é o esforço e o problema de as adquirir”.*

Adam Smith

Na atual fase do desenvolvimento de nossa sociedade, parece haver poucas dúvidas de que para superar incertezas, bem como detectar, classificar ou mesmo mensurar comportamentos e riscos em um dado sistema, faz-se necessária uma profunda imersão nos fundamentos que formam e conduzem o que está sendo avaliado. Ainda assim, essa imersão não garante boas interpretações sobre o comportamento desse sistema, uma vez que seus componentes podem agir independentemente, produzindo respostas coletivas não esperadas. Fato que, em muitos casos, abre oportunidade para o uso de métodos não convencionais aplicados em problemas convencionais.

No campo da exploração de petróleo, a necessidade de monitoramento e controle de fluidos são essenciais em várias etapas, incluindo produção e transporte do produto. Por exemplo, no processamento primário<sup>1</sup> do óleo extraído, esse monitoramento não se apresenta como uma simples tarefa, pois o escoamento de fluidos em dutos fechados é bem complexo, principalmente em razão do petróleo extraído estar constituído de sais, micro-organismos e gases dissolvidos, material em suspensão que podem provocar problemas em seu escoamento, como incrustações nas paredes das colunas de produção (LIMA, 2009). Este último representa uma condição natural que pode afetar várias etapas de processamento, além da produção, do transporte e refino de petróleo. O escoamento de fluido figura-se como um processo dinâmico, no qual ocorre a interação entre seus componentes, por exemplo, velocidade, pressão, viscosidade em um único meio ambiente (duto condutor ou coluna de produção). Essa é uma área da física, denominada de mecânica dos fluidos, campo de interesse em diversos ramos da ciência (MORRIS et al., 2016), em que o uso de métodos computacionais não convencionais podem auxiliar em procedimentos operacionais, como no monitoramento do escoamento, ou mesmo aplicados no planejamento e programação de manutenções preventivas.

Já em outra área distinta da física, na economia, a sua incômoda maleabilidade observada é mais um exemplo de respostas que surgem de relações intrincadas entre seus agentes componentes. Como se os movimentos e interações ocorridos na microeconomia<sup>2</sup> se pro-

---

<sup>1</sup>O processamento primário consiste na separação de petróleo, gás e água sob condições controladas, no tratamento ou condicionamento dos hidrocarbonetos para que possam ser transferidos para as refinarias onde é efetuado o processamento propriamente dito, e no tratamento da água para reinjeção ou descarte (HERNANDEZ; HAINVINKA; BULLIN, 2001).

<sup>2</sup>Microeconomia é o estudo do comportamento econômico individual e particular, ignorando o conjunto geral

pagassem de forma evolutiva ao ponto de delinear o perfil da macroeconomia<sup>3</sup>. Fato que representa um desafio para todos aqueles que trabalham na busca por acurácia interpretativa e planejam suas ações com base nos fundamentos de uma dada economia, assim como para aqueles que perseguem boas projeções. [Battiston et al. \(2016\)](#) lembra que a tradicional teoria econômica não explicaria e, muito menos, consegue prever, colapsos no sistema financeiro, bem como a duração dos seus efeitos sobre a economia global.

Diante de um contexto mais próximo do cotidiano, como o mercado de revenda de combustíveis veiculares, as respostas coletivas que definem o perfil desse mercado guardam, em certa medida, uma semelhança com os movimentos observados em mercados de intensa interação, como mercados financeiros e de *commodities*. Visto que as vendas de combustíveis apresentam expressivas movimentações financeiras e fortes relações com a sua cadeia produtiva, entre outros aspectos. Estes, por sua vez, repercutem na forma de alterações na dinâmica de custos dos postos de gasolina, afetando o bem-estar social, principalmente, a partir das mudanças ocorridas na matriz energética nacional, com o advento da lei nº 9.478, de 6 de Agosto de 1997, conhecida com a “Lei do Petróleo”. Esta rompeu parcialmente com o controle estatal da cadeia de energia, incluindo o controle de preços dos derivados do petróleo que, a partir do ano de 2002, passou a ser liberado ([ANP, 2012](#)). Isso permitiu uma nova dinâmica na estrutura de mercado de vendas de combustíveis líquidos do Brasil.

No campo da epidemiologia, muitos estudos se destinam à investigação de doenças transmissíveis ou contagiosas, com o objetivo de encontrar maneiras de eliminar ou, pelo menos, controlar a propagação dos agentes causadores de tais enfermidades. O uso de modelos epidemiológicos são úteis no mapeamento de agentes patogênicos, vetores ou hospedeiros, bem como as suas formas de propagação de doenças contagiosas. Um tratamento matemático básico para doenças infecciosas, denominado de modelo SIR, proposto em 1927 por W.O.Kermack (1898-1970) e A.G. McKendrick (1876-1943) e formulado em termos de equações diferenciais, para estudar as consequências de uma doença contagiosa que se espalha rapidamente. Nesse modelo, divide-se a população em três classes: a classe dos suscetíveis S, composta por indivíduos que podem contrair a doença via contato com infectados; a classe dos infectados I, formada pelos indivíduos que têm a doença e podem transmiti-la; e a classe dos removidos R, que passaram pela doença e não são mais nem suscetíveis, nem infectados (recuperados ou mortos)<sup>4</sup>.

A ideia do modelo SIR é poder determinar se o agente infeccioso causará uma epidemia, se vai se tornar endêmico, ou se será naturalmente erradicado ([MONTEIRO, 2014](#)). Por outro lado da economia, mas focando apenas nos mercados específicos e nas ações de produtores e consumidores ([VARIAN, 2012](#))

---

<sup>3</sup>Macroeconomia é uma área da economia responsável por analisar fatores do sistema econômico de determinada região ou país. A macroeconomia é global, desconsiderando as particularidades ou os comportamentos individuais ([MANKIW, 2014](#)).

<sup>4</sup>Para saber mais sobre o modelo SIR consultar [Monteiro \(2014\)](#).



lado, para esse modelo funcionar adequadamente é requerida uma série de pressupostos, alguns pouco realistas na prática. Por exemplo, conforme observa [Silver \(2013\)](#), o modelo SIR supõe que todos em determinada população se comportem da mesma maneira, são igualmente suscetíveis a uma doença, propensos à vacinação, e se misturam uns com os outros de modo aleatório, sem quaisquer linhas divisórias, ou seja, todos os indivíduos se comportam da mesma forma. O que aparentemente não se observa no mundo real.

O campo da complexidade, cujos fundamentos se originam a partir de estudos aplicados em várias áreas como economia aplicada e física da matéria condensada e epidemiologia, são várias as abordagens e teorias que podem ser utilizadas. [Miller e Page \(2009\)](#) lembram que uma das ferramentas mais poderosas resultantes da investigação de sistemas dinâmicos complexos é a utilização de um conjunto de técnicas computacionais, devido às complicações e incertezas presentes no funcionamento de alguns desses sistemas.

## ***1.1 Definição do problema***

De quais maneiras pode-se relacionar problemas da física, economia e biologia dentro da abordagem dos sistemas dinâmicos complexos?

## ***1.2 Objetivo Geral***

Propor uma abordagem interdisciplinar utilizando teorias e métodos de verificação de auto-similaridades, correlações cruzadas, inter-relações e auto-organizações em múltiplas escalas de tempo e espaço.

### ***1.2.1 Objetivos específicos***

- i.** Medir e avaliar a dinâmica espacial e temporal em um sistema físico;
- ii.** Medir e avaliar as estruturas de mercados de vendas de gasolina C no Brasil em múltiplas escalas espaciais e temporais;
- iii.** Medir e avaliar possíveis padrões de disseminação de infecção viral.

### **1.3 Importância da pesquisa**

Uma das dificuldades daqueles que lidam com problemas com múltiplas nuances é o desafio de modelar seus movimentos, não apenas como uma repetição do sistema original, mas reduzindo a complexidade do problema, deixando de lado alguns aspectos, por vezes importantes, em detrimento de medidas que simplifiquem o entendimento do que está em avaliação. Em áreas do conhecimento que envolvam muitos agentes, as dificuldades se intensificam ainda mais, entretanto modelagens matemática-computacionais combinadas com uma interpretação apropriada, são potencialmente capazes de delinear, caracterizar, mensurar o que está subjacente e assim propor uma explicação mais apurada para o problema em análise.

### **1.4 Limites e limitações**

Esta pesquisa está centrada no uso de séries temporais originárias de um sistema artificial de escoamento de fluidos, margens médias brutas de preços em revendas de gasolina C no Brasil e registros de casos de dengue no estado da Bahia. Com exceção dos dados simulados, todas as demais fontes de dados foram extraídas de bases de dados públicas do Brasil, disponibilizadas em seus portais na Internet, nas URLs <http://www.anp.gov.br/> e <http://portalsinan.saude.gov.br/>.

### **1.5 Hipóteses**

- $H_1$  : Fluidos em regime turbulento apresentam padrões auto-similares anti-correlacionados e mudanças de estados não se estabilizam com o tempo.
- $H_2$  : Mercados de revendas de gasolina C não tendem a apresentar relações entre si, uma vez que as singularidades locais determinam os comportamentos das revendas.
- $H_3$  : Propagação de infecção por dengue não obedecem a padrões espaciais e podem ser influenciadas por arranjos socioeconômicos e processos migratórios.

## ***1.6 Organização da Tese de doutorado***

Esta pesquisa está dividida em quatro capítulos e estruturada da seguinte forma:

- **Capítulo 1** - Introdução.
- **Capítulo 2** - Revisão de literatura.
- **Capítulo 3** - Sistemas dinâmicos complexos - aplicações.
- **Capítulo 4** - Discussão dos resultados e conclusões.

## Revisão de literatura

---

*“Se você não sabe onde quer ir, qualquer caminho serve”.*

Lewis Carroll

### **2.1 Dinâmica de sistemas complexos**

#### *2.1.1 Definição de Sistema*

Compreender comportamentos de determinados sistemas pode não se configurar em uma simples tarefa, principalmente, quando estamos lidando com eventos reais. Segundo [Monteiro \(2011\)](#), um sistema é constituído de um propósito geral a ser alcançado, seus elementos constitutivos trabalham em conjunto de forma organizada com objetivo de delinear o todo. Sistema é um conjunto de objetos agrupados por alguma interação ou interdependência, de modo que existam relações de causa e efeito nos fenômenos que ocorrem com os elementos desse conjunto. Assim, são considerados sistemas: o circuito elétrico de um rádio-telescópio, o planeta Júpiter e seus satélites, o sistema nervoso de um canguru, a situação financeira de uma empresa, o ecossistema de um mangue, entre outros. [Prado \(2015\)](#) contribui, definindo sistema como um conjunto de unidades, concretas ou abstratas, interconectadas e interagentes funcionando como um todo organizado, com capacidade de produzir uma propriedade emergente, *i.e.*, uma resposta coletiva.

### **2.2 Sistemas Complexos**

Por meio do mundo natural, social e artificial observam-se fenômenos de grande complexidade. Pesquisas na física têm mostrado que os componentes básicos de muitos sistemas são, em certa medida, simples. Na verdade, é um problema crucial em muitas áreas da ciência esclarecer os mecanismos matemáticos pelos quais um grande número de elementos simples atuando em conjunto, podem produzir comportamentos tão diversos comumente observados ([MOYANO, 2006](#)).

O uso do conceito de sistemas complexos em tantas disciplinas diferentes produz uma multiplicidade de pontos de vista, até mesmo em sua definição. De forma que ainda não há uma definição clara e abrangente para os sistemas complexos ([MOYANO, 2006](#)).

Informalmente, podemos definir o termo sistema complexo como um sistema composto por muitas partes, em muitas escalas diferentes, as quais interagem de uma maneira não-linear. Outra definição é a de que estes são sistemas formados por muitos componentes simples, mas interligados entre si, tal que um influencia o comportamento dos outros. De forma que a complexidade do todo decorre desse entrelaçamento de influências mútuas, à medida que o sistema evolui de forma dinâmica (NUSSENZVEIG; GOMES et al., 2011).

Os estudos nessa linha de pesquisa são relativamente novos, é um campo amplamente interdisciplinar (NEWMAN, 2011). Os avanços substanciais nessa linha de pesquisa, junto ao aumento do interesse, tanto no meio acadêmico, como na indústria, criaram uma nova dinâmica para o estudo e ensino da ciência de sistemas complexos. Entre os conhecidos sistemas complexos, estão: (i) sistemas de matéria condensada, (ii) ecossistemas, (iv) o cérebro humano, (v) sistemas imunológicos, (vi) sistemas de tráfego viário, (vii) materiais granulares, (viii) agrupamento de animais, (ix) sistemas epidemiológicos, (x) Internet, (xi) economia, (xii) sistema financeiro e (xiii) agrupamento social.

De maneira a segmentar esse campo de estudo, Newman (2011) propõe uma divisão entre duas abordagens para o estudo dos sistemas complexos. A primeira envolve a criação e estudo de modelos matemáticos simplificados, abstraindo elementos qualitativos mais relevantes do sistema. Essa abordagem inclui o uso da teoria da dinâmica de sistemas, da teoria dos jogos, da teoria da informação, dos autômatos celulares, das redes complexas, da teoria computacional, da teoria da complexidade e dos métodos numéricos. A segunda abordagem se ocupa com a criação de modelos mais completos e realistas e sob a forma de simulações de computador, na qual a pesquisa computacional sofisticada é mais oportuna.

Prado (2015) observa que a resposta coletiva se traduz por meio de grandezas globais que caracterizam completamente o sistema e que são consequências das interações entre as unidades que o compõe. Dessa forma, o estado do sistema é considerado completamente caracterizado quando são atribuídos valores a um determinado conjunto de grandezas globais. Portanto, caso o estado varie com o tempo, o sistema é dito por ser dinâmico.

### 2.2.1 *Sistemas dinâmicos complexos*

Um sistema dinâmico complexo pode ser assim resumido, segundo Prado (2015):

”[...] Quando a resposta coletiva corresponde à superposição de efeitos locais é possível modelar o sistema dinâmico a partir de uma teoria reducionista, a exemplo do mecanicismo presente no campo da Física, para a qual o comportamento do todo é uma consequência natural de suas partes vistas isoladamente.

No entanto, há uma vasta gama de sistemas que estão submetidos a interações locais cuja a resposta coletiva gerada não pode ser descrita em termos de um princípio de superposição linear e, portanto, fogem ao escopo de uma teoria reducionista. Sistemas dinâmicos que se enquadram no segundo caso são denominados complexos. [...]

Prado (2015) em sua tese de doutorado apresentou algumas propriedades que, por vezes, estão presentes os sistemas dinâmicos complexos, a saber:

- É composto por um número muito grande de unidades interagentes, e cada unidade interage localmente acessando apenas um pequena porção do sistema. Geralmente, o sistema é aberto interagindo com o ambiente externo.
- Correlações de longo alcance: Para o estudo de sistemas dinâmicos, a correlação mensura a influência dos estados passados do sistema sobre a ocorrência de estados futuros, sem que isso implique em causalidade. No caso de sistemas complexos, essa influência tende a ser de longo prazo, tal como um efeito de “memória”, e por isso as correlações são ditas de longo alcance.
- Auto-similaridade: A medida de uma propriedade em parte do sistema é semelhante, ou mesmo igual, à medida da mesma propriedade para o sistema como um todo. A auto-similaridade implica que a propriedade em questão é invariante por escala e obedece a uma lei de potência característica. Nesse contexto, é possível associar ao sistema uma geometria fractal (MANDELBROT, 1983), seja à sua morfologia ou ao seu espaço de estados, onde a dimensão fractal corresponde ao expoente da lei de potência.
- Criticalidade auto-organizada: Um estado é denominado crítico quando ocorre uma mudança estrutural no sistema, a exemplo das transições de fase de 1ª ordem. No entanto, quando a criticalidade é atingida pela evolução espontânea do sistema e não pela regulação de um parâmetro de controle externo, como a temperatura na ebulição da água, tem-se então um estado crítico auto-organizado
- Estocasticidade: A dinâmica do sistema é não-determinística evoluindo aleatoriamente com o passar do tempo. Isso implica que o estado atual não é uma consequência direta do estado anterior.
- Caos: Interações locais não-lineares induzem o sistema complexo à instabilidade dinâmica, traduzida em termos de um comportamento imprevisível e sensível às condições iniciais: dois processos gerados por condições iniciais ligeiramente diferentes conduzem a estados completamente distintos após um tempo suficientemente longo.

Considerada também uma característica singular dos sistemas dinâmicos complexos é a capacidade de modificar e reorganizar suas partes componentes, de modo a se adaptar ao seu ambiente. Essa é a principal característica dos chamados sistemas complexos adaptativos - SCA (HOLLAND, 1992).

### 2.2.1.1 *Sistemas Complexos Adaptativos*

Segundo Brownlee et al. (2007) não existe uma clara definição para SCA, sabe-se que estes tentam sempre “tirar proveito” das mudanças de seu ambiente. O cérebro humano, por exemplo, está sempre organizando e reorganizando bilhões de conexões neurais para melhor aprender com a experiência passada. Assim, a história, ou passado, importa no entendimento do comportamento futuro de um sistema complexo adaptativo. Em oposição a um sistema totalmente aleatório, em que a história do sistema pouco importa, pois os eventos são independentes. Quando lançamos uma moeda, por exemplo, pouco importa se o resultado anterior foi cara ou coroa para prevermos qual será o próximo resultado. A próxima jogada é sempre independente da anterior (GLEISER, 2002).

A seguir, seguem os princípios gerais do SCA, uma proposta de Holland (1992):

- Interações não lineares: um grande número de partes submetidas não lineares simultâneas onde o comportamento emergente é mais do que algumas das partes.
- Comportamento Agregado: o impacto do sistema é o seu comportamento agregado, o comportamento do sistema como um todo, que muitas vezes é retroalimentado modificando seu comportamento.
- Mudança: a interação das partes evolui ao longo do tempo e as partes podem enfrentar renovação perpétua. Esses sistemas normalmente operam longe do ótimo global e longe do equilíbrio.
- Antecipação: ao adaptar-se à mudança de circunstância, as partes antecipam as consequências de suas respostas. A antecipação agregada afeta o comportamento dos sistemas e esta é a propriedade menos compreendida de tais sistemas.

### 2.2.2 *Redes complexas*

Uma outra forma de verificar a dinâmica de um sistema complexo é por meio do uso das redes. Monteiro (2014) define rede como um sistema que admite ser representado pelo grafo  $G = (V, A)$ , cujos os  $N$  nós (ou vértices) formam o conjunto  $V$  e identificam os

elementos desse sistema, e as  $M$  arestas (ou conexões) formam o conjunto  $A$  e identificam as relações entre os elementos desse sistema. O valor de  $N$  denota a ordem do grafo e o de  $M$ , o tamanho do grafo. Diz-se que  $G' = (V', A')$  é um subgrafo de  $G$  se  $V' \subseteq V$  e  $A' \subseteq A$ ; ou seja, se todos os nós de  $G'$  pertencem a  $V$  e todas as suas arestas pertencem a  $A$ .

Os nós  $i$  e  $j$  são adjacentes (ou vizinhos) se a aresta  $(i, j) \in A$ . Num grafo não direcionado (ou não dirigido), a aresta que conecta  $i$  a  $j$  também conecta  $j$  a  $i$ ; portanto, o par  $(i, j)$  é não ordenado. Já num grafo direcionado (ou dirigido), a presença de aresta que parte de  $i$  e chega a  $j$  não implica a existência de arestas que parte de  $j$  chega a  $i$ ; ou seja, o par  $(i, j)$  é ordenado. Redes de colaboração em trabalhos (como coautoria de textos) são exemplos de grafos não direcionados; sistemas nervosos e a Internet são exemplos de grafos direcionados. No grafo da figura 2.1A,  $V = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $A = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 4)\}$ . Chama-se  $G'$  de um *clique* de  $G$  se  $G'$  é um subgrafo  $G$  e  $G'$  é completo; isto é, totalmente conectado. Portanto, os nós 1, 2 e 4 formam um clique de tamanho três. No grafo ilustrado na figura 2.1B, temos  $V = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $A = \{(1, 2), (2, 4), (3, 1), (4, 1)\}$ .

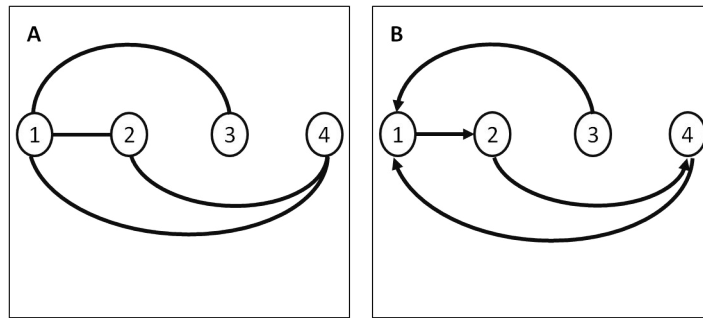


Figura 2.1: Gráficamente, os nós são representados por circunferências e as arestas por arcos ou segmentos de reta (com flecha, no caso do grafo direcionado). A, ilustra um exemplo de grafo não direcionado; enquanto que B, ilustra um exemplo de grafo direcionado.

Estudos mais recentes têm usado essa modelagem com a inclusão de, pelo menos, mais um conjunto dentro do grafo original, com elementos que representam o tempo. Isso torna o grafo variável no tempo. Portanto, os vértices de uma rede dinâmica podem aderir, atrair, competir e até cooperar com outros vértices. Eles podem ainda, desaparecer e até afetar a forma e solidez de seu sistema de relacionamentos. [Casteigts et al. \(2012\)](#) teve como objetivo unir e formalizar os diversos conceitos e métricas utilizados no estudo das redes dinâmicas, criando, assim, o conceito de grafos que variam no tempo (Time-Varying Graph ou TVG).

Um TVG pode ser entendido como um grafo estático  $G = (V, \mathcal{E})$  acrescido de outros parâmetros que representam funções ou conjuntos temporais, em que  $\varsigma$  é a função de latência,  $\Upsilon$  é a função de presença e  $\Gamma$  o tempo de vida. Assim, um TVG é a quintupla



$G = (V, \epsilon, \Upsilon, \varsigma, \Gamma)$ , em que  $V$  e  $\epsilon$  representam respectivamente o conjunto de vértices e arestas; a função  $\Gamma \subset N$ , na qual  $N$  representa o tempo de vida do sistema. A função de latência  $\varsigma$  indica quanto tempo necessita para que uma aresta esteja disponível em um instante  $t \in \Gamma$ , em outras palavras, é o tempo necessário para estabelecer o relacionamento entre dois vértices, em um dado instante  $\Upsilon : \epsilon \times \Gamma \rightarrow \{0, 1\}$  é definido como uma função de presença e garante a existência de uma dada aresta em um dado instante de tempo  $t$ . Na figura 2.2 temos um exemplo ilustrativo da forma de uma TVG.

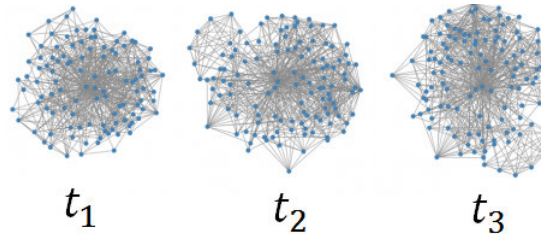


Figura 2.2: Ilustração do comportamento de um TVG hipotética, no qual a forma da rede é alterada com o tempo.

Na seção seguinte veremos uma ferramenta matemática para avaliação estados críticos em sistemas dinâmicos complexos.

### 2.2.3 Criticalidade auto-organizada

A partir de um modelo simples, proposto pelo físico dinamarquês Per Bak e seu grupo de trabalho (BAK; TANG; WIESENFELD, 1988), abriram um novo campo de pesquisa, denominado *self-organized criticality* - SOC (em português: criticalidade auto-organizada). Esse novo campo foi modelado segundo os pilares da ciência dos sistemas dinâmicos complexos, que se preocupa com a dinâmica de sistemas abertos, no qual seus componentes possuem características simples e previsíveis, em um contexto de conjunto de subunidades. De forma que o seu comportamento não tenha nenhum relacionamento direto com as propriedades unitárias de cada parte integrante, e a imprevisibilidade é sua maior característica (GLERIA; MATSUSHITA; SILVA, 2004).

Bak, Tang e Wiesenfeld (1988) estabeleceram as bases do SOC, a partir de um modelo simples: avalanches em uma pilha de areia. Um simples sistema envolvendo grãos de areia foi capaz de representar as unidades básicas, que por sua vez estabeleciam uma relação com o todo, ao passo em que se estabelece uma única condição para o acontecimento de uma avalanche, que pode ter seu tamanho variado, conforme os seus deslizamentos. O estado crítico no SOC é caracterizado pela ausência de sinalização dos avalanches, ele é alcançado automaticamente, sem necessidade de ajustar qualquer variável o parâmetro.

Assim, tais deslizamentos ocorrerão sempre que a condição crítica estabelecida para o sistema seja alcançada. De modo que a relação entre o tamanho das avalanches e a sua frequência obedece uma lei de potência, dando origem à definição original SOC, inspirado por uma simulação numérica em geologia de um sistema dinâmico que imitava avalanches (BAK; TANG; WIESENFELD, 1988). Os autores afirmavam que há uma classe de sistemas na natureza que entram em estado crítico ao longo de sua própria evolução dinâmica. Entre estes incluem terremotos, a turbulência em líquidos, areia caindo através de uma ampulheta, os preços das ações, a evolução biológica entre outros (BAK; TANG; WIESENFELD, 1988).

Adicionalmente, [Aschwanden et al. \(2016\)](#) observaram que a criticalidade auto-organizada é um fenômeno que aparece em sistemas que evoluem naturalmente para um estado crítico sem qualquer sensibilidade a ajustes de parâmetros ou disposições da configuração inicial. Entretanto, nesse estado crítico, o sistema é altamente suscetível a pequenas mudanças ou ruídos, que podem provocar reações totalmente imprevisíveis ([CARNEIRO; CHARRET, 2005](#)). O significado do termo “criticalidade” pode ser, mais geral, um “ponto crítico”, que inclui quase qualquer sistema não-linear com um limite de instabilidade, conforme descrito na Fig. 2.3(a). Além disso, um sistema SOC deve ser auto-organizável sem controle externo, que traz o sistema de volta ao ponto crítico após cada “avalanche”. Assim, podemos dizer que um sistema SOC possui equilíbrio energético entre a entrada orientada lentamente e a saída de avalanche (espontânea), e assim a energia é conservada no sistema, na média do tempo ([ASCHWANDEN et al., 2016](#)).

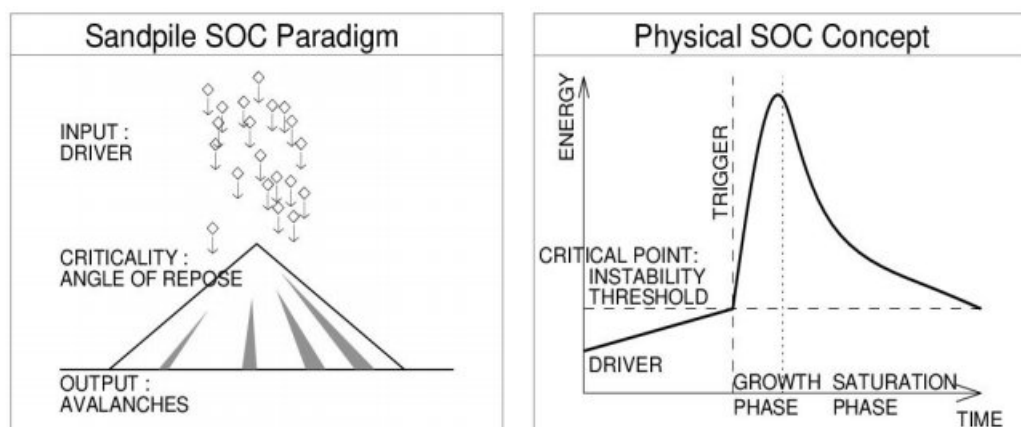


Figura 2.3: Esquerda: O paradigma SOC original da pilha de areia, que consiste no acionador (de entrada), no mecanismo de criticalidade auto-organizado (ângulo de repouso do autoajuste) e nas avalanches (de saída). Direita: Em um conceito SOC físico, o *driver* é uma taxa de entrada de energia lenta e contínua, o mecanismo de criticalidade é substituído por um ponto crítico na forma de um limiar de instabilidade, onde uma avalanche é acionada, geralmente consistindo em uma fase de crescimento não linear e fase de saturação subsequente. Figura extraída de ([ASCHWANDEN et al., 2016](#)).

Na próxima seção veremos teorias associadas à auto-similaridade em séries temporais.

### 2.2.4 Auto-afinidade

A auto-similaridade exata é uma abstração matemática, pois na natureza não é possível encontrarmos objetos rigorosamente auto-similares, apenas em termos abstratos podemos conceber tal situação. No caso do triângulo de Sierpinski (figura 2.4), verificamos uma auto-similaridade exata. No entanto por meio de algumas aproximações podemos dizer que um objeto é um fractal.

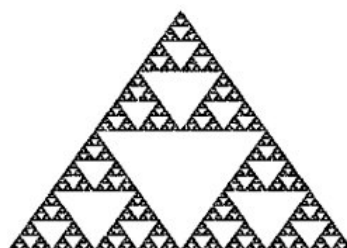


Figura 2.4: Auto similaridade - Triângulo de Sierpinski

Os fractais são conjuntos cuja forma é extremamente irregular ou fragmentada e que têm essencialmente a mesma estrutura em todas as escalas. A origem do termo *fractal*, introduzido por Mandelbrot (1983), está no radical *fractus*, proveniente do verbo latino *frangere*, que quer dizer quebrar, produzir pedaços irregulares; vem da mesma raiz a palavra *fragmentar*, em português. De acordo com o professor Ildeu de C. Moreira em (NUSSENZVEIG; GOMES et al., 2011), as principais propriedades que caracterizam e que permitem definir os conjuntos fractais são as seguintes: a auto-similaridade, que pode ser exata ou estatística, ou seja, o sistema é invariante (mantém a mesma forma e estrutura) sob uma transformação de escala (transformação que reduz ou amplia o objeto ou parte dele); a extrema “irregularidade” no sentido de rugosidade (não-suavidade) ou fragmentação; possuir, em geral, uma dimensão não-inteira.

Em muitos casos, existem fractais que são igualmente formados por minicópias, mas não mantêm fixas as proporções originais, trata-se da auto-similaridade estatística. Assim, ao passarmos de uma escala para outra menor, observamos que os tamanhos dessas cópias não diminuem uniformemente em todas as direções espaciais. Nesse caso, os fractais são chamados de auto-afins. Por outro lado, dizemos que essa auto-afinidade é definida por suas características estatísticas, ou seja, são mantidas as propriedades estatísticas quando observada em diferentes escalas (FEDER, 2013; FILHO; ZEBENDE; MORET, 2008; SOUZA et al., 2015; MORET, 2014).

## 2.3 Estacionariedade e não-estacionariedade em séries temporais

Em séries temporais, se a média aritmética ou o desvio padrão <sup>1</sup> dos valores dos dados mudarem com o tempo, a definição fraca de estacionariedade é violada. Por outro lado, a forte definição de estacionariedade exige que em todos os momentos permaneçam constantes *i.e.*, a densidade de distribuição dos valores não muda com o tempo. Não-estacionariedades como tendências monótonas, periódicas ou semelhantes são frequentemente causadas por efeitos externos ao sistema (KANTELHARDT, 2009). Em outras palavras, mudanças na dinâmica do sistema também representam não-estacionariedades .

Kantelhardt (2009) apresenta alguns métodos para Análise de Séries Temporais de Fractais Estacionários<sup>2</sup>.

### Análise estatística R/S

Segundo Kantelhardt (2009), o primeiro método para a análise da persistência a longo alcance em séries temporais, em que a teoria da caminhada aleatória foi proposta pelo engenheiro Harold Edwin Hurst (1880-1978), que o desenvolveu enquanto trabalhava no Egito. Conhecido, originalmente, como *rescaled range analysis* (análise estatística R/S em português) o método inicia com a divisão da série temporal ( $\tilde{x}_i$ ) em segmentos não sobrepostos  $\nu$  de tamanho (escala de tempo)  $s$  (primeiro passo), produzindo segmentos  $N_s = \text{int}(N/s)$  no total. No segundo passo, o perfil (dados integrados) é calculado em cada segmento  $\nu = 0, \dots, N_s - 1$ ,

$$Y_\nu = \sum_{i=1}^j (\tilde{x}_{\nu s+i} - \langle \tilde{x}_{\nu+i} \rangle_s) = \sum_{i=1}^j \tilde{x}_{\nu s+i} - \frac{j}{s} \sum_{i=1}^s \tilde{x}_{\nu s+i}. \quad (2.1)$$

Pela subtração das médias locais, as tendências constantes por partes dos dados são eliminadas. Na terceira etapa, as diferenças entre o mínimo e o valor máximo (intervalos)  $R_\nu(s)$  e os desvios padrão  $S_\nu(s)$  em cada segmento são calculados,

$$R_\nu = \max_{j=1}^s Y_\nu(j) - \min_{j=1}^s Y_\nu(j), S_\nu = \sqrt{\frac{1}{s} \sum_{j=1}^s Y_\nu^2(j)} \quad (2.2)$$

<sup>1</sup>Na estatística o desvio padrão é uma medida de dispersão em torno da média aritmética de uma variável aleatória. É representada pela letra grega  $\sigma$  (BUSSAB; MORETTIN, 2010).

<sup>2</sup>Série temporal é um conjunto de observações sobre uma variável aleatória, ordenada no tempo, e registrada em períodos regulares. Quando esta está associada a mesma estrutura em todas as escalas, pode ser denominada como “fractais estacionários” (BUSSAB; MORETTIN, 2010; KANTELHARDT, 2009)

Finalmente, a *rescaled range* é calculada sobre todos os segmentos para obter a função de flutuação  $F(s)$ .

$$F_{RS}(s) = \frac{1}{N_s} \sum_{\nu=0}^{N_s-1} \frac{R_\nu(s)}{S_\nu(s)} \sim s^H, s \gg 1, \quad (2.3)$$

em que  $H$  é o expoente de Hurst. Os valores de  $H$ , que podem ser obtidos pela análise R/S Hurst, são limitados a  $0 < H < 2$ , e imprecisões significativas são esperadas perto dos limites. Como  $H$  pode ser aumentado ou diminuído de 1 se os dados estiverem integrados ( $\tilde{x}_j \rightarrow \sum_{i=1}^j \tilde{x}_i$ ) ou diferenciados ( $\tilde{x}_i \rightarrow \tilde{x}_i - \tilde{x}_{i-1}$ ), respectivamente, sendo possível encontrar uma maneira de calcular  $H$  pela *rescaled range*, desde que os dados sejam estacionários. Enquanto os valores  $H < 1/2$  indicam comportamento anti-correlacionado de longo alcance dos dados  $\tilde{x}_i$ ,  $H > 1/2$  indica comportamento positivamente correlacionado no longo alcance e  $H = 1/2$  para dados não correlacionados.

### Análise da função de autocorrelação

Consideramos um registro  $(x_i)$  com  $i = 1, \dots, N$  medidas equidistantes, em que  $N$  é total de pontos, na maioria das aplicações, o índice  $i$  corresponderá ao tempo das medições. Nesse caso, estamos interessados na correlação dos valores  $x_i$  e  $x_{i+s}$  para diferentes intervalos de tempo, *i.e.* correlações em diferentes escalas de tempo  $s$ . Para remover um deslocamento constante nos dados, a média  $\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$  é geralmente subtraída,  $\tilde{x} \equiv x_i - \langle x \rangle$ .

### Fluctuation Analysis (FA)

O método *Fluctuation Analysis* (FA) é baseado na teoria do *random walk* ou passeio aleatório em português. Para uma série temporal  $\tilde{x}_i, i = 1, \dots, N$ , com média zero, consideramos o perfil global, *i.e.*, a soma cumulativa (Eq.2.1)

$$Y_j = \sum_{i=1}^j \tilde{x}_i, j = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (2.4)$$

avaliando como o perfil das flutuações, em um dado período de tempo de tamanho  $s$ , aumentam com  $s$ . O procedimento é ilustrado na Fig. 2.5 para dois valores de  $s$ . Podemos considerar o perfil  $Y(j)$  como a posição de um caminhante aleatório em uma cadeia linear após  $j$  passos. A caminhada aleatória começa na origem e executa, na  $i$ -ésima etapa, um salto de comprimento  $\tilde{x}_i$  para a direita, se  $\tilde{x}_i$  é positivo, e para a esquerda, se  $\tilde{x}_i$  é negativo.

Para descobrir como as flutuações quadradas do perfil são escalonadas com  $s$ , primeiro dividimos cada registro de  $N$  elementos em  $N_s = \text{int}(N/s)$  segmentos não sobrepostos de tamanho  $s$ , a partir do início da série (veja Fig. 2.5) e outro  $N_s$  segmentos não-sobrepostos de tamanho  $s$  a partir do final da série considerada. Dessa forma, nem os dados no final nem no início do registro são negligenciados. Então determinamos as flutuações em cada segmento  $\nu$ .

Obtemos as flutuações apenas a partir dos valores do perfil em ambas as extremidades de cada segmento  $\nu = 0, \dots, N_s - 1$ ,

$$F_{FA}^2(\nu s) = [Y(\nu s) - Y((\nu + 1)s)]^2 \quad (2.5)$$

(veja Fig. 2.5) e da mesma forma para  $\nu = N_s, \dots, 2N_s - 1$

$$F_{FA}^2(\nu s) = [Y(N - (\nu - N_s)s) - Y(N - (\nu + 1 - N_s)s)]^2 \quad (2.6)$$

Então medimos  $F_{FA}^2(\nu, s)$  sobre todas as subsequências para obter a flutuação média  $F_2(s)$ ,

$$F_2(s) = \left[ \frac{1}{2N_s} \sum_{\nu=0}^{2N_s-1} F_{FA}^2(\nu, s) \right]^{1/2} \sim s^\alpha \quad (2.7)$$

Por definição,  $F_2(s)$  pode ser visto como o deslocamento quadrático médio da caminhada aleatória, após  $s$  etapas. Onde se estabelece uma relação log-log caracterizada por  $F_2(s) \sim s^\alpha$ , sendo  $\alpha \approx H$ .

O intervalo dos valores que podem ser estudados pelo FA padrão é limitado a  $0 < \alpha < 1$ , novamente com imprecisões significativas próximas aos limites. Em relação à integração ou diferenciação dos dados, as mesmas regras se aplicam às listadas para  $H$  no tópico anterior. [Kantelhardt \(2009\)](#) ressalta que os resultados do FA tornam-se estatisticamente não confiáveis para escalas  $s$  maiores que um décimo do comprimento dos dados, *i.e.* a análise deve ser limitado por  $s < N/10$ .

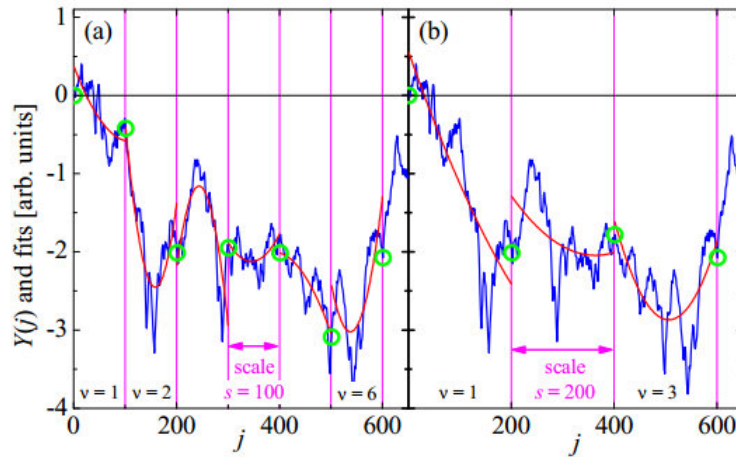


Figura 2.5: Ilustração do *Fluctuation Analysis*, bem como para o DFA (que será visto na próxima seção). Para durações de dois segmentos (escalas de tempo)  $s = 100$ (a) e  $200$ (b), os perfis  $Y(j)$  (linhas azuis; definidos na Eq. (2.4), os valores  $Y(\nu s)$  usados para o FA em Eq. (2.5) (círculos verdes) e ajustes do mínimos quadrados aos perfis usados no DFA (linhas vermelhas), que veremos a seguir, são apresentados. Fonte: (KANTELHARDT, 2009).

### 2.3.1 Métodos para avaliar correlação de longo alcance em séries temporais não-estacionárias

#### 2.3.1.1 Detrended Fluctuation Analysis (DFA)

Proposto por Peng et al. (1994) o método DFA foi concebido para avaliar as propriedades auto-afins em séries temporais. O método também é baseado na teoria das caminhadas aleatórias e consegue detectar correlações de longo-alcance em séries temporais. Entre as vantagens do DFA está a capacidade de evitar detecção de falsas correlações, que são artefatos de séries temporais não estacionárias (HU et al., 2001). O método tem sido aplicado em diversos campos, incluindo: análise de estrutura de nuvem (IVANOVA; AUSLOOS, 1999; IVANOVA et al., 2000), análise de flutuação de sistemas astrofísicos (MORET et al., 2003), mancha solar (MORET, 2014), energia da proteína (FIGUEIRÊDO et al., 2010), campo da sismologia (TELESCA et al., 2007; TELESCA; LOVALLO, 2009), sistemas de transporte (FILHO; ZEBENDE; MORET, 2008), eficiência nos processos de combustão (SOUZA et al., 2015), dinâmica de fluidos (FILHO et al., 2017), canal de íons (SIWY; AUSLOOS; IVANOVA, 2002), finanças (LAHMIRI, 2015), e pressão de sangue (GALHARDO et al., 2009). A ideia é subtrair possíveis tendências determinísticas da série temporal original e analisar a flutuação dos dados “destendenciados”. Os passos para se realizar uma DFA são os seguintes:

Seja uma série de tempo original,  $\mathbf{r}_i$ , onde  $i = 1, 2, \dots, N$ , onde  $N$  é o número total de pontos (comprimento total da série). A série temporal  $\mathbf{r}_i$  é integrada utilizando a expressão:

$$y(k) = \sum_{i=1}^k [\mathbf{r}_i - \langle \mathbf{r} \rangle] \quad (2.8)$$

onde  $\langle \mathbf{r} \rangle$  é a média dos valores de  $\mathbf{r}_i$ ; o sinal integrado  $y(k)$  é quebrado em intervalos (janelas) não sobrepostos de tempo iguais  $n$ ; para cada  $n$ -tamanho de janela,  $y(k)$ , é ajustada usando uma função polinomial de ordem 1, que representa a tendência local em cada janela. A coordenada  $y$  de cada ajuste linear de cada intervalo é denotado por  $y_n(k)$  devido ao ajuste polinomial de ordem 1 usado, de forma a definir o algoritmo DFA-1. A série integrada  $y(k)$  é “destendenciado” via subtração da tendência local  $y_n(k)$  dentro de cada janela, Para um dado  $n$ -tamanho de janela, um sinal integrado e “destendenciados” é dado por  $F(n)$ , que normalmente cresce com o aumento dos intervalos de  $n$ .

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2} \quad (2.9)$$

O expoente de correlação  $\alpha$  é definido quando uma relação  $\log - \log$  entre  $F(n)$  e  $n$  é caracterizada por uma lei de potência,  $F(n) \propto n^\alpha$ .

Portanto, o expoente de correlação  $\alpha$  representa um parâmetro auto-afim, expressando as propriedades de correlação de longo alcance de uma série temporal. De forma geral, a interpretação física do problema deve levar em consideração o comportamento do expoente  $\alpha$ , e seu campo de variação é classificado conforme abaixo ([FILHO; ZEBENDE; MORET, 2008](#); [GALHARDO et al., 2009](#); [SOUZA et al., 2015](#)):

1.  $0 < \alpha < 0,5$  - comportamento anti-correlacionado (anti-persistente)
2.  $\alpha = 0,5$  - sem memória, como um ruído branco
3.  $0,5 < \alpha < 1$  - Comportamento correlacionado (Persistente)
4.  $\alpha = 1$  - a série temporal mostra um tipo de ruído  $1/f$  (ruído rosa)
5.  $1 < \alpha < 1,5$  - apresenta um processo subdifusivo
6.  $\alpha = 1,5$  - um ruído marrom é apresentado
7.  $\alpha > 1,5$  - um processo superdifusivo



### 2.3.1.2 Detrended Cross Correlation Analysis ( $\rho_{DCCA}$ )

O método  $\rho_{DCCA}$  proposto por Zebende (2011) mede o grau de correlação cruzada entre séries temporais, é baseada nas teorias de auto-correlações determinadas pelo método de Peng et al. (1994) e o estudo da correlação cruzada entre séries temporais por lei de potência, determinado pelo método de Podobnik e Stanley (2008). O método  $\rho_{DCCA}$  tem sido aplicado em diversos campos de pesquisa, de problemas climáticos (VASSOLER; ZEBENDE, 2012; PIAO; FU, 2016), estudos na área criminal (PIAO; FU, 2016; FILHO; SILVA; ZEBENDE, 2014), e finanças (SILVA et al., 2015; KRISTOUFEK, 2014a; WANG et al., 2014; FERREIRA; DIONISIO, 2015). O uso da análise *multiscale cross-correlation* (correlação cruzada em múltiplas escalas em português) também encontra-se como uma subárea da econofísica<sup>3</sup> (STANLEY et al., 1996; MANTEGNA; STANLEY, 1999; MANTEGNA; STANLEY, 1995). Ainda nesse contexto, outros métodos para cálculo de correlação cruzada são propostos por (JIANG; ZHOU et al., 2011; KRISTOUFEK, 2014b; KWAPIEŃ; OŚWIKECIMKA; DROŹDŹ, 2015; QIAN et al., 2015; PEREIRA; SILVA; PEREIRA, 2017).

O cálculo do método  $\rho_{DCCA}$ , que determina o coeficiente de correlação cruzada sem tendência é obtido por meio da cinco etapas, a seguir:

1. Considerando duas séries temporais,  $\{x_t\}$  e  $\{y_t\}$ , em que  $t = 1, 2, \dots, N$ , onde  $N$  é o número total de observações das séries, integramos as duas séries temporais obtendo duas novas séries (Eq. 2.10).

$$xx_k = \sum_{t=1}^k x_t, \quad yy_k = \sum_{t=1}^k y_t, \quad k = 1, 1, \dots, N \quad (2.10)$$

2. Dividimos essas duas séries temporais integradas,  $\{xx_k\}$  and  $\{yy_k\}$ , em  $(N - s)$ , intervalos sobrepostos de igual comprimento  $s$ , em que cada um contendo  $s + 1$  valores (ver Figura 2.6). Para as duas séries temporais, em cada intervalo (que inicia em  $i$  e termina em  $i + s$ ), com  $4 \leq s \leq \frac{N}{4}$ .
3. Calculamos a tendência local de cada janela através de um ajuste (mínimos quadrados) de cada série,  $xP_i(k)$  e  $yP_i(k)$ . Então, calculamos a covariância de resíduos em cada janela (Equação 2.11).

$$f^2_{xy}(s, i) = \frac{1}{s + 1} \sum_{k=1}^{i+s} (xx_k - xP_i(k))(yy_k - yP_i(k)) \quad (2.11)$$

4. Calculamos a média sobre todas os intervalos sobrepostos para obter nova função de

<sup>3</sup>Os conceitos da teoria econofísica serão tratamos na seção seguinte.

covariância (Equação 2.12).

$$F^2_{xy}(s) = \frac{1}{N-s} \sum_{i=1}^{N-s} f^2_{xy}(s, i) \quad (2.12)$$

5. Então, calculamos o coeficiente de correlação cruzada  $\rho_{DCCA}$  (Equação 2.13).

$$\rho_{DCCA}(s) = \frac{F^2_{xy}(s)}{F_{xx}(s) F_{yy}(s)} \quad (2.13)$$

onde  $F^2_{xy}(s)$  é a função de correlação determinada pelo método de [Podobnik e Stanley \(2008\)](#).  $F_{xx}(s)$  e  $F_{yy}(s)$  são as funções de auto correlação determinadas pelo método DFA ([PENG et al., 1994](#)). Além disso, o coeficiente de correlação cruzada depende do tamanho de intervalo  $s$  (escala temporal).

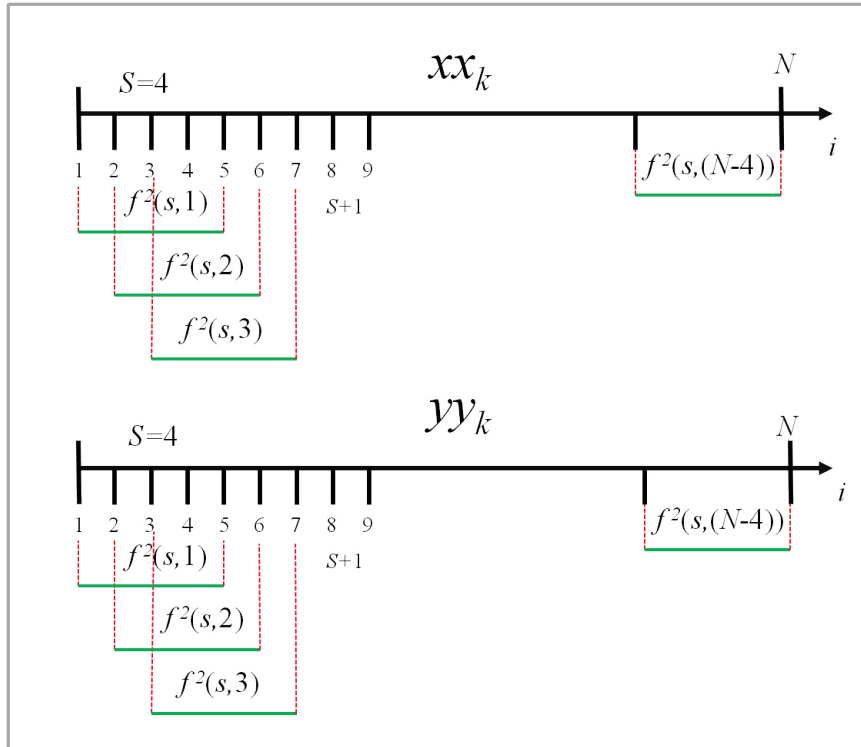


Figura 2.6: Divisão dos sinais integrados  $xx_k$  e  $yy_k$  em  $N - s$  intervalos (com superposição) de tamanho  $s$ , cada um contendo  $s + 1$  valores. Fonte: ([ZEBENDE, 2011](#)).

Em termos de nível de correlação cruzada, o  $\rho_{DCCA}$  é um coeficiente adimensional que varia entre 1 e  $-1$ , em que 1 é uma condição com perfeita correlação cruzada e  $-1$  é perfeitamente anti-correlacionado. Um coeficiente com valor zero representa a condição de inexistência de correlação cruzada ([FILHO; SILVA; ZEBENDE, 2014](#)).

## 2.4 Econofísica

Iniciativas visando a reconhecer padrões no comportamento econômico e financeiro não são novidades. A década de 1970 se destacou devido a uma série de mudanças no mundo financeiro. Com destaque para o ano 1973, que deu início a uma importante transformação nesse sistema, via unificação dos mercados financeiros, em escala global, além da inauguração das negociações de compra e venda de ações vinte e quatro horas por dia. Nessa mesma época, importantes modelos passaram a ser integrados a uma nova corrente de pensamento econômico, com destaque para o trabalho de [Black e Scholes \(1973\)](#), que publicaram o primeiro artigo que apresentava um modelo matemático do mercado financeiro, no qual o preço do ativo financeiro está inserido em um processo estocástico ([MANTEGNA; STANLEY, 1999](#)). Já na década de 1980, uma segunda revolução foi iniciada, agora com a introdução do comércio eletrônico de ativos financeiros, na qual o eixo central passou a ser a análise e interpretação de séries temporais financeiras. Agora o desafio era vencer características presentes em séries temporais financeiras, na presença de volatilidade ([MORETTIN, 2011](#)) e a não-estacionariedade ([MANTEGNA; STANLEY, 1999](#)).

A econofísica ascende de ideias híbridas, da fundição entre economia e física estatística, o que resultou no termo *econophysics* (econofísica em português), que de forma similar a outras áreas multidisciplinares como biofísica, geofísica e astrofísica, sugere a existência de uma abordagem física para a economia ou até mesmo que a economia está baseada na física. Na abordagem econofísica, estudos preliminares sugerem que a regularidade estatística é, em muitos casos, caracterizada por meio de leis de potência, como observado na figura 2.7. Além disso, a econofísica se apresenta como uma nova forma de pensar sobre os sistemas econômicos e financeiros, especialmente por meio das “lentes” da física.

A abordagem econofísica tem apontado na direção de um caminho alternativo, abrindo possibilidades para se alcançar boas projeções em economia, com potencial ainda por ser revelado. O que ajuda a nutrir alguma esperança diante do desafio citado anteriormente por ([BATTISTON et al., 2016](#)).

[Mantegna e Stanley \(1999\)](#) observam que parte da comunidade dos físicos passou a registrar importantes resultados nos campos das mecânica estatística, dinâmica não lineares e dinâmica de sistemas dinâmicos complexos para várias disciplinas, incluindo economia, por intermédio da avaliação de flutuações de ações em mercados financeiros. Embora econofísica ainda esteja em estágio inicial, interessantes discussões sobre essa abordagem podem ser encontradas em ([SCHINCKUS, 2011](#)), ([ZAPART, 2015](#)).

O próximo capítulo traz cinco estudos aplicados, dentro de uma abordagem dos sistemas dinâmicos complexos. No campo da física, realizamos um estudo das propriedades auto-afins em um sistema artificial de escoamento de um fluido, onde foram avaliadas

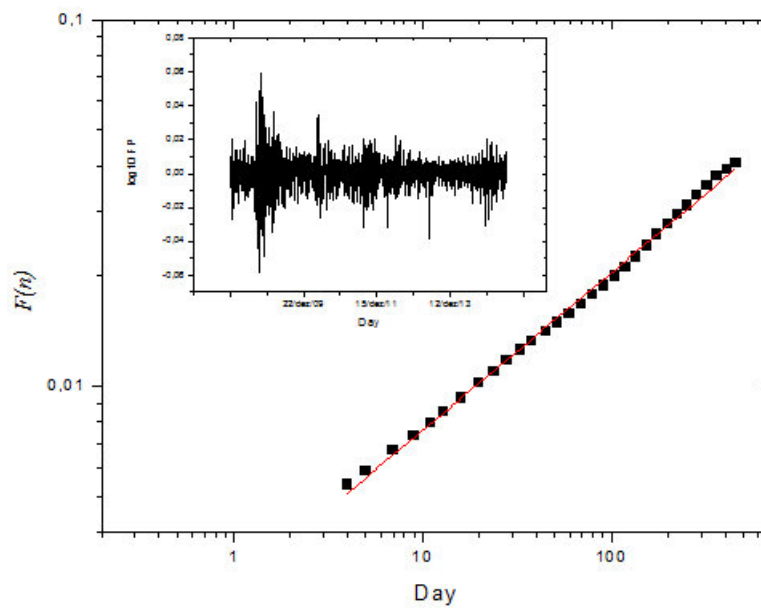


Figura 2.7: Ajuste linear, através da relação  $F(n) \sim n^\alpha$ . Retornos financeiros de ações da companhia petrolífera Total (inset). Figura extraída de (FILHO; MORET, 2015).

informações coletadas do campo vetorial da velocidade. O segundo experimento tratou de um problema originário da área da economia, onde foram avaliadas as estruturas do mercado de revenda da gasolina C no Brasil, por meio de séries temporais de margens médias brutas, em quinze capitais brasileiras. Por fim, no campo da biologia, foram estudadas formas de disseminação da infecção por dengue no estado da Bahia no Brasil, por intermédio das notificações diárias da doença.

---

## Sistemas dinâmicos complexos - aplicações

---

*Suba o primeiro degrau com fé. Não é necessário que você veja toda a escada. Apenas dê o primeiro passo.*

Martin Luther King

### **3.1 Física aplicada - Simulação de escoamento de fluido**

O escoamento de fluido figura-se como um processo dinâmico, no qual ocorre a interação entre seus componentes. Motivados pela expansão dos estudos envolvendo processos dinâmicos em fluidos, partimos nosso estudo baseado em um modelo que reproduzir um processo de escoamento de um fluido líquido, utilizando o CFD OpenFOAM, (“Computational Fluid Dynamics” em inglês; fluidodinâmica computacional em português), uma biblioteca da linguagem de programação  $C++$  para simulações complexas no campo da física. O processo de simulação envolveu vários aspectos, entre eles a equação de equação de Navier-Stokes (MORRIS et al., 2016), que descrevem o escoamento de fluidos, por meio de derivadas parciais que permitem determinar os campos vetoriais da velocidade e de pressão em escoamentos de fluidos.

O modelo adotado no trabalho considera que o termo viscosidade, dado pelo número de Reynolds, estabelece o comportamento do sistema. E sempre que o termo viscosidade for dominante o fluido se encontrará em seu estado laminar, por outro lado, o comportamento do fluido muda para um estado de turbulência, no qual o campo vetorial da velocidade corresponderá a um processo estocástico. Visto isso, coletamos dados de um processo de simulação e investigamos a auto-afinidade de uma série temporal de velocidade de fluido em regime turbulento.



# Comparative analysis on turbulent regime: A self-affinity study in fluid flow by using OpenFoam CFD



A.S. Nascimento Filho<sup>a,\*</sup>, J.W.G. de Souza<sup>a</sup>, A.R.B. Pereira<sup>a</sup>, A.A.B. Santos<sup>a</sup>,  
I.C. da Cunha Lima<sup>a,b</sup>, A.T. da Cunha Lima<sup>c</sup>, M.A. Moret<sup>a,d</sup>

<sup>a</sup> SENAI CIMATEC Salvador, Bahia, Brazil

<sup>b</sup> Pursuelfe - Consultancy on Applied Science - Salvador, BA, Brazil

<sup>c</sup> Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA, Brazil

<sup>d</sup> Universidade do Estado da Bahia, Salvador, BA, Brazil

## HIGHLIGHTS

- We studied self-affinity process in fluid velocities simulation.
- We compare sub-diffusive process between two different systems.
- We observed chaotic behavior on both process.
- We discuss aspects of the similarity measures.

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 3 September 2016

Received in revised form 23 December 2016

Available online 18 January 2017

### Keywords:

Detrended fluctuation analysis

Self-affinity process

Turbulence

## ABSTRACT

We investigate the self-affinity of a fluid velocity time series in turbulent regime. We use the CFD OpenFoam library to simulate the flow of fluid in a duct with two obstacles injecting vorticity downstream. We calculated the fluid velocity in three sections in of the structure. The simulation presented more turbulences in sections further away from obstacles. We assess the self-affinity of properties of those sections by using the Detrended Fluctuation Analysis method. This scaling method presented two behaviors. First, a persistent behavior after passing through obstacles. Second, a sub-diffusive behavior in turbulent sections, presenting a long-range correlation  $\alpha$  exponent ranging between 1.0 and 1.5. The findings suggest that chaotic states tend to follow a sub-diffusive process.

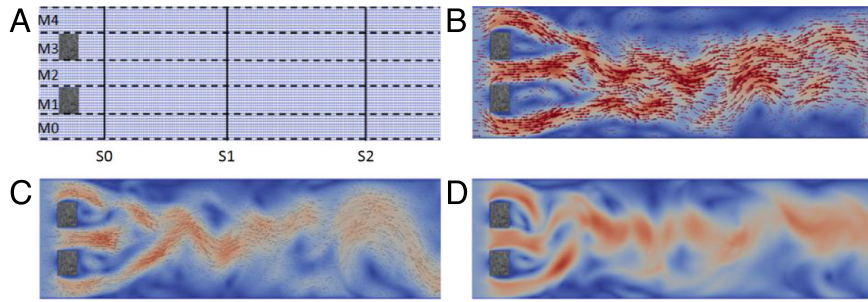
© 2017 Elsevier B.V. All rights reserved.

## 1. Introduction

During the last years the study of processes involving Fluid Dynamics gained great importance in many fields of science, from Astrophysics to Medicine [1–3]. A great part of the success of the use of Fluid Dynamics is due to the advances on observation techniques and developments on high performance computation. The dynamics of a classical fluid is governed by two conservation laws, the mass conservation, and the momentum conservation. Once the Stokes hypothesis [4] is assumed, the momentum conservation law reduces to the Navier–Stokes equations, a second order, non-linear, partial differential equation on the velocity vector field. The relative importance of two terms in that equation determine the flow regime. These terms are the one due to the viscosity, responsible for the dissipation process, and the so called inertia term, the

\* Corresponding author.

E-mail address: [aloisio.nascimento@gmail.com](mailto:aloisio.nascimento@gmail.com) (A.S. Nascimento Filho).



**Fig. 1.** (A) Mesh of points where the simulation is performed, showing two obstacles generating turbulence, and the sections (S0, S1 and S2), together with the points at the axes M0 to M4; (B) Snapshot of the turbulent flow at with display of arrows in size 5.5; (C) snapshot of the turbulent flow at with display of arrows in size 3.5; (D) snapshot of the turbulent in high resolution (on solid mode).

non-linear one. Whenever the viscous term dominates the flow is laminar. On the other side we have a turbulent flow, where the velocity field corresponds to a stochastic process [5]. The ratio between the non-linear and the viscous term is known as the Reynolds number [6]. The transition from a laminar into a turbulent flow is associated to a certain value of the Reynolds number, which depends on the system under consideration. Physically, near the transition a minimal perturbation leads the system to respond strongly, reflecting the importance of the non-linearity of the Navier–Stokes equation. Although the equation of motion is well defined, rarely an exact solution exists without a severe approximation on the model representing the real system. In general, this is possible in cases of fluids with high viscosity. On the other hand, in cases of very small viscosity, we face a problem of singular perturbation [7]. In such cases, we can imagine a solution in which a laminar flow exists, except for a very thin layer near a fluid–solid interface, a region called boundary layer [4]. It is worthwhile to stress that flows in nature are rarely laminar.

In this work we are interested in comparing two completely different kind of flows, being treated by totally different methods. One is the internal turbulent flow of water in a channel. The other system is the thermal radiation originating from the combustion of acetylene gas enriched with oxygen and natural gas, at different concentrations, during the combustion process. The turbulent regime of flow in the latter case is treated experimentally, while that in the former is treated by numerical simulation. In both cases we are interested in obtaining correlation functions of the velocity field determining some characteristics of the stochastic process. The study of the turbulence is performed by analyzing the self-affinity time series of the velocity field, using the stochastically Detrended Fluctuation Analysis (DFA) [8]. We show that the results confirm remarkable similar characteristics, from the statistical point of view.

In the case of the turbulent flow in a channel, we simulate the flow in a domain as described in (Fig. 1(A)). Water is injected into the channel from the left side. Two obstructions are placed in order to produce turbulence. They work as vorticity injector into the flow. Water is treated as an incompressible, Newtonian fluid. The Navier–Stokes equation, as decried below, are solved numerically using the OpenFOAM library [9], an open source package written in C++ language, using the finite volume method.

In the case of the thermal radiation, an experiment was performed using an apparatus consisting of a combustion chamber coupled with instruments to analyze gases and soot and to measure thermal radiation. The experimental device has a burner composed of two concentric tubes where a flame is generated in the chamber. According to the schema of the experimental device, the radiation was measured by a photo-detector (orifices) located outside the chamber. For more details about that apparatus see Ref. [10].

## 2. Turbulent regime simulation

The motion of a fluid can be considered either as a flow of a continuous medium or as the motion of a fluid particle. Since the fluid particle moves solidary to the continuous medium, its speed at a given position  $\mathbf{r}$  and time  $t$ , is the same as the velocity field of the continuous media at that position and time. Together with the mass conservation of the fluid and the Stokes hypothesis, the momentum conservation determine the flow dynamics to be governed by the Navier–Stokes equations:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} - \rho g \hat{k}, \quad (1)$$

where the material derivative is defined by:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla). \quad (2)$$

In Eq. (1)  $\rho$  is the specific density of the fluid, the operator  $\nabla^2$  is the Laplacian,  $\eta$  is the viscosity of the fluid,  $p$  is the pressure and  $\hat{k}$  is a unitary vector in the direction of gravity. As mentioned in Section 1, the second term of the material derivative when operating over the velocity field gives rise to the non-linear term of the Navier–Stokes equation. Fluids with weak viscosity,



**Table 1**

The coordinates (xyz) in meters, at the three sections (S) where the velocity data were analyzed.

S0	S1	S2
M0 (0.003 0 0.00025)	M0 (0.01 0 0.00025)	M0 (0.02 0 0.00025)
M1 (0.003 0.00125 0.00025)	M1 (0.01 0.00125 0.00025)	M1 (0.02 0.00125 0.00025)
M2 (0.003 0.0025 0.00025)	M2 (0.01 0.0025 0.00025)	M2 (0.02 0.0025 0.00025)
M3 (0.003 0.00375 0.00025)	M3 (0.01 0.00375 0.00025)	M3 (0.02 0.00375 0.00025)
M4 (0.003 0.005 0.00025)	M4 (0.01 0.005 0.00025)	M4 (0.02 0.005 0.00025)

like water, usually flow in the turbulent regime, since the inertia term becomes very high creating instabilities [11], the flow turning into a stochastic process. In such case the Navier–Stokes equation must be solved numerically.

The model we used to represent the turbulent regime of an internal flow is shown in Fig. 1(A). The Navier–Stokes equation was solved by using the OpenFOAM library a free open source library using the finite volume method and written in C++ language. The Large Eddy Simulation (LES) model for turbulence was used, with the Smagorinsky sub-mesh, in transient regime, employing the pisoFoam solver for flows with high Reynolds numbers. The discretization of the domain used BlokMeshDict, from OpenFOAM, The flow, initially laminar, becomes turbulent after it passes two obstacles intentionally positioned in the mesh structure, Fig. 1(A). The simulation produces data of the turbulent velocities in the entire length of the mesh for every time step. Three sections have been selected from data probing, and at each section five points were selected to analyze the velocity distributions. These are the points M0 to M4 whose coordinates (x, y, z) are defined in Table 1. M0 and M4 lie near the wall, while M1, M2 and M3 lie near mid channel.

### 3. Statistical model

The Detrended Fluctuation Analysis method (DFA) [8] is used to avoid false detection of correlations that occurs in non-stationary time series [12] and it is proposed for determining the statistical self-affinity of a signal; the method is based on the theory of random walks. The DFA method has been applied for time series analyses in many areas, including the following: phase transitions [13], fluctuation analyses of astrophysical systems [14,15], blood pressure oscillations and its feedback [16], field of seismology [17,18], self-affinity of vehicle demand on the ferry-boat system [19], economics time series [20–22], cloud structure analysis [23], geology [24], ion channel studies [25], weather [26], protein energy [27], solar spot time series [28], efficiency in combustion processes [10].

Here, the DFA method is used to study the self-affinity fluctuations of the fluid speed at equally spaced points in different positions, as shown Fig. 1(A). The following steps are used for the DFA method [8]. Consider an original time series,  $\mathbf{r}_i$ , where  $i = 1, 2, \dots, N$  and  $N$  is the total number of points. The time series  $\mathbf{r}_i$  is integrated to obtain

$$y(k) = \sum_{i=1}^k [\mathbf{r}_i - \langle \mathbf{r} \rangle] \quad (3)$$

where  $\langle \mathbf{r} \rangle$  is the average value of  $\mathbf{r}_i$ ; the integrated signal  $y(k)$  is divided into boxes of equal length  $n$ ; for each  $n$ -size box,  $y(k)$  is fitted using a polynomial function of order 1, which represents the trend in the box. The  $y$  coordinate of the fitting line in each box is denoted by  $y_n(k)$  because a polynomial fitting of order  $l$  is used and the algorithm DFA- $l$  is denoted; the integrated signal  $y(k)$  is detrended by subtracting the local trend  $y_n(k)$  within each box (of length  $n$ ); for a given  $n$ -size box, the root-mean-square fluctuation,  $F(n)$ , for the integrated and detrended signal is given as

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2}. \quad (4)$$

The above computation is repeated for a broad range of scales ( $n$ -sized box) to provide a relationship between  $F(n)$  and the box size  $n$ .

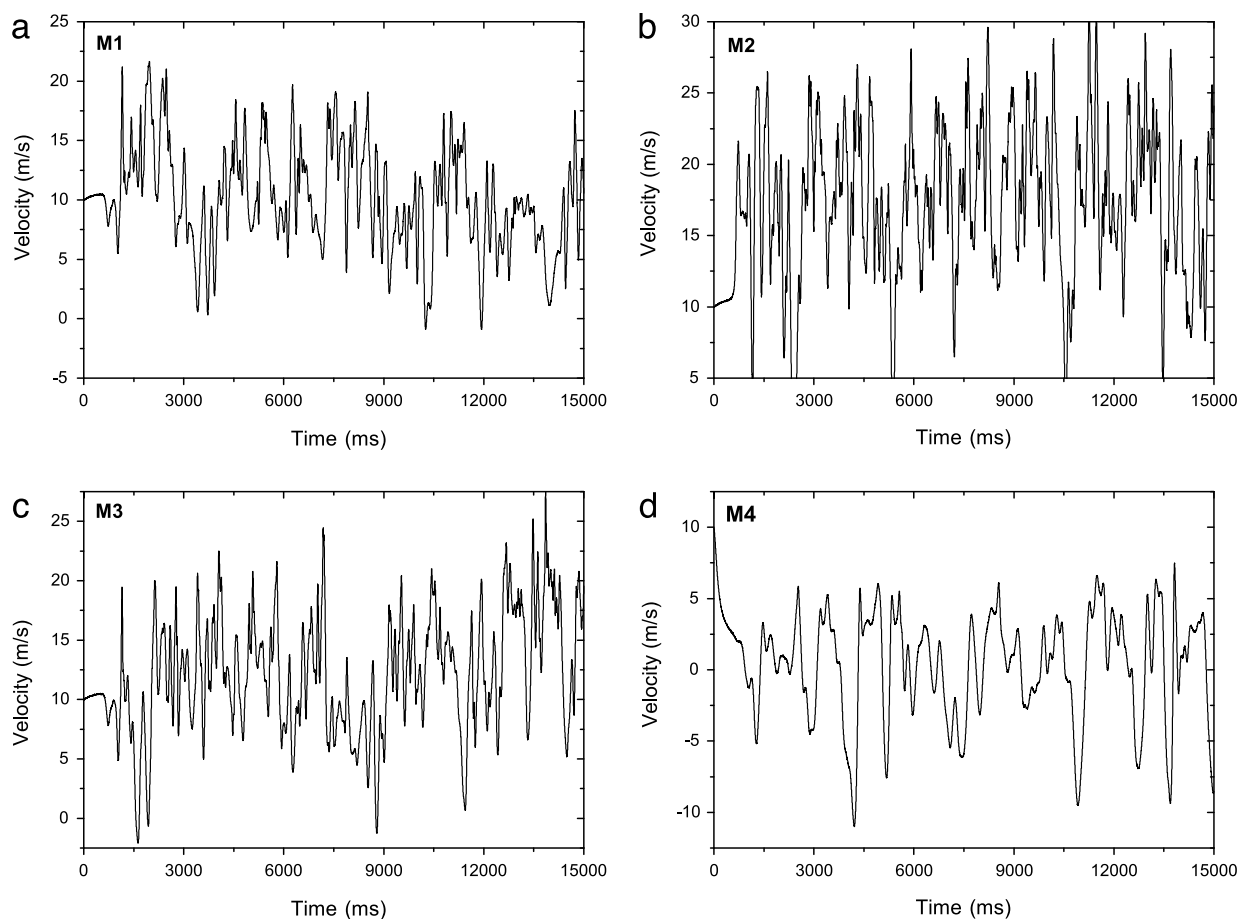
The scaling exponent  $\alpha$  is defined whenever such a relationship is characterized by a power-law  $F(n) \propto n^\alpha$ . Therefore, the scaling exponent  $\alpha$  is a self-affine parameter expressing the long-range power-law correlation properties. Moreover, the scaling exponent  $\alpha$  allows for the assessment of how the long-range correlation influences the future behavior. The  $\alpha$  exponent is classified as follows [16]:

For higher values of the long-range correlation exponent ( $\alpha > 1$ ) the dynamics of the system is characterized by being non-stationary (transitional regime or transient conditions). The ranges of variation are:

1.  $\alpha < 3/2$ —subdiffusive signal;
2.  $\alpha = 3/2$ —diffusive signal;
3.  $\alpha > 3/2$ —superdiffusive signal.

If  $\alpha = 0.50$  the data sequence is uncorrelated. This means that one cannot relate the past behavior with the behavior of the series in the future, because there is no memory in the process. If  $\alpha$  is less than 0.5, the time series has an anti-correlated behavior, indicating an anti-persistent signal, i.e., when large values (small) occur, in the future, fluctuations





**Fig. 2.** Time series of  $U_x$  in the section S0 for regions M1(a) M2(b) M3(c) and M4(d).

tend to have small (large) values. If  $\alpha$  larger than 0.5 the fluctuation in the time series has a correlated behavior, i.e., large (small) fluctuations tend to keep this behavior in the future, as a persistent signal. Finally, if the  $\alpha$  exponent  $> 1.0$ , a random walk is suggested, the signal is not stationary providing the diffusion phenomenon [16].

The diffusion phenomenon in time series occurs when a system has periods tending to seasonality [16,19], or for moments where there is a sudden increase in the measured values of the observed physical quantities [13–16,19,28], as increased passenger demand in navigation systems on weekends and holidays [19], X-ray binary systems with flare regimen [14], efficiency in combustion processes [10]. Since we face a diffusive process, a set of observable elements and magnitudes may change constantly, as energy, linear momentum, pressure, number of molecules or atoms, among others [16].

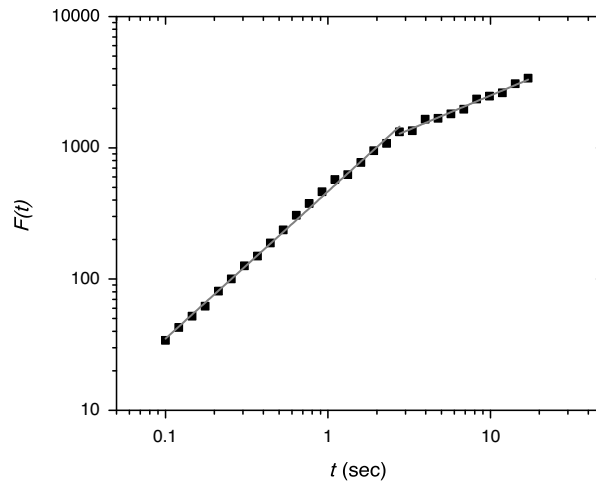
#### 4. Results

Fig. 2 shows the time series on section S0 based on the values of the x-component of the velocity field (along the channel axis) in the sections shown in Fig. 1(A). Thus, we present the time series in three points, S0, S1 and S2, at the specified regions M0 to M4.

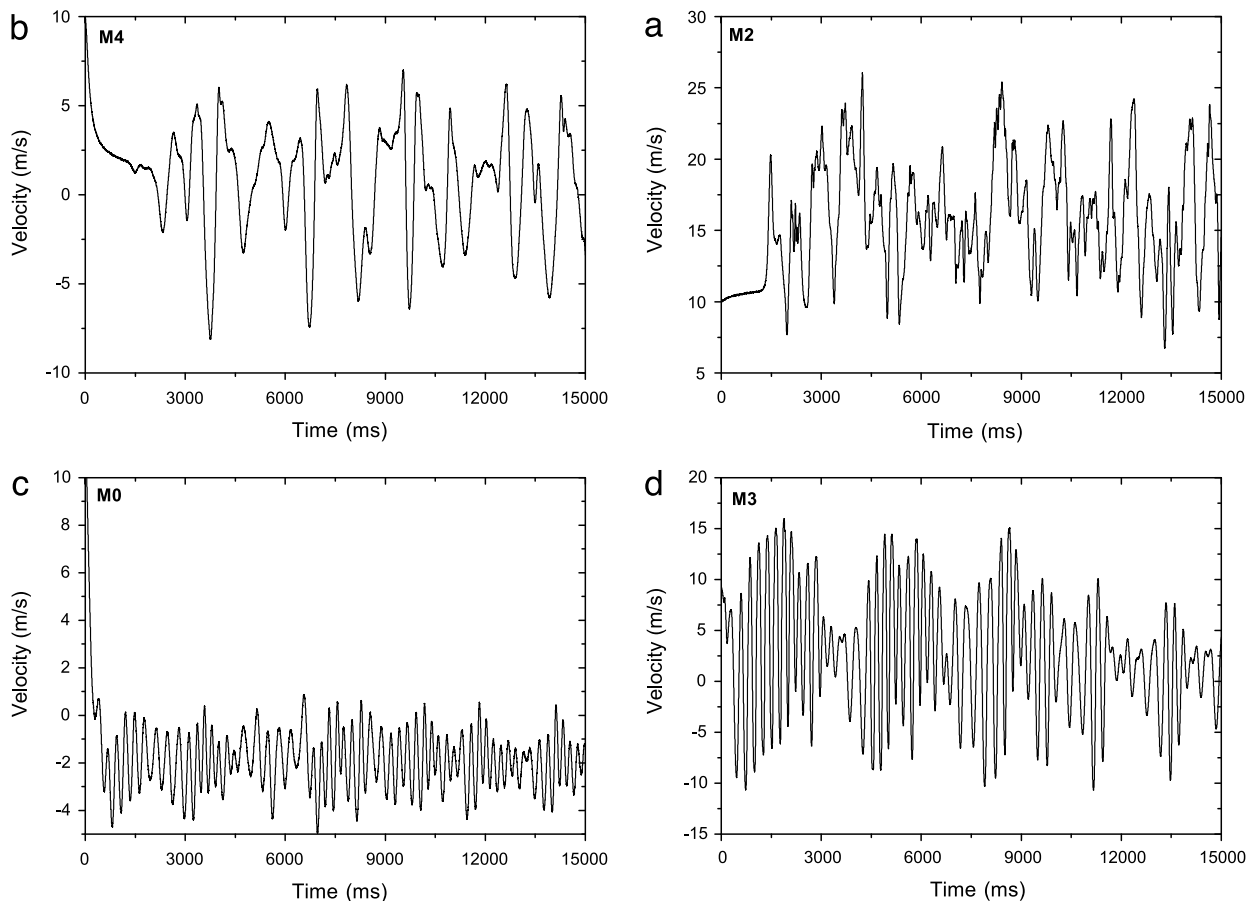
Note that the fluctuation in time series in Figs. 2(a), (b) and (c) is evident (with small fluctuation) in all positions, but there is a tendency in their behavior, i.e., no evidence of change in the variation direction of the speed. This indicates that just after the obstacles, the system displays variations in their speed, but not enough to change its direction. The analysis of the position M4 (Fig. 2(d)) suggests that region to be influenced by the walls of the duct after passing the obstacles. This indicates a change of direction and speed.

Fig. 3 depicts the self-affinity behavior in the section S0 at region M1. We observe that, for  $t \leq 3$  s, the system presents a persistent behavior and a crossover to an antipersistent behavior with the  $\alpha$  exponent respectively  $0.54 \pm 0.02$  and  $0.24 \pm 0.04$ . This crossover can be attributed to the fact that, after a long time interval, the system becomes statistically stationary (i.e., for large time interval the average simulated velocity field becomes independent on the choice of the boxes) with the fluctuations representing, clearly, an antipersistent behavior. A surrogate analysis presented in Ref. [14] obtained  $\alpha = 0.50 \pm 0.01$  by using the same algorithm used here. That said, the  $\alpha$  exponent obtained ( $0.54 \pm 0.02$ ) is statistically distinct of the uncorrelated time series ( $\alpha = 0.5$ ).

We compared this simulation behavior with the results in Ref. [10], where the flame efficiency is evaluated by comparing the relationship between the voltage measured in the detector and the combustion efficiency measured by the formation of



**Fig. 3.** Self-affinity in the section S0 at region M1. For  $t \leq 3$  s, we obtain  $\alpha = 0.54 \pm 0.02$ , representing a persistent behavior. However, for  $t \geq 3$  s, we observe a crossover leading to an antipersistent behavior characterized by  $\alpha = 0.24 \pm 0.04$ .



**Fig. 4.** Time series of velocities  $U_x$  at regions positions M2(a) and M4(b) in section S1 and for section S2 we analyzed regions M0(c) and M3(d).

soot in the flame. Since the combustion data were obtained from an apparatus consisting of a combustion chamber, in order to analyze gases and soot and to measure thermal radiation. Where the voltage difference was observed due to the variation of the flame radiation intensity, and the concentration of particles formed during the combustion process was measured.

On the other hand, in section S1 e S2, as seen in Fig. 4, it is observed that, mainly in S2, the central region, the speed raise up and change its direction, i.e., in this region changes on the speed direction occur.

In Ref. [10] combined degree of oxygen concentration in the combustion  $\phi$  (equivalence ratio), with two different fuels, natural gas (NG) and acetylene (AC) in order to evaluate the effect of the enrichment on the flame (soot formation and oxidation). The findings of DFA  $\alpha$  exponent at each degree of concentration in the combustion are summarized in Table 2.

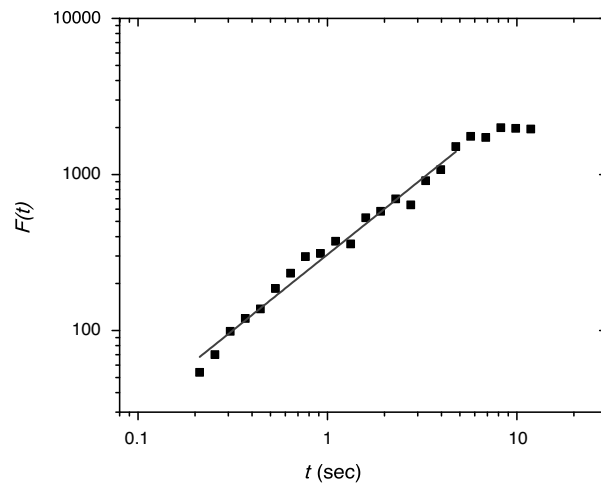


Fig. 5. Self affinity in section S2 in region M3, the  $\alpha = 1.12 \pm 0.02$ .

Table 2

The DFA ( $\alpha$  exponent) analysis to each oxygen concentration measurement and to each degree of equivalence ( $\phi$  equivalence ratio).

$\phi$ , concentration	$\alpha$ exponent	
	AC	NG
$(0.7 \leq \phi \leq 1.0)$ , 21%	Sub diffusive	Sub diffusive
$(0.7 \leq \phi \leq 1.0)$ , 23%	Persistent	Sub diffusive
$(0.7 \leq \phi \leq 1.0)$ , 25%	Persistent	Sub diffusive

According to Ref. [10] the sub diffusive state, as seen in Fig. 5, presents the worst efficiency. In Ref. [16] it is shown that the sub diffusive process tends to always be transitory, thereby cannot sustain a state for a long time. This result explains the low efficiency in all NG arrangement. On account of the influence of the fluid on the walls after passing through the obstacles, section S1 and S2, the process tends to become sub diffusive indicating a more turbulent state.

## 5. Conclusion

In Summary, we observe that in less turbulent regions the correlation in the signal is persistent, i.e., characterized by exponent into the following interval  $0.5 < \alpha < 1.0$ . After the obstacle the  $\alpha$  exponent changes from a persistent behavior to a sub diffusive one. This was verified both qualitatively and quantitatively, because the exponent ranged from  $0.5 < \alpha < 1.0$ , close to the obstacle and  $1.0 < \alpha < 1.5$  far from the obstacle. In Ref. [10] it shows that an effective combustion process tends to remain in a persistent behavior ( $0.5 < \alpha < 1.0$ ). On the other hand, that was observed the worst efficiency the time series behaves as a sub diffusive process.

The findings suggest that sub diffusive behavior can be associated to a turbulent regime, otherwise to the observed in Refs. [14,19,16], among others. That said, the sub diffusive behavior can be observed both to sudden changes as explained in Ref. [16] and to a turbulent and chaotic processes like seen in Ref. [10] and proved in this paper.

## Acknowledgments

This work received partial financial support from CNPq (grant number 304454/2014-1, MAM) and National Petroleum Agency (ANP) PRH55–FINEP.

## References

- [1] Paul D. Morris, et al., Computational fluid dynamics modelling in cardiovascular medicine, *Heart* 102 (1) (2016) 18–28.
- [2] V.M. Canuto, J. Christensen-Dalsgaard, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 30 (1998) 167–198. <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.fluid.30.1.167>.
- [3] Alison L. Marsden, Yuri Bazilevs, Christopher C. Long, Marek Behr, *Wiley Interdiscip. Rev. Syst. Biol. Med.* 6 (2) (2014) 169–188. <http://dx.doi.org/10.1002/wsbm.1260>.
- [4] H. Schlichting, K. Gersten, *Boundary Layer Theory*, Springer, 2003.
- [5] John L. Lumley, *Stochastic Tools in Turbulence*, Dover, 1998, p. 4.
- [6] D.J. Tritton, *Physical Fluid Dynamics*, Clarendon Press, Oxford, 2006, p. 26.
- [7] David C. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, 2010, p. 436.
- [8] C.-K. Peng, S.H. Buldyrev, Stanley, A.L. Goldberger, *Phys. Rev. E* 49 (1994) 1685.
- [9] Henry G. Weller, et al., A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques, *Comput. Phys.* 12 (6) (1998) 620–631.
- [10] J.W.G. Souza, A.A.B. Santos, L.L.N. Guarieiro, M.A. Moret, *Physica A* 434 (2015) 268–272.

- [11] David J. Tritton, *Physical Fluid Dynamics*, Oxford Press, 2006, p. 314.
- [12] K. Hu, P.Ch. Ivanov, Z. Chen, P. Carpena, H.E. Stanley, *Phys. Rev. E* 64 (64) (2001) 011114.
- [13] G.F. Zebende, A.C.P. Rosa Jr., A.S. Alves, J.C.O. Jesus, M.A. Moret, *Physica A* 342 (2004) 322.
- [14] M.A. Moret, G.F. Zebende, E. Nogueira, M.G. Pereira, *Phys. Rev. E* 68 (2003) 041104.
- [15] G.F. Zebende, M.G. Pereira, E. Nogueira, M.A. Moret, *Physica A* 349 (2005) 452.
- [16] C.E.C. Galhardo, T.J.P. Penna, M. Argollo de Menezes, P.P.S. Soares, *New J. Phys.* 11 (2009) 103005.
- [17] L. Telesca, M. Lovallo, V. Lapenna, M. Macchiato, *Physica A* 377 (2007) 279–284.
- [18] L. Telesca, M. Lovallo, *Geophys. Res. Lett.* 36 (2009) L01308.
- [19] A.N. Filho, G.F. Zebende, M.A. Moret, *Internat. J. Modern Phys. C* 19 (2008) 665.
- [20] M. Ausloos, K. Ivanova, *Phys. Rev. E* 63 (2001) 047201.
- [21] E. Koscielny-Bunde, A. Bunde, S. Havlin, H.E. Roman, Y. Goldreich, H.-J. Schellnhuber, *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998) 729.
- [22] S. Lahmiri, *Physica A* 437 (2015) 130.
- [23] K. Ivanova, M. Ausloos, E.E. Clothiaux, T.P. Ackerman, *Europhys. Lett.* 52 (2000) 40.
- [24] B.D. Malamud, D.L. Turcotte, *J. Statist. Plann. Inference* 80 (1999) 173.
- [25] Z. Siwy, M. Ausloos, K. Ivanova, *Phys. Rev. E* 65 (2002) 031907.
- [26] K. Ivanova, M. Ausloos, *Physica A* 274 (1999) 349.
- [27] P.H. Figueirido, M.A. Moret, P.G. Pascutti, E. Nogueira Jr., S. Coutinho, *Physica A* 389 (2010) 2682.
- [28] M.A. Moret, *Phys. Lett. A* 378 (2014) 494.

### ***3.2 Economia - mercado de revenda de gasolina no Brasil***

No Brasil, a lei nº 9.478 de 6 de Agosto de 1997, conhecida com a “Lei do Petróleo” inaugurou um novo estágio na política energética nacional, as atividades relativas ao monopólio do petróleo, instituindo o Conselho Nacional de Política Energética e a Agência Nacional do Petróleo entre outras providências. A partir do ano de 2002, passou a vigorar o regime de liberdade de preços na cadeia do petróleo e seus derivados (ANP, 2012). Em face das mudanças previstas para o panorama energético global, o petróleo apresenta sinais que continuará a ser a principal fonte de energia do mundo nas próximas décadas, segundo relatórios de agências internacionais da área de energia (MOBIL, 2016; BP, 2016; AIE, 2016; MAUGERI, 2012).

Os esforços do governo brasileiro rumo à melhoria e eficiência na indústria do petróleo e seus derivados do petróleo, incluindo gasolina, o segundo combustível mais usado no país segundo a ANP. O próximo experimento investiga as correlações cruzadas entre os mercados de revenda de gasolina brasileiros em quinze capitais, entre os anos de 2005 e 2014, utilizando uma medida do grau de correlação cruzada nas séries temporais das margens brutas em múltiplas escalas de tempo, discutindo o uso de um novo ferramental na análise microeconômica.



# Cross-correlation analysis on Brazilian gasoline retail market

A.S. Nascimento Filho <sup>a,\*</sup>, E.J.A.L. Pereira <sup>a,b</sup>, Paulo Ferreira <sup>c,d,e</sup>, T.B. Murari <sup>a</sup>,  
M.A. Moret <sup>a,f</sup>



<sup>a</sup> Centro Universitário SENAI CIMATEC, Salvador, Brazil

<sup>b</sup> Instituto Federal do Maranhão - IFMA, Bacabal, Brazil

<sup>c</sup> VALORIZA - Research Center for Endogenous Resources Valorization, Portalegre, Portugal

<sup>d</sup> Instituto Politécnico de Portalegre, Portalegre, Portugal

<sup>e</sup> CEFAGE-UE, IIFA, Universidade de Évora, Évora, Portugal

<sup>f</sup> Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Salvador, Brazil

## HIGHLIGHTS

- We studied multi-scale cross correlation analysis in gasoline retail market.
- We compared fifteen different cities from all Brazilian regions.
- We found strong cross-correlation values between three capitals of Southeast region.

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 10 February 2018

Received in revised form 23 April 2018

Available online xxxx

### Keywords:

Fuel

Average Retail Margin

Tacit collusion

## ABSTRACT

In this paper we investigate the cross-correlations between Brazilian gasoline retail markets in fifteen capitals. The hypothesis that is not expected any strong cross-correlation or anti cross-correlation between these markets was tested by applying the multi-scale cross correlation analysis in the of Average Retail Margin of gasoline type C. Our empirical results support a significant cross-correlation value between three capitals of Southeast region for both short-term and long-term, regardless of time scale (weeks). Moreover, São Paulo–Belo Horizonte and São Paulo–Rio de Janeiro pairs presented strong correlation from time scale of thirty three weeks. And also São Paulo market seems exerts some regional influence in the Average Retail Margin behaviors. The main contribution is that cross-correlations results have importance in terms of taking decisions for investors as well as for Brazilian energy policies.

© 2018 Elsevier B.V. All rights reserved.

## 1. Introduction

The Brazilian energy matrix is characterized by the diversification of sources, mainly for transportation. In the case of the automotive fleet, the diesel is the second demanded fuel used by large road vehicles, basically trucks and buses, which is not competing with other fuels in the urban zone, like ethanol, compressed natural gas (CNG) or gasoline. Besides of the spatial distinctions, the modern flex-fuel vehicles, with an internal combustion engine designed to run more than one fuel, has represented a strategic role in the Brazilian energy policy and economics [1]. This fuel is usually gasoline blended with any ratio of ethanol. According to the National Agency of Petroleum, Natural Gas and Biofuels (ANP) [2,3], the gasoline blended (gasoline with percentage of ethanol), called gasoline type C, was the best seller fuel in 2011, and also presented an increase from 2005 to 2014, 88.36%, in sales volume, as showed in Table 1.

\* Corresponding author.

E-mail addresses: [aloisio.nascimento@gmail.com](mailto:aloisio.nascimento@gmail.com) (A.S. Nascimento Filho), [eder.johnson@ifma.edu.br](mailto:eder.johnson@ifma.edu.br) (E.J.A.L. Pereira), [pjsf@uevora.pt](mailto:pjsf@uevora.pt) (P. Ferreira), [thiagomurari@hotmail.com](mailto:thiagomurari@hotmail.com) (T.B. Murari), [mamoret@gmail.com](mailto:mamoret@gmail.com) (M.A. Moret).

**Table 1**Sales' volumes of gasoline type C in Brazil between 2005 and 2014 by wholesale market (in mil m<sup>3</sup>) [2].

2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
23.553	24.008	24.325	25.175	25.409	29.844	35.491	39.698	41.426	44.364

The additional feature of the Brazilian retail market is its fragmented participation, with 39,027 retails in 2011 [2]. This market is divided in two categories of companies, known as “white flags” and affiliated retails. The first category is not linked with any wholesale (*i.e.*, it is free to buy from any wholesale company). The second one normally buy its fuel from a specific wholesale and, also, it uses the trademark of the wholesale on the gas station facade, once the Brazilian law does not allowed a wholesale to act as a retail in order to reduce the market power of the wholesale and price alignment [3].

Despite being fragmented, the gasoline price alignment is something possible in the Brazilian retail market. According to [4], the affiliated service stations were responsible for sell 71.7% over total gasoline sales in the country in 2014. It is a concern to the ANP, once the retail companies can intentionally adopt several strategies to improve their financial returns. Thus, based on the size and market scale, the ANP uses a set of assumptions to find out an indicative of price alignment [5].

On the other hand, consumers may cause impact in that market, including the prices of the gasoline type C. The estimation of fuel demand is a concern for energy economics, for example, in Refs. [6–8] were found evidences of spatial and temporal differences in gasoline price related to elasticity of fuel consumption (*i.e.*, the degree of responsiveness of quantity demanded for the changes in the determinants of demand), *e.g.*, gasoline type C price. In this way, there is an expectation of the Brazilian retail market to be competitive in term of the price, taking into account its open and fragmented retail market. Furthermore, as quoted by [9], the economic theory of consumer behavior suggests the hypothesis that consumers are more responsive to prices, adjusting faster towards desired demand levels. It may impact the Average Retail Margin (ARM) in Brazilian gasoline retail markets.

Statistical methods have been applied in energy economics and financial areas in order to evaluate cross-correlations between diversities pairs of time series for several subjects, including: the inter-influence of oil prices and renewable energy sources [10]; cross-correlations between the West Texas International crude oil (WTI) and Baltic Exchange Dirty Tanker Index (BDTI) [11]; relation between oil prices and exchange rates [12–15]; electricity price and trading volume in market of a country [16]; analysis between WTI crude oil and the stock markets of economic the BRIC [17].

The Brazilian retail market is complex system, with different regional features for a same product, as gasoline type C, *e.g.*, different costs with gasoline station labors; complex taxes and fees systems; largest regional differences for gross domestic products (GDP); fleet of vehicles and logistics; local environmental laws, among other factors; which suggest an inequity in terms of ARM composition between markets as well. According to [18], the Brazilian fuel sector presents a moderate degree of concentration in the markets, weak barriers to entry, and unstable demand and cost conditions, structural factors that do not facilitate the formation of cartels. On the other hand, it presents the strong presence of market organizing agents – the unions. The retail market analysis by using ARM approach simplifies the evaluation of a complexity gasoline price markup, leaving aside innumerable endogenous factors, previously described.

The aim of this paper is to assess the spatial cross-correlation in the Brazilian gasoline retail market, and verify the hypothesis that is not expected to find any strong cross-correlation or anti cross-correlation between these markets. For this proposal the scaling  $\rho_{DCCA}$  method was applied in ARM of gasoline type C for fifteen Brazilian cities in five capitals throughout the Brazilian territory. This paper is divided in four section as following: after this introduction, the second sections present the data source and the statistical method; the third section is the results and; the fourth section is the conclusion of this paper.

## 2. Materials and methods

### 2.1. Data

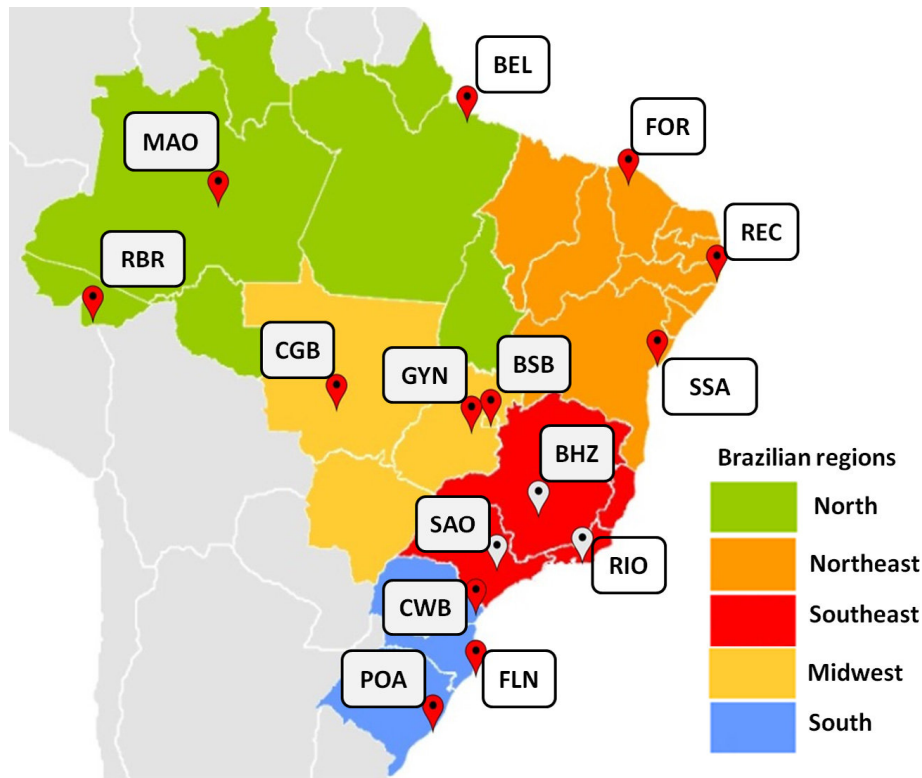
To evaluate the relationship between common gasoline dealer markets in Brazil, it was used the  $ARM_w = rs_w - c_w$ , where ARM is the Average Retail Margin signal,  $rs$  is the average price of gasoline on the retail market,  $c$  is the average gas price on the wholesale, and  $w$  is the time in weeks (517 weeks), between 2005 and 2014. The ARM were calculated from the sets of data collected from weekly survey of gasoline prices, where that are carried out in 555 municipalities, This service is provided monthly by ANP repository [5].

The ARM of the gasoline type C were calculated from sets of data in fifteen cities with relevant markets. The criterion to choice the cities were to have more than 500,000 inhabitants, to be a capital and limited to three cities per region. The Fig. 1 is shown the chosen cities for this analysis.

### 2.2. Brief review of the method to determine the detrended cross-correlation coefficient

It has been used the  $\rho_{DCCA}$ , proposed by [19]. It is based on the self correlation theory [20] and the study of cross-correlation between time series by power law [21]. The  $\rho_{DCCA}$  method has been applied in diverse fields, such as: climatic issues [22,23], crime studies [24] and finances [25–30]. According to [31] the multiscale cross-correlation is sub-area of econophysics that





**Fig. 1.** Brazilian map with fifteen retail market – Belém (BEL), Belo Horizonte (BHZ), Brasília (BSB), Cuiabá (CGB), Curitiba (CWB), Florianópolis (FLN), Fortaleza (FOR), Goiânia (GYN), Manaus (MAO), Porto Alegre (POA), Recife (REC), Rio Branco (RBR), Rio de Janeiro (RIO), Salvador (SSA), São Paulo (SAO).

can be defined as the use of complex systems tools in economics [32–34]. In this context, there are some new progress about cross-correlations methods by [35–42].

The  $\rho_{DCCA}$  calculation is obtained following the 5 steps below:

1. Considering two time series,  $\{x_t\}$  and  $\{y_t\}$  where  $t = 1, 2, \dots, N$  ( $N$  is the total number of elements of the time series), it is integrate the time series obtaining two new series Eq. (1).

$$xx_k = \sum_{t=1}^k x_t \text{ and } yy_k = \sum_{t=1}^k y_t, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

2. These two integrated time series are divided,  $\{xx_k\}$  and  $\{yy_k\}$ , in  $(N - s)$ , overlapping boxes of equal length  $s$ , with  $4 \leq s \leq \frac{N}{4}$ .
3. The local trend of each box is calculated by the least squares adjustment of each series,  $xP_i(k)$  and  $yP_i(k)$ . Then, it is calculated the covariance of residues in each defined box by Eq. (2).

$$f^2_{xy}(s, i) = \frac{1}{s+1} \sum_{k=1}^{i+s} (xx_k - xP_i(k))(yy_k - yP_i(k)) \quad (2)$$

4. It is calculated the average over all overlapping boxes to obtain the new covariance function (Eq. (3)).

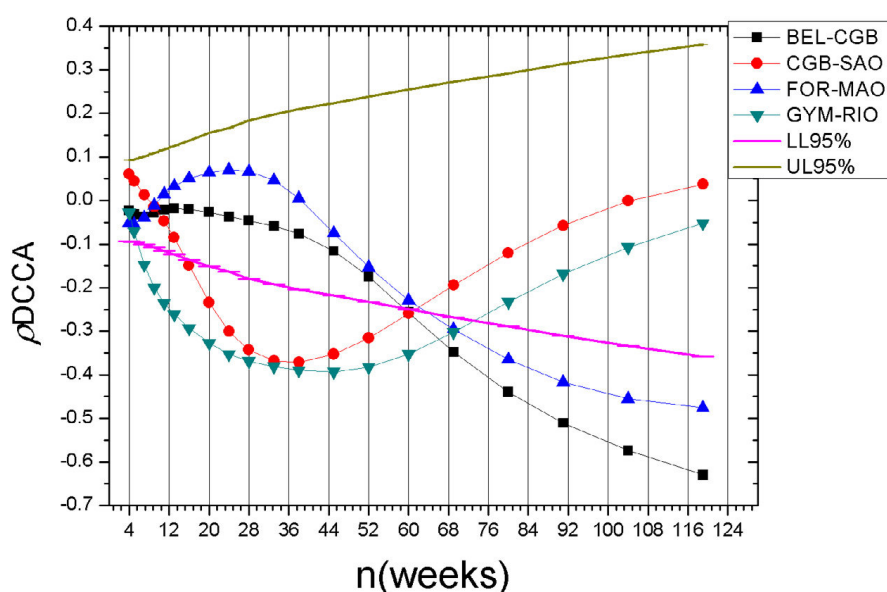
$$F^2_{xy}(s) = \frac{1}{N-s} \sum_{i=1}^{N-s} f^2_{xy}(s, i) \quad (3)$$

5. Then, the  $\rho_{DCCA}$  is determined by Eq. (4).

$$\rho_{DCCA}(s) = \frac{F^2_{xy}(s)}{F_{xx}(s) F_{yy}(s)} \quad (4)$$

where  $F^2_{xy}(s)$  is the correlation function determined by the method of [21].  $F_{xx}(s)$  and  $F_{yy}(s)$  are the autocorrelation functions determined by the method of [20]. Moreover, the cross-correlation coefficient depends on the size of each box  $s$ .





**Fig. 2.** Anti cross-correlation coefficients between the ARM of four pairs, where CGB appears two times. The LL95% and UL95% are the significant levels calculated and represent the low limits and upper limits respectively, through the time scales (weeks).

In terms of the level of cross-correlation, the  $\rho_{DCCA}$  is a dimensionless coefficient that ranges between 1 and  $-1$ , where 1 is a condition with a perfect cross-correlation and  $-1$  is a perfect anti cross-correlation. A zero value represents no cross-correlated condition [24].

### 3. Results

For the analysis of the results, will be considered the statistical test of [43] in which the correlation is significant outside the lines representing lower and upper critical values with significance of 95%, for the test with the hypothesis  $H_0: \rho_{DCCA} = 0$  and  $H_1: \rho_{DCCA} \neq 0$ .

It is important to point out the combination were used to analyze the cross-correlation between all these time series. Each city were analyzed against all other cities, regardless of the region in which they are or any other economic premise.

It can be observed in Fig. 2 all results that presented anti cross-correlation for any defined time scale. The highlight is CGB that appears two times in four.

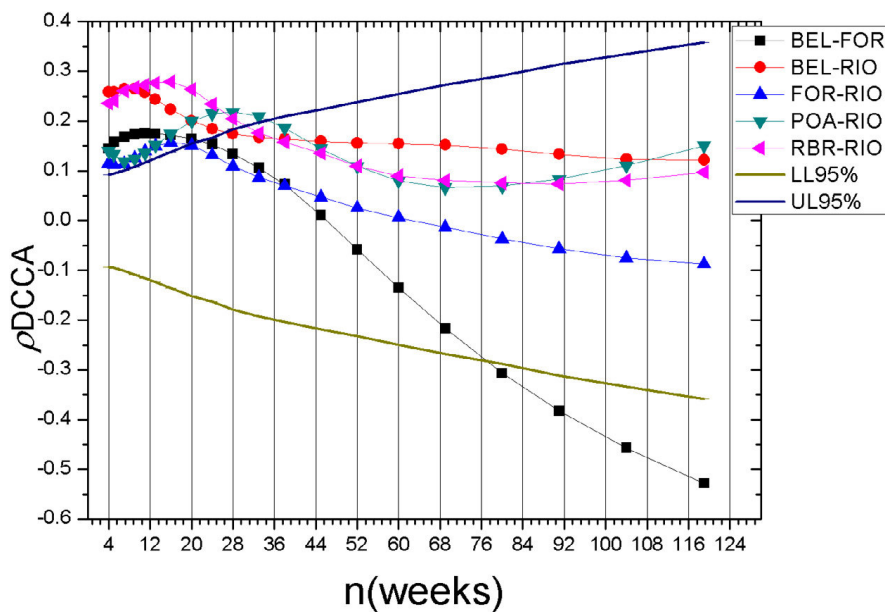
Fig. 3 is showing the results with a significant positive cross-correlation in a time scale ranging from four to about twenty-eight weeks. It may be noted that the city that most appeared positively influencing the gross margin of the others cities was RIO, three times in five results. This shows that, for a period of up to twenty-eight weeks, RIO has a positive influence among the other Brazilian cities, two in the northern region (RBR and BEL) and one in the south of the country (POA).

Fig. 4 is showing results that presented cross-correlation for results over sixty weeks. Once again it can be observed that the CGB appeared two times with cities that are situated in the northeast region (FOR and REC). The other cross-correlation was between FOR and REC. It is possible to highlight that all cities that appear in this analysis are located in the North and Northeast region of Brazil.

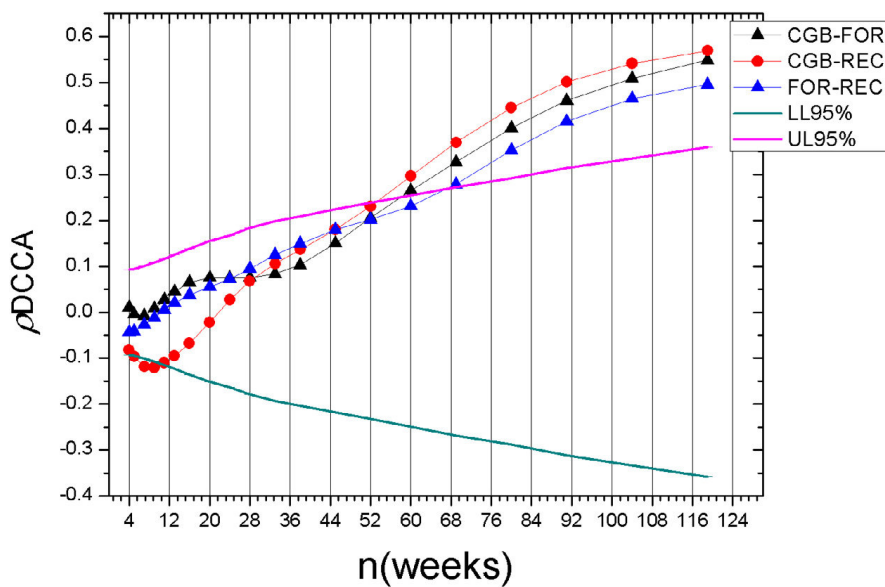
All results that presented a positive and significant cross-correlation in any time scale are shown in Fig. 5, with the exception FLN–GYM, which became significant after nine weeks. It has been observed that BHZ, SAO and RIO are in the same region (Southeast) and they have State borders. In addition, the value of the  $\rho_{DCCA}$  between SAO and RIO exceeds 0.66 already with thirty three weeks of time scale and remains strong for all subsequent scales, reaching almost 0.8 for long time scales.

The same analysis applies to the correlation involving SAO and BHZ, where the  $\rho_{DCCA}$  exceeds 0.66 from fifty two weeks and remains above it up to one hundred and nineteen weeks, approaching 0.8. According to [44] a  $\rho_{DCCA}$  value above 0.66 can be considered strong.

The significant cross-correlation does not happen for the CWB–FOR, CWB–REC and FOR–REC pairs, that begin to have some significant, but weak, cross-correlation only from a time scale above 52 weeks. However, the pairs BEL–FOR, BEL–RIO, FOR–RIO, POA–RIO, RBR–RIO presented significant cross-correlation only for a short time scale. And the pairs BHZ–CWB, FOR–MAO, CWB–SAO, GYN–RIO presented an anti-correlated behavior for some time scale.



**Fig. 3.** Significant cross-correlation for a time scale up to 28 weeks. It may be noted that the city that most appeared positively influencing the gross margin of the others cities was RIO, three times in five results. The LL95% and UL95% are the significant levels calculated and represent the low limits and upper limits respectively, through the time scales.

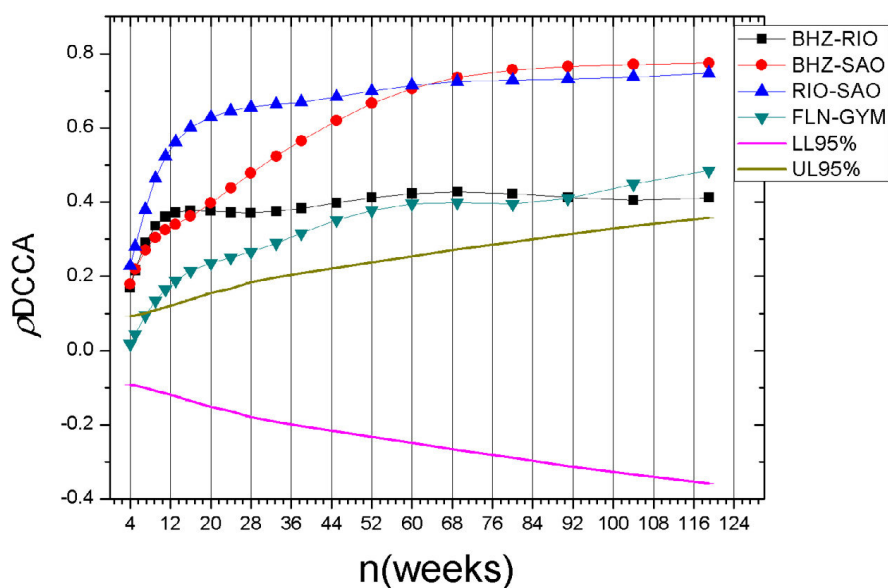


**Fig. 4.** Cross-correlation for a time scale over 60 weeks. CGB appeared two times with cities that are situated in the northeast region. All cities that appear in this analysis are located in the North and Northeast region. The LL95% and UL95% are the significant levels calculated and represent the low limits and upper limits respectively, through the time scales.

**4. Conclusions**

It was observed the co-movements of the ARM for fifteen capitals, in different time scales (weeks), by applying the  $\rho_{DCCA}$  method. The empirical results obtained from cross-correlation coefficients have rejected the hypothesis that there are not strong cross-correlation or anti cross-correlation between all analyzed Brazilian retail markets.

The causal relationship among these representatives of the Brazilian gasoline retail industry were explored. In spite of the most of coefficients were not significant or showed a weak coefficient value, there were two samples that presented strong correlations, (*i.e.*  $\rho_{DCCA}$  values greater than 0.66, according to Ref. [44]), where Belo Horizonte–São Paulo reached it from fifty two weeks and Rio de Janeiro–São Paulo reached it from thirty three weeks. It is mainly concluded that Belo Horizonte–São Paulo and Rio de Janeiro–São Paulo pairs, pairs situated in Southeast region, presented significant cross-correlation for all time scales.



**Fig. 5.** Cross-correlation results for all time scales between the pairs BHZ–RIO, BHZ–SAO, RIO–SAO, except for the correlation involving the cities FLN–GYM, which became significant after 9 weeks. The value of the  $\rho_{DCCA}$  between SAO and RIO exceeds 0.66 already with thirty three weeks of time scale and remains strong for all subsequent scales. SAO and BHZ pair exceeds 0.66 from fifty two weeks and remains above it up to one hundred and nineteen weeks. The LL95% and UL95% are the significant levels calculated and represent the low limits and upper limits respectively, through the time scales.

Although, the Brazilian gasoline retail market deal with homogeneous products and similar costs, the gas station owners still need to face regional issues (taxes and fees, environment rules and logistic process). Thus, the ARM analysis is useful as profit model, by putting aside any regional distortions even adjustments, and it may be a measurement, overall patterns, regardless of retail market size or concentration, revealing their profit behavior straightly. In the economic theory market with low levels of concentration, reflects the presence of a substantial number of similar firms (gas stations) and, at least implicitly, the absence of substantial entry barriers, should be associated with price–cost relationships indicating normal profitability for it [45,46].

Nevertheless, cooperative actions can achieve supra-normal profit, where positive payoff reached by overt or covert or even tacit collusion among borderline gas station owners. Thus, if firms really cooperate strategically, we can empirically propose the idea that the significant correlations are dynamic spatial and temporal cooperative results [45,46]. A typical behavior observed in strategic interactions that arise in a sector with a small number of companies is compared to oligopoly market structures [46,47]. A resembling behavior and market situation was analyzed on the Spanish gasoline market. Despite the Spanish liberalization process, the presence of Repsol Group, a huge and vertically integrated company with a high market share in all segments, does facilitate a collusive price equilibrium [48]. It may be compared to the wholesale market and the affiliated service stations of Petrobras company in Brazil (*i.e.* Petrobras, in 2014, was the leader on the market share of the distributors with 28.5% of the country's market [4]).

Besides that, São Paulo seems to exert control, leading in its region and powerfully influencing Belo Horizonte and Rio de Janeiro ARM, as if they mimic São Paulo's ARM actions, once Belo Horizonte–São Paulo and Rio de Janeiro–São Paulo presented stronger coefficient values than Belo Horizonte–Rio de Janeiro, reaching almost twice the size of this measurement. It may be other indicative of tacit collusion. Tacit collusion does not necessarily involve any collusion in the legal sense, and no communication between the parties is really needed. It is considered a tacit collusion because the consequence may well resemble that of explicit collusion or an official cartel [49]. Companies can make supra-normal profits in tacit collusion situations. It can arise when companies interact repeatedly (such repeated interactions can result in persistent correlations, as observed in the southeast region). Any deviation from this collusive path would cause some kind of retaliation, so the companies may be able to maintain higher profits by tacit agreement [49].

This study may contribute to spatial–temporal research in local energy areas, in terms of taken-decisions. We believe that our findings have important implications for investors. Once they have the possibility of choosing markets that present similarities in their ARM, they may decide to invest (expanding their business) in regions with correlated or non-correlated ARM. Thus, Brazilian investors should take into account the multiscale effect of retail market cross-correlations when they decide to invest, evaluating the advantages of spread their gas stations in different markets widely or concentrate it. Therefore, strong cross-correlation coefficient results could reduce financial benefits of market diversification, observed on stock markets [42].

Moreover, this study could be applied together with any conventional statistic methods, possibly some of the methods currently used by ANP [5], to analyze an indicative of price alignment. The Brazilian energy policy can take advantage of this method to analyze micro-regions to find unexpected co-movements between border cities.

Future research on the Brazilian gasoline retail market may debate the mechanisms of a possible tacit collusion on the Brazilian southeast market, and its social and economic impacts. Another possible approach to be considered is to evaluate small spatial scales in order to verify the hypotheses of tacit collusion effects to access the neighborhood behavior.

## Acknowledgments

This work received financial support from National Counsel of Technological and Scientific Development CNPq, Brazil (grant numbers 458549/2014-2, 448303/2014-0) and National Petroleum Agency-ANP, Brazil/PRH-55 process number: 486100833602013 - FINEP.

## References

- [1] A.L. Ferreira, F.P. de Almeida Prado, J.J. da Silveira, Flex cars and the alcohol price, *Energy Econ.* 31 (3) (2009) 382–394.
- [2] ANP, Agência nacional do petróleo, gás natural e biocombustíveis, 2016. Available in: <http://www.anp.gov.br>.
- [3] CADE, Cadernos do cade – varejo de gasolina - 2014, Ministério da justiça do Brasil, V1, 2014, 2014.
- [4] Fecombustíveis, Annual fuel retail report 2015, 2015. Available in: <http://www.fecombustiveis.org.br/relatorios/annual-fuel-retail-report-2015/>.
- [5] D.P. Pedra, L.M.N. de Oliveira Bicalho, O. de Araújo Vilela, P.H. Baran, R.M. de Paiva, T.P. de Melo, Metodologia adotada pela agência nacional do petróleo, gás natural e biocombustíveis para a detecção de cartéis, ANP, Rio de Janeiro.
- [6] D.J. Graham, S. Glaister, The demand for automobile fuel: A survey of elasticities, *J. Transp. Econ. Policy* 36 (1) (2002) 1–25.
- [7] J.E. Hughes, C.R. Knittel, D. Sperling, Evidence of a Shift in the Short-Run Price Elasticity of Gasoline Demand, Tech. Rep., National Bureau of Economic Research, 2006.
- [8] C. Dahl, T. Sterner, Analysing gasoline demand elasticities: A survey, *Energy Econ.* 13 (3) (1991) 203–210.
- [9] G.F. Santos, Fuel demand in brazil in a dynamic panel data approach, *Energy Econ.* 36 (2013) 229–240.
- [10] A.S.S. Paiva, M.A. Rivera-Castro, R.F.S. Andrade, Dcca analysis of renewable and conventional energy prices, *Physica A* 490 (2018) 1408–1414.
- [11] F. Chen, Y. Miao, K. Tian, X. Ding, T. Li, Multifractal cross-correlations between crude oil and tanker freight rate, *Physica A* 474 (2017) 344–354.
- [12] M. Hussain, G.F. Zebende, U. Bashir, D. Donghong, Oil price and exchange rate co-movements in Asian countries: Detrended cross-correlation approach, *Physica A* 465 (2017) 338–346.
- [13] J. Li, X. Lu, Y. Zhou, Cross-correlations between crude oil and exchange markets for selected oil rich economies, *Physica A* 453 (2016) 131–143.
- [14] Q. Ruan, Y. Wang, X. Lu, J. Qin, Cross-correlations between baltic dry index and crude oil prices, *Physica A* 453 (2016) 278–289.
- [15] L. Liu, Cross-correlations between crude oil and agricultural commodity markets, *Physica A* 395 (2014) 293–302.
- [16] Q. Fan, D. Li, Multifractal cross-correlation analysis in electricity spot market, *Physica A* 429 (2015) 17–27.
- [17] F. Ma, Y. Wei, D. Huang, L. Zhao, Cross-correlations between west texas intermediate crude oil and the stock markets of the bric, *Physica A* 392 (21) (2013) 5356–5368.
- [18] D.P. Pedra, H.B.B. Esteves, Detecção de cartéis e experiência brasileira recente, XI Congresso Brasileiro de Energia IV (2006) 2143–2156.
- [19] G. Zebende, Dcca cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation, *Physica A* 390 (4) (2011) 614–618.
- [20] C.-K. Peng, S.V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H.E. Stanley, A.L. Goldberger, Mosaic organization of dna nucleotides, *Phys. Rev. E* 49 (2) (1994) 1685.
- [21] B. Podobnik, H.E. Stanley, Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two nonstationary time series, *Phys. Rev. Lett.* 100 (8) (2008) 084102.
- [22] R. Vassoler, G. Zebende, Dcca cross-correlation coefficient apply in time series of air temperature and air relative humidity, *Physica A* 391 (7) (2012) 2438–2443.
- [23] L. Piao, Z. Fu, Quantifying distinct associations on different temporal scales: Comparison of dcca and Pearson methods, *Sci. Rep.* 6 (2016).
- [24] A. Machado Filho, M. Da Silva, G. Zebende, Autocorrelation and cross-correlation in time series of homicide and attempted homicide, *Physica A* 400 (2014) 12–19.
- [25] M.F. da Silva, É.J.d.A.L. Pereira, A.M. da Silva Filho, A.P.N. de Castro, J.G.V. Miranda, G.F. Zebende, Quantifying cross-correlation between ibovespa and brazilian blue-chips: The dcca approach, *Physica A* 424 (2015) 124–129.
- [26] L. Kristoufek, Leverage effect in energy futures, *Energy Econ.* 45 (2014) 1–9.
- [27] G.-J. Wang, C. Xie, S. Chen, J.-J. Yang, M.-Y. Yang, Random matrix theory analysis of cross-correlations in the US stock market: Evidence from Pearson's correlation coefficient and detrended cross-correlation coefficient, *Physica A* 392 (17) (2013) 3715–3730.
- [28] G.-J. Wang, C. Xie, S. Chen, F. Han, Cross-correlations between energy and emissions markets: New evidence from fractal and multifractal analysis, *Math. Probl. Eng.* (2014).
- [29] P. Ferreira, A. Dionisio, Revisiting covered interest parity in the European union: The dcca approach, *Int. Econ. J.* 29 (4) (2015) 597–615.
- [30] B. Podobnik, D. Horvatic, A.M. Petersen, H.E. Stanley, Cross-correlations between volume change and price change, *Proc. Natl. Acad. Sci.* 106 (52) (2009) 22079–22084.
- [31] E.J.d.A.L. Pereira, M.F. da Silva, H.B. de Barros Pereira, Econophysics: Past and present, *Physica A* (2017).
- [32] H.E. Stanley, V. Afanasyev, L.A.N. Amaral, S. Buldyrev, A. Goldberger, S. Havlin, H. Leschhorn, P. Maass, R.N. Mantegna, C.-K. Peng, et al., Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: From DNA and physiology to econophysics, *Physica A* 224 (1–2) (1996) 302–321.
- [33] R.N. Mantegna, H.E. Stanley, An introduction to econophysics: Correlation and complexity in finance, 2000.
- [34] R.N. Mantegna, H.E. Stanley, Scaling behaviour in the dynamics of an economic index, *Nature* 376 (6535) (1995) 46–49.
- [35] Z.-Q. Jiang, W.-X. Zhou, et al., Multifractal detrending moving-average cross-correlation analysis, *Phys. Rev. E* 84 (1) (2011) 016106.
- [36] L. Kristoufek, Detrending moving-average cross-correlation coefficient: Measuring cross-correlations between non-stationary series, *Physica A* 406 (2014) 169–175.
- [37] L. Kristoufek, Measuring correlations between non-stationary series with dcca coefficient, *Physica A* 402 (2014) 291–298.
- [38] J. Kwapien, P. Oświkiecimka, S. Drożdż, Detrended fluctuation analysis made flexible to detect range of cross-correlated fluctuations, *Phys. Rev. E* 92 (5) (2015) 052815.
- [39] X.-Y. Qian, Y.-M. Liu, Z.-Q. Jiang, B. Podobnik, W.-X. Zhou, H.E. Stanley, Detrended partial cross-correlation analysis of two nonstationary time series influenced by common external forces, *Phys. Rev. E* 91 (6) (2015) 062816.
- [40] G.-J. Wang, C. Xie, L.-Y. He, S. Chen, Detrended minimum-variance hedge ratio: A new method for hedge ratio at different time scales, *Physica A* 405 (2014) 70–79.
- [41] N. Yuan, E. Xoplaki, C. Zhu, J. Luterbacher, A novel way to detect correlations on multi-time scales, with temporal evolution and for multi-variables, *Sci. Rep.* 6 (2016) 27707.
- [42] G.-J. Wang, C. Xie, M. Lin, H.E. Stanley, Stock market contagion during the global financial crisis: A multiscale approach, *Finance Res. Lett.* 22 (2017) 163–168.

- [43] B. Podobnik, Z.-Q. Jiang, W.-X. Zhou, H.E. Stanley, Statistical tests for power-law cross-correlated processes, *Phys. Rev. E* 84 (6) (2011) 066118.
- [44] M.F. da Silva, É.J.d.A.L. Pereira, A.M. da Silva Filho, A.P.N. de Castro, J.G.V. Miranda, G.F. Zebende, Quantifying the contagion effect of the 2008 financial crisis between the g7 countries (by gdp nominal), *Physica A* 453 (2016) 1–8.
- [45] K. Cowling, M. Waterson, Price-cost margins and market structure, *Economica* 43 (171) (1976) 267–274.
- [46] H.R. Varian, *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach: Ninth International Student Edition*, WW Norton & Company, 2014.
- [47] N.G. Mankiw, *Principles of Macroeconomics*, Cengage Learning, 2014.
- [48] J.P. García, Dynamic pricing in the spanish gasoline market: A tacit collusion equilibrium, *Energy Policy* 38 (4) (2010) 1931–1937.
- [49] M. Ivaldi, B. Jullien, P. Rey, P. Seabright, J. Tirole, et al., The economics of tacit collusion, in: *Final Report for DG Competition*, European Commission, 2003, pp. 4–5.

### ***3.3 Biologia - Auto-afindade da dengue em 25 cidades da Bahia***

Segundo a OMS, aproximadamente dois terços da população mundial está suscetível à infecção por dengue. No Brasil, entre janeiro de 2012 e abril de 2012, foram registrados 286.011 casos de dengue. Já no estado da Bahia, em 2011, houve 22.424 casos de dengue, com 160 casos por 10.000 habitantes. Em 2012, o número aumentou para 28.154 casos, com 200,9 casos por 10.000 habitantes.

O experimento a seguir avalia a disseminação dos casos de dengue entre os vinte e cinco municípios da Bahia com maiores registros de casos da doença, e por meio da análise do comportamento auto-afim das ocorrências da doenças, são mensuradas correlações de longo alcance para diferentes escalas de tempo.

## Self-affinity in the dengue fever time series

S. M. Azevedo

*Programa de Modelagem Computacional - SENAI - Cimatec  
Salvador, Bahia, Brazil*

*Universidade Estadual de Feira de Santana  
Feira de Santana, Bahia, Brazil  
stelamariaa@gmail.com*

H. Saba

*Universidade do Estado da Bahia  
Salvador, Bahia, Brazil  
hcardoso@uneb.br*

J. G. V. Miranda

*Universidade Federal da Bahia  
Salvador, Bahia, Brazil  
vivasm@gmail.com*

A. S. Nascimento Filho

*Programa de Modelagem Computacional - SENAI - Cimatec  
Salvador, Bahia, Brazil  
aloisio.nascimento@gmail.com*

M. A. Moret

*Universidade do Estado da Bahia  
Salvador, Bahia, Brazil  
Programa de Modelagem Computacional - SENAI - Cimatec  
Salvador, Bahia, Brazil  
mamoret@gmail.com*

Received 12 April 2016

Accepted 27 April 2016

Published 27 June 2016

Dengue is a complex public health problem that is common in tropical and subtropical regions. This disease has risen substantially in the last three decades, and the physical symptoms depict the self-affine behavior of the occurrences of reported dengue cases in Bahia, Brazil. This study uses detrended fluctuation analysis (DFA) to verify the scale behavior in a time series of dengue cases and to evaluate the long-range correlations that are characterized by the power law  $\alpha$  exponent for different cities in Bahia, Brazil. The scaling exponent ( $\alpha$ ) presents different long-range correlations, i.e. uncorrelated, anti-persistent, persistent and diffusive behaviors. The long-range correlations highlight the complex behavior of the time series of this disease. The



findings show that there are two distinct types of scale behavior. In the first behavior, the time series presents a persistent  $\alpha$  exponent for a one-month period. For large periods, the time series signal approaches subdiffusive behavior. The hypothesis of the long-range correlations in the time series of the occurrences of reported dengue cases was validated. The observed self-affinity is useful as a forecasting tool for future periods through extrapolation of the  $\alpha$  exponent behavior. This complex system has a higher predictability in a relatively short time (approximately one month), and it suggests a new tool in epidemiological control strategies. However, predictions for large periods using DFA are hidden by the subdiffusive behavior.

*Keywords:* Detrended fluctuation analysis; epidemic process; subdiffusive behavior.

PACS Nos.: 87.19.xd, 05.45.Df, 05.45.Tp, 02.50.Ev, 89.75.Da

## 1. Introduction

Dengue fever is considered to be the most important viral disease transmitted by arthropods<sup>1,2</sup>; it is also the most common and widespread arbovirus in the world and is especially highlighted among reemerging diseases. The main arthropod that transmits dengue is the *Aedes aegypti* mosquito, which is a species that is originally from Africa. This mosquito moved to the American continent during the colonization period.<sup>3</sup> The first related cases of dengue fever occurred in the late eighteenth century on the island of Java in Asia and in the state of Philadelphia in the United States of America. Nevertheless, the World Health Organization (WHO) only recognized dengue fever as a disease in the 20th century.<sup>3</sup>

In the second half of the 20th century, the occurrence of dengue fever also increased because of the urban vector of the disease resulting from the high propagation of urban and *A. aegypti* populations. The fight against *A. aegypti* in domestic habitats, known as source reduction, is the fundamental method to prevent the spread of dengue fever by the public health municipality agents of endemic cities.<sup>4-7</sup>

The dengue fever virus is an international public health problem. Half of the world population is currently at a potential risk of dengue fever infection, and between 50 million and 100 million new cases of infection have been reported each year. Among the infected, 500 000 people had a severe infection that required hospitalization; most patients were children. Approximately 2.5% of those infected died.<sup>8</sup> The lack of effective drugs and vaccines makes vector control the sole tool for primary intervention,<sup>9</sup> and currently, treatments only exist for the symptomatic effects, not the virus itself. In patients with severe infection, shock and bleeding usually worsen the clinical case. If a patient is not treated in time, death often results. Both early detection and correct prognosis can avoid such serious complications.<sup>8</sup>

In Brazil, the Epidemiological Survey of the Health Surveillance Office<sup>3</sup> showed that between January 2012 and April 2012, 286 011 cases of dengue fever were registered. These data demonstrated a 44% reduction in total cases of dengue fever in the country. Despite the decrease in disease transmission rate in the majority of regions, some states did see an increase in the number of incidences in 2012. The state of Bahia stands out among them, with 200.9 cases per 10 000 inhabitants.



In 2011, in Bahia, there were 22 424 cases of dengue fever; in 2012, the number increased to 28 154. Therefore, the incidence of dengue fever in Bahia in 2011 was 160.0 cases per 10 000 inhabitants, and the overall number increased to 200.9 cases per 10 000 inhabitants in 2012.<sup>3</sup>

The evolution of dengue fever must to be addressed using multidisciplinary tools to minimize its propagation during the short term where the disease is present.

The goal of this work is to apply detrended fluctuation analysis (DFA)<sup>10</sup> to study the scale properties of dengue fever incidence to verify its scale behavior. Thus, the time series of incidence in cities in Bahia, Brazil is evaluated. This work is structured as follows: the first section is an introduction to the problem; the second section introduces the DFA method; the third section presents the results; A description and interpretation of the proposed model is done in fourth section.

## 2. Method

Daily time series of dengue fever incidence in 25 municipalities in Bahia, Brazil, are selected between 2000 and 2010 to analyze their self-affinity properties using DFA. One advantage of the DFA method is that it accounts for the long-range power-law correlations in signals with embedded polynomial trends that can mask the true correlations in the fluctuations of a noise signal.

The DFA method is proposed for determining the statistical self-affinity of a signal; the method is based on the theory of random walks<sup>11</sup> and is an improvement of the fluctuation analysis (FA) method.<sup>12</sup> The range of systems apparently displays the power law, so the self-invariant correlations have increased dramatically in recent years. It was initially proposed for applications in the sequential analysis of DNA,<sup>10</sup> so the DFA method has been applied for time series analysis in many areas, including the following,<sup>13,14</sup>: cloud structure analysis<sup>15</sup> geology,<sup>16</sup> fluctuation analysis of astrophysical systems,<sup>17,18</sup> phase transitions,<sup>19</sup> sunspot examinations,<sup>20</sup> heart rate variability studies,<sup>21</sup> ion channel studies,<sup>22</sup> protein energy,<sup>23</sup> weather,<sup>24</sup> the interval between successive steps to assess a disease so a patient walks<sup>25</sup> and financial time series.<sup>26,27</sup> The DFA method is excellent at avoiding the false detection of correlations that are artifacts of nonstationary time series.

The following steps are used for the DFA method<sup>10</sup>:

- Consider an original time series,  $r_i$ , where  $i = 1, 2, \dots, N$  and  $N$  is the total number of daily cases of dengue fever. The time series  $r_i$  is integrated to obtain  $y(k) = \sum_i^k r_i - \langle r \rangle$ , where  $\langle r \rangle$  is the average value of  $r_i$ .
- The integrated signal  $y(k)$  is divided into boxes of equal length  $n$ ;
- For each  $n$ -size box,  $y(k)$  is fitted using a polynomial function of order  $l$ , which represents the trend in the box. The  $y$  coordinate of the fitting line in each box is denoted by  $y_n(k)$  because a polynomial fitting of order  $l$  is used and the algorithm DFA- $l$  is denoted;

- The integrated signal  $y(k)$  is detrended by subtracting the local trend  $y_n(k)$  within each box (of length  $n$ );
- For a given  $n$ -size box, the root-mean-square fluctuation,  $F(n)$ , for the integrated and detrended signal is given as

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2}. \quad (1)$$

The above computation is repeated for a broad range of scales ( $n$ -sized box) to provide a relationship between  $F(n)$  and the box size  $n$ .

The scaling exponent  $\alpha$  is defined whenever such a relationship is characterized by a power-law  $F(n) \propto n^\alpha$ . Therefore, the scaling exponent  $\alpha$  is a self-affine parameter expressing the long-range power-law correlation properties of the incidence of dengue fever. Moreover, the scaling exponent  $\alpha$  allows for the assessment of how the long-range correlation influences the future behavior.

The  $\alpha$  exponent is classified as follows<sup>13,14,28,29</sup>:

- If  $0 < \alpha < 0.50$ , the time series has an anti-correlated behavior, indicating an anti-persistent signal, i.e. when large values (small) occur, in the future, fluctuations tend to have small values (large);
- If  $\alpha = 0.50$ , the time series is uncorrelated, like white noise with no memory;
- If  $0.50 < \alpha < 1$ , the fluctuation in the time series has a correlated behavior, i.e. large (small) fluctuations tend to keep this behavior in the future, as a persistent signal;
- If  $\alpha = 1$ , the time series shows a noise type  $1/f$ ;
- If  $1 < \alpha < 1.5$ , the signal is not stationary, as a subdiffusive process<sup>29</sup>;
- If  $\alpha = 1.5$ , a brown noise is present, which is the integration of white noise or noise of the 141 Brownian type<sup>29</sup>;
- If  $\alpha > 1.5$ , a superdiffusive process exists.<sup>29</sup>

The  $\alpha$  exponent depicts future scenarios that can be used in the epidemiological control strategy as a possible statistical support.

### 3. Results

#### 3.1. DFA application—results and discussion

The daily impact of dengue fever in the municipalities of Bahia collected from the Brazilian Diseases Notification System (SINAN) databases were analyzed (Fig. 1, Ref. 30). Furthermore, the DFA method was applied to study the long-range correlation of dengue incidence for 25 selected municipalities by the highest population index (Table 1). Two distinct behaviors for all municipalities were detected from the findings. The first behavior showed that the time series presents a persistent

Table 1. Long-range correlation exponents,  $\alpha$  and the standard deviation,  $\sigma$ , for 25 selected municipalities for the month and the year. From 2000 to 2010 data.

Code	Municipality	$\alpha_{\text{Month}}$	$\sigma$	$\alpha_{\text{year}}$	$\sigma$
1	Salvador	0.98	0.04	1.35	0.03
2	Feira de Santana	0.72	0.05	1.20	0.02
3	Vitória da Conquista	0.55	0.02	1.23	0.01
4	Camaçari	0.50	0.02	1.34	0.02
5	Itabuna	0.76	0.06	1.31	0.03
6	Juazeiro	1.04	0.06	1.09	0.02
7	Ilheus	0.68	0.04	1.28	0.02
8	Lauro de Freitas	0.88	0.02	1.18	0.01
9	Jequie	0.88	0.06	1.49	0.03
10	Teixeira de Freitas	0.54	0.01	1.18	0.02
11	Alagoinhas	0.59	0.05	1.26	0.03
12	Barreiras	0.74	0.03	1.09	0.02
13	Porto Seguro	0.79	0.04	1.02	0.03
14	Simões Filho	0.63	0.02	1.45	0.02
15	Paulo Afonso	0.65	0.03	1.11	0.01
16	Eunápolis	0.58	0.01	1.16	0.01
17	Santo Antônio de Jesus	0.58	0.03	1.22	0.02
18	Valença	0.68	0.02	1.05	0.01
19	Candeias	0.65	0.02	1.08	0.01
20	Guanambi	0.76	0.01	1.14	0.01
21	Jacobina	0.57	0.04	1.27	0.02
22	Serrinha	0.67	0.02	1.09	0.01
23	Senhor do Bonfim	0.71	0.05	1.11	0.02
24	Dias d'Avila	0.54	0.01	1.13	0.01
25	Itapetinga	0.62	0.02	1.32	0.02

$\alpha$  exponent for a period of one month ( $0.50 < \alpha < 1.00$ ). Furthermore, for larger time periods, the time series signal approaches the subdiffusive behavior ( $1.00 < \alpha < 1.50$ ). The subdiffusive behavior is observed for periods between one month and one year.

Table 1 provides the average value of the  $\alpha$  exponent; its expected values are  $\alpha = 0.69 \pm 0.14$  for periods of less than one month, and  $\alpha = 1.21 \pm 0.12$  for the periods from one month to one year. On the other hand, Fig. 1 shows the uncorrelated behavior between  $\alpha_{\text{Month}}$  and  $\alpha_{\text{Year}}$ .

Figure 2 depicts the behavior of the  $\alpha$  exponent of the time series of dengue incidence for all of the recorded data from Bahia. Figure 2 also shows that Bahia follows the same pattern described in Table 1 compared to the time series of some municipalities in Bahia. Besides, the long-range correlation in this time series follows the observed behavior in the time series of all 417 municipalities of Bahia.

### 3.2. Data fluctuation behaviors

Seasonal phenomena in the time series are detected by the regularity of events because events are observed from year to year, e.g. the increase in rainfall and

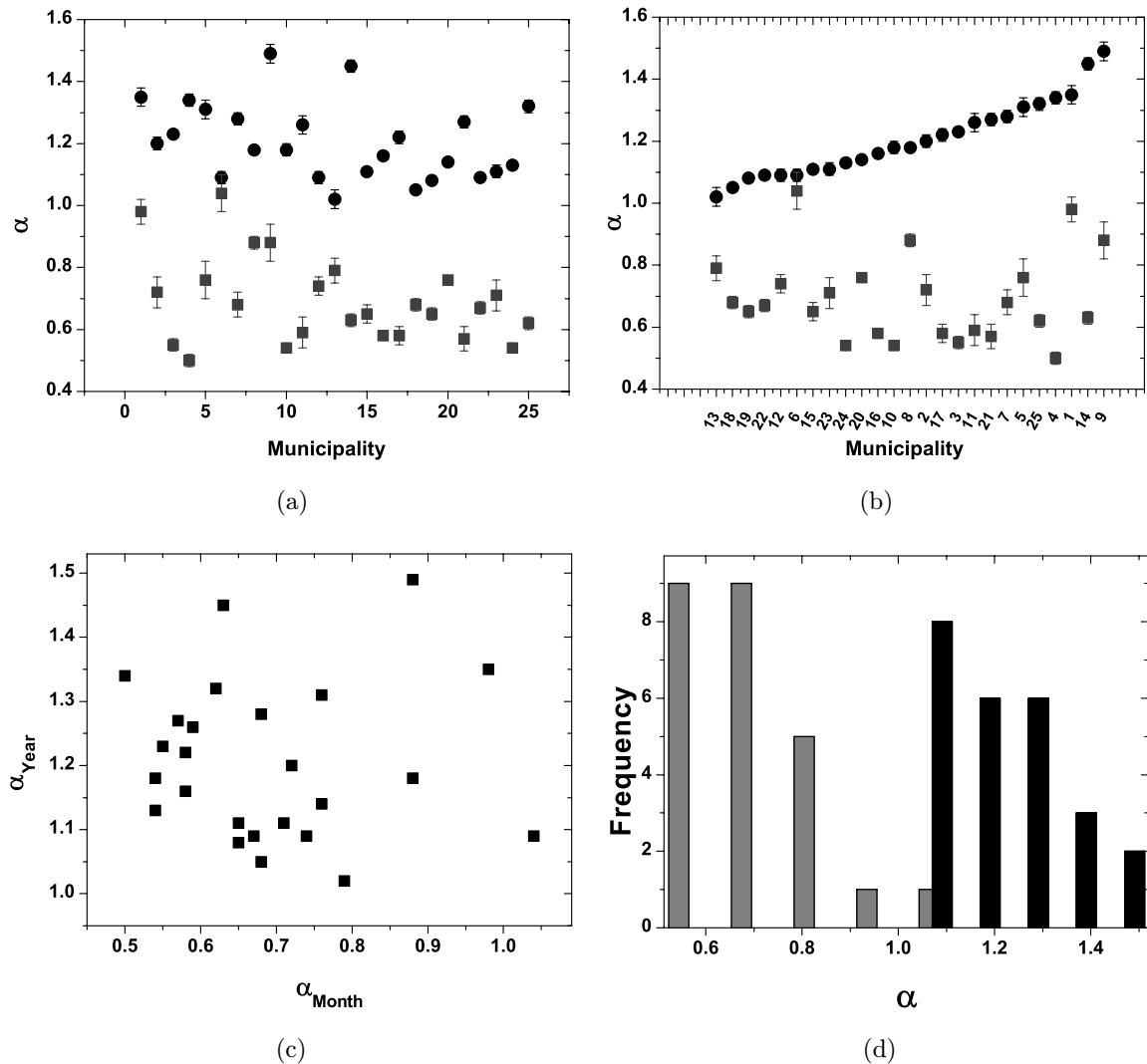


Fig. 1. Scaling exponent  $\alpha$  for periods of less than one month (gray squares) and exponents for the periods from one month to one year (black circles) (a); Scaling exponents growth for periods from one month to one year (b); Scaling exponent for periods less than one month ( $\alpha_{\text{Month}}$ ) as function of exponents for the periods from one month to one year ( $\alpha_{\text{Year}}$ ) (c); And the distribution of the scale exponent ( $\alpha$ ). The dark gray columns are the counts for one month behavior. The light gray columns are the counts for the periods from one month to one year (d).

temperature index during certain times of the year or the increase in retail sales during the Christmas season. Normally, it is not easy to analyze a time series when the seasonality component is embedded. Indeed, it tends to “disturb” other statistical components embedded in the time series, such as tendency.<sup>31</sup> Hence, some statistic fluctuation properties of dengue incidences in the city of Feira de Santana are verified to assess its forecasted behaviors.

Table 2 shows the seasonal fluctuations where most of total of incidences of cases are concentrated during the fall and summer months, whereas the winter and spring months have less accumulated quantities. Therefore, the behavior confirms that the infection pattern of dengue fever in Brazil follows the trends described in Refs. 1 and 2.

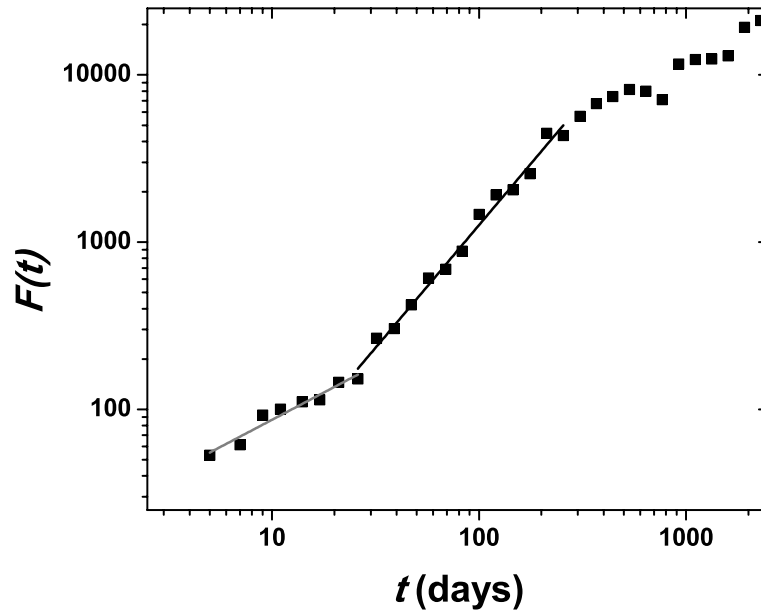


Fig. 2. The daily incidence of dengue fever cases in the state of Bahia time series from 2000 to 2010. The gray curve for these 30 days is  $\alpha = 0.63 \pm 0.05$ . The black curve for one year is  $\alpha = 1.45 \pm 0.04$ .

Additionally, strong evidence of cyclical movements is presented in the data incidences that confirm the seasonal component of the virus. In 2000, 2001 and 2002, an abrupt growth from 2% to 38% was observed (see the Percentage column, in Table 2). In 2006, 2007, 2008 and 2009, the periods of growth were not abrupt as in the first period.

In 2001, there was 6% growth in virus incidence that increased to 38% in the following year; in 2003, the incidence dropped to 18%, from 766 to 4867 and down to 2241 cases, respectively. The sudden decay has similarities with some physical, economic and biological complex systems that were studied by self-organized criticality (SOC), which is concerned with the patterns of collective behavior for complex

Table 2. Cumulative season distribution of dengue fever cases in city of Feira de Santana between the years 2000 and 2009.

Year	Summer	Fall	Winter	Spring	Total	Percentage
2000	5	134	91	15	245	2
2001	74	350	177	165	766	6
2002	1522	2932	209	204	4867	38
2003	680	1075	347	139	2241	18
2004	66	52	55	33	206	2
2005	32	118	167	110	427	3
2006	80	157	122	74	433	3
2007	222	327	188	108	845	7
2008	45	622	417	66	1150	9
2009	251	1303	0	0	1554	12
Total	2977	7070	1773	914	12734	100
Average	298	707	177	91	1273	

systems.<sup>30</sup> The critical and cyclical phenomena found in the aggregated data may be associated with the subdiffusive coefficients ( $1 < \alpha < 1.5$ ),<sup>29</sup> as shown in Table 1.

Furthermore, the highest dengue incidences were caused by the new serotype introduced in the state in the year of 2002.<sup>3</sup> When water accumulated longer in the fall season, it contributed to an increase in the spread of dengue eggs and *A. aegypti*. The accumulation is assumed to be a result of the slowdown of the heavy summer rains. Moreover, there was also a certain amount of control between 2004 and 2006 because of less records available when compared to the average value of the period.

#### 4. Discussions and Conclusions

In summary, there are two distinct behaviors in the time series, as presented in Fig. 2. For one month, the value of the  $\alpha$  exponent obtained by the DFA method varies between 0.50 and 1.00, indicating that the self-affinity properties and the original time series have persistent long-range correlations, i.e. large values (small) that are likely followed by large amounts (small). For an annual period, the  $\alpha$  exponent varies between 1.00 and 1.50, which characterizes as a nonstationary time series, similar to the behavior of the nonstationary random walks in a subdiffusive process, i.e. the behavior tends to be seasonal, without presenting similar epidemics from year to year.

The self-affine incidence analysis of dengue (i.e. the data reported for infected people) from the 25 municipalities is useful as a forecasting tool by extrapolating the long-range correlation that is observed from the behavior of the scaling exponent ( $\alpha$ ). It allows authorities to take actions to prevent future illness. These actions can promote the minimization of dengue fever cases and predict the hospital demand in these communities. The behavior of dengue fever has a higher predictability in a relatively short time (approximately one month), and the occurrence of infection (the daily incidence) has a long range persistent behavior. For periods of longer than one month, the method only provides the tendency of certain seasonality. However, it is not possible to predict a future epidemic only using DFA with the current information regarding infected people.

#### Acknowledgments

This work received partial financial support from CNPq (Grant Numbers 306571/2011–0, 448303/2014–0, 304454/2014–1, 458549/2014–2), the Coordination of Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) and the National Petroleum Agency (ANP) PRH–55, SENAI-MCTI, FINEP.

#### References

1. I. A. Braga and D. Valle, *Epidemiologia e Serviços de Saude* **16**, 113 (2007).
2. J. G. Rigau-Pérez, G. G. Clark, D. J. Gubler, P. Reiter, E. J. Sanders and A. V. Vorndam, *Lancet* **352**, 971 (1998).

3. Secretaria de Vigilância em Saúde, *Boletim epidemiológico-dengue fever* **43**, 11 (2012).
4. R. Barrera, M. Amador and G. G. Clark, *Am. J. Trop. Med. Hyg.* **74**, 290 (2006).
5. J. Farrar, D. Focks, D. Gubler, R. Barrera, M. G. Guzman, C. Simmons, S. Kalayanarooj, L. Lum, P. J. McCall, L. Lloyd, O. Horstick, R. Dayal-Drager, M. B. Nathan and A. Kroeger, *Trop. Med. Int. Health* **12**, 695 (2007).
6. O. Horstick, S. Runge-Ranzinger, M. B. Nathan and A. Kroeger, *Trans. R. Soc. Trop. Med. Hyg.* **104**, 379 (2010).
7. H. Padmanabha, D. Durham, F. Correa, M. Diuk-Wasser and A. Galvani, *PLoS Negl. Trop. Dis.* **6**, e1799 (2012).
8. S. Pongpan, A. Wisitwong, C. Tawichasri, J. Patumanond and S. Namwongprom, *ISRN Pediatr.* **2013**, 845876 (2013).
9. H. Saba, V. C. Vale, M. A. Moret and J. G. V. Miranda, *BMC Public Health* **14**, 1085 (2014).
10. C.-K. Peng, S. V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H. E. Stanley and A. L. Goldberger, *Phys. Rev. E* **49**, 1685 (1994).
11. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature* (W. H. Freeman and Company, New York, 1983).
12. C.-K. Peng, S. V. Buldyrev, A. L. Goldberger, S. Havlin, F. Sciortino, M. Simons and H. E. Stanley, *Nature* **356**, 168 (1992).
13. A. Bashan, R. Bartsch, J. W. Kantelhardt and S. Havlin, *Physica A* **378**, 5080 (2008).
14. J. W. Kantelhardt, E. Koscielny-Bunde, H. H. A. Rego, S. Havlin and A. Bunde, *Physica A* **295**, 441 (2001).
15. K. Ivanova, M. Auslos, E. E. Clothiaux and T. P. Ackerman, *Europhys. Lett.* **52**, 40 (2000).
16. B. D. Malamud and D. L. Turcotte, *J. Stat. Plan. Infer.* **80**, 173 (1999).
17. M. A. Moret, G. F. Zebende, E. Nogueira Jr. and M. G. Pereira, *Phys. Rev. E* **68**, 041104 (2003).
18. G. F. Zebende, M. G. Pereira, E. Nogueira, M. A. Moret, *Physica A* **349**, 452 (2005).
19. G. F. Zebende, M. V. S. da Silva, A. C. P. Rosa, A. S. Alves, J. C. O. de Jesus and M. A. Moret, *Physica A* **342**, 322 (2004).
20. M. A. Moret, *Phys. Lett. A* **378**, 494 (2014).
21. P. Ch. Ivanov, M. G. Rosenblum, C.-K. Peng, J. Mietus, S. Havlin, H. E. Stanley and A. L. Goldberger, *Nature* **383**, 323 (1996).
22. Z. Siwy, M. Ausloos and K. Ivanova, *Phys. Rev. E* **65**, 031907 (2002).
23. P. H. Figueiredo, M. A. Moret, P. G. Pascutti, E. Nogueira Jr. and S. Coutinho, *Physica A* **389**, 2682 (2010).
24. K. Ivanova and M. Ausloos, *Physica A* **274**, 349 (1999).
25. J. M. Hausdorff, P. L. Purdon, C.-K. Peng, Z. Ladin, J. Y. Wei and A. I. Goldberger, *J. Appl. Physiol.* **80**, 1448 (1996).
26. Y. Liu, P. Cizeau, M. Meyer, C.-K. Peng and H. E. Stanley, *Physica A* **245**, 437 (1997).
27. R. L. Costa and G. L. Vasconcelos, *Physica A* **329**, 231 (2003).
28. H. Zheng, W. Song and J. Wang, *Physica A* **387**, 2091 (2008).
29. C. E. C. Galhardo, T. J. P. Penna, M. Argollo de Menezes and P. P. S. Soares, *New J. Phys.* **11**, 103005 (2009).
30. H. Saba, J. G. V. Miranda and M. A. Moret, *Physica A* **413**, 205 (2014).
31. A. N. S. Filho, G. F. Zebende and M. A. Moret, *Int. J. Mod. Phys. C* **19**, 665 (2008).

### ***3.4 Biologia - Correlação entre incidência dengue, rede de transporte e SOC na Bahia***

A Bahia possui uma extensa área, com  $564.732\text{km}^2$ , maior que a França, área de  $543.965\text{km}^2$ , e muitos outros países. Com seus 417 municípios, três diferentes biomas (mata atlântica, caatinga e serrado), é a quarta população do Brasil com 14.016.906 e extensa malha rodoviária interligando todos os municípios do estado. Torna-se um desafio e tanto, combater a dengue.

Nos estudos da área epidemiológica, o processo descoberta surge da cooperação e integração de diversas iniciativas, compartilhando experiências. Aqui nós demonstramos a presença de correlações entre o fenômeno crítico, rede complexa de transporte rodoviário e os meios físicos de disseminação de ocorrência de casos de dengue no estado da Bahia.





# Relevance of transportation to correlations among criticality, physical means of propagation, and distribution of dengue fever cases in the state of Bahia

Hugo Saba<sup>a,b,\*</sup>, Marcelo A. Moret<sup>a,b,1</sup>, Florisneide R. Barreto<sup>d,1</sup>, Marcio Luis Valença Araújo<sup>b,c,1</sup>, Eduardo Manuel F. Jorge<sup>a,1</sup>, Aloisio S. Nascimento Filho<sup>b,1</sup>, Jose Garcia Vivas Miranda<sup>d,1</sup>

<sup>a</sup> Universidade do Estado da Bahia, IT, Salvador 41150-000, Brazil

<sup>b</sup> Faculdades Senai Cimatec, MCTI, Salvador 41650-010, Brazil

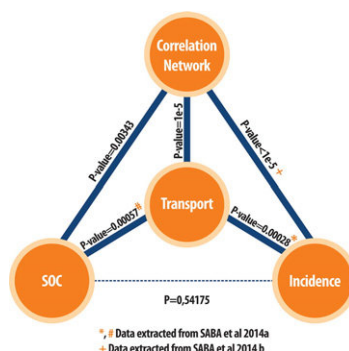
<sup>c</sup> Instituto Federal da Bahia, IT, Salvador 40301-015, Brazil

<sup>d</sup> Universidade Federal da Bahia, IT, Salvador 40110-100, Brazil

## HIGHLIGHTS

- We studied the diffusion of dengue fever disease.
- We discuss nonextensive behaviour of dengue fever.
- We studied the association between dengue fever spread and transportation.

## GRAPHICAL ABSTRACT



## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 30 June 2017

Received in revised form 16 August 2017

Accepted 6 September 2017

Available online 27 October 2017

Editor: D. Barcelo

### Keywords:

Computational model

Correlation network

Dengue

Epidemic disease

## ABSTRACT

Dengue infection is a public health problem with a complex distribution. The physical means of propagation and the dynamics of diffusion of the disease between municipalities need to be analysed to direct efficient public policies to prevent dengue infection. The present study presents correlations of occurrences of reported cases of dengue infection among municipalities, self-organized criticality (SOC), and transportation between areas, identifying the municipalities that play an important role in the diffusion of dengue across the state of Bahia, Brazil. The significant correlation found between the correlation network and the SOC demonstrates that the pattern of intramunicipal diffusion of dengue is coupled to the pattern of synchronisation between the municipalities. Transportation emerges as influential in the dynamics of diffusion of epidemics by acting on the aforementioned variables.

© 2017 Elsevier B.V. All rights reserved.

## 1. Introduction

From the 1990s (Gubler and Meltzer, 1999) to the present (Siriyaatien et al., 2016; Teixeira et al., 2009), dengue has been one of the main re-emerging diseases in the tropics. More than one million

\* Corresponding author at: Universidade do Estado da Bahia, IT, Salvador 41150-000, Brazil.

E-mail addresses: [hugosaba@pq.cnpq.br](mailto:hugosaba@pq.cnpq.br) (H. Saba), [marcioaraujo@ifba.edu.br](mailto:marcioaraujo@ifba.edu.br) (M.L.V. Araújo).

(M.L.V. Araújo).

<sup>1</sup> These authors contributed equally to this work.

cases of dengue infection were reported in Latin American countries in 2002; 17,000 of these cases corresponded to dengue hemorrhagic fever (DHF), and 225 deaths were recorded (Nogueira et al., 2005). In 2012, approximately 2.5 billion people worldwide were at high risk of infection, ranking dengue among the top re-emerging diseases that pose the most serious public health threat (Braga and Valle, 2007). Approximately two-thirds of the world's population is susceptible to dengue infection. Due to the lack of efficacious medications and vaccines, vector control is the single primary intervention resource available. Understanding the dynamics of circulation of the dengue virus and its transmitting agent as well as the interactions between the virus and its hosts is indispensable for the development of epidemiological control strategies (Guo et al., 2010). Among viral epidemic diseases, dengue, a vector-borne infectious disease, has very complex dynamics of transmission. According to estimates by the World Health Organization (WHO), approximately 80 million people are infected annually in many countries, but not in those with a temperate climate that cannot support mosquitoes. Technological advances have provided humankind new possibilities for locomotion. While this fact represents progress in human development, it also represents an increase in the risk of occurrence of epidemics on a wider scale. The development of epidemic models that simulate the dynamics of infectious diseases in evolving societies (i.e., population growth, increasing urbanization, and frequent transit of people using different modes of transport) poses a contemporary challenge. Several studies in the literature (Emmendorfer and Rodrigues, 2001; Holmes, 1997; Guevara-Souza and Vallejo, 2015; Brockmann and Helbing, 2013; Eggo et al., 2011; Flahault and Valleron, 1992; Gautreau et al., 2008; Gomes et al., 2014; Tizzoni et al., 2014) have investigated the dynamics of propagation of epidemics from various perspectives and using different types of models. The state of Bahia, Brazil, has an area of 567,295 km<sup>2</sup> and is divided into 417 municipalities, mainly connected by a land transportation network. Bahia's territorial area is larger than the areas of countries such as France (543,965 km<sup>2</sup>) and Spain (504,030 km<sup>2</sup>). According to the Health Ministry and based on data collected by the National Program for Dengue Control (Programa Nacional de Controle da Dengue - PNCD), among all of the municipalities that comprise the State of Bahia, only 45 (10.79%) are classified as high-priority sites for control actions. Priority is established based on the population and epidemiological characteristics such as capital cities, metropolitan areas, municipalities with  $\geq 50,000$  inhabitants, and municipalities with a high immigration rate (i.e., areas near borders and ports and tourist attraction centres) (BRASIL, 2008). *Aedes aegypti* is present in 99.5% of Bahia's municipalities, and four virus serotypes have been found to circulate in these areas: DENV-1, DENV-2, DENV-3, and DENV-4 (CNT, 2011). The virus circulates across municipalities via 22 federal and 11 state highways, totaling 7368 km and consisting of 165 km of four-lane roads and 7203 km of two-lane roads (CNT, 2011). Considering that the diffusion of dengue is a genuinely complex system, its study might be facilitated by the use of complex network tools and critically self-organized systems. The scientific community is developing models for dengue and other epidemics (Brauer et al., 2001; Souza et al., 2006; Souza et al., 2007; Vieira, 2005). According to Adami (1995), sets of entities with auto-replicating characteristics, such as biological systems, naturally evolve into a self-organized critical state. The behaviour of SOC as a mechanism that characterizes the dynamics of epidemics was described by Rhodes and Anderson (Rhodes et al., 1996), in this study was characterized the dynamic patterns of measles outbreaks in the Faroe Islands in the North Atlantic Ocean. Regarding dengue, SOC behaviors were detected in a time series of cases of dengue infection reported in all 417 Bahia municipalities (Saba et al., 2014a). In the Sharma et al. (2014) study, was carried out on the spread of dengue in order to investigate the influence of different road networks on the spatio-temporal distribution of dengue cases associated with transport sites in Trinidad, West Indies.

The complex networks approach involving correlation networks was first applied in a brain activity study (Eguiluz et al., 2005). In this

study, networks were constructed based on time series of brain activation, in which the brain areas were represented as vertices, and the correlations among them were represented as edges linking the vertices. A similar approach was applied in epidemiological studies; the authors constructed a correlation network between occurrences of reported cases of dengue infection between municipalities in the state of Bahia. The results indicated a significant correlation between the incidence of dengue in each municipality and the degree of connectivity of each county within the correlation network (Saba et al., 2014b). The objective of this study is demonstrates the presence of correlations among the critical phenomenon, complex network, and physical means of propagation in the distribution of the occurrence of cases of dengue infection in the state of Bahia.

## 2. Material and methods

The process of data collection, processing, and analysis are represented in Fig. 1. The process begins with the analysed database, followed by data pre-processing, during which the data were separated and clustered (i.e., filtered). The data were then analysed, and the networks were constructed. Finally, the hypotheses of correlations were evaluated, and thus the results were obtained. A detailed description of each step is present below.

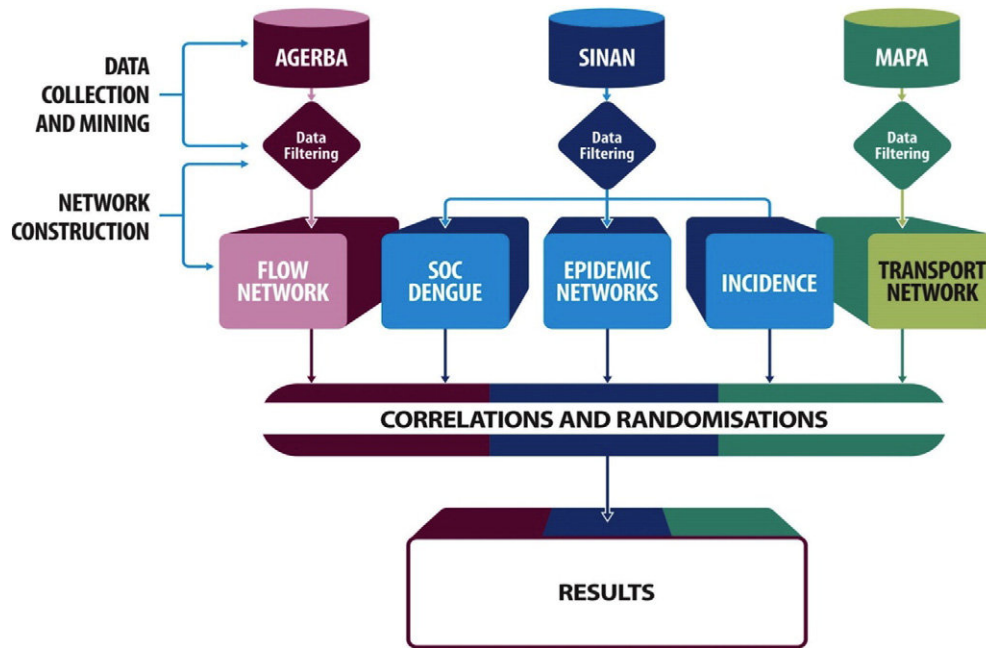
### 2.1. Data collection and mining

About transportation, data were collected on the number of intermunicipal buses for each municipality in the state of Bahia, not considering local lines. The information was collected from the database of the State Agency of Regulation of Public Energy, Transportation, and Communication Services of Bahia (Agência Estadual de Regulação de Serviços Públicos de Energia, Transporte e Comunicações da Bahia - AGERBA) which includes the bus lines in each municipality each day of the week (AGERBA, 2013). The data regarding dengue infection were collected from the records of the National Notifiable Diseases System (Sistema Nacional de Agravos de Notificação - SINAN) and the Health Secretary of the State of Bahia (Secretaria de Saúde do Estado da Bahia - SESAB). All cases of dengue infection reported in the specified period and that met the dengue case definition criteria established by the healthcare services and standardised by the Health Ministry were included in the study. The variables considered included the municipalities in which the cases occurred and the date of notification. We recall that all data used in this paper are public and can be obtained from AGERBA and SINAN websites. Daily occurrences of dengue cases in all 417 municipalities of Bahia from January 1, 2000 to April 26, 2009 were considered. The number of occurrences totalled 353,022 cases. The road maps of Bahia (MAPA) were analysed, and a survey of the federal and state highways interconnecting the state municipalities was performed.

The method used in the present study consisted of assessing correlations among municipalities with respect to three types of networks: the transportation network of Bahia, a transport flow network, and Pearson's correlation networks.

### 2.2. Transportation network of Bahia

The federal and state highways that interconnect the municipalities of Bahia were surveyed based on an analysis of the state road maps. In the construction of the state transportation network, each of the 417 municipalities was represented by a vertex (i.e., node), and the stretches of federal and state highways interconnecting the counties were represented by edges joining one vertex to the others. All 22 federal and 11 state highways across Bahia were considered, totalling 7368 km and consisting of 165 km of four-lane roads and 7203 km of two-lane roads. Towns and districts were not considered nodes



**Fig. 1.** Study flowchart. Agência Estadual de Regulação de Serviços Públicos de Energia, Transporte e Comunicações da Bahia - AGERBA, Sistema Nacional de Agravos de Notificação - SINAN and Mapa Rodoviário da Bahia - MAPA.

(i.e., vertices) because dengue cases, the focus of the present study, are recorded by the municipal health secretaries (Saba et al., 2008).

**2.3. Transport flow network**

In the construction of this network, the nodes represented municipalities, and the edges represented the availability of intermunicipal lines between any two municipalities. The node degree was defined based on the number of intermunicipal buses in each municipality.

**2.4. Pearson's correlation networks of dengue infection**

Pearson's correlation networks were constructed to examine the diffusion dynamics of the disease (Eguiluz et al., 2005; Abe and Suzuki, 2004). In the present study, we applied the methods formulated by Saba et al. (2014a) to the construction of dengue correlation networks (DCN) formalised within the context of a time-varying graph (TVG). According to Saba et al. (2014a), the DCN nodes represent municipalities, while the edges are defined based on a presence function  $F(C_{i,j}, t)$ , formally defined as:

$$F(C_{ij}, t) = \begin{cases} 1, & \text{if } c_{ij}(t) \geq \bar{c} \\ 0, & \text{if } c_{ij}(t) < \bar{c} \end{cases} \{ \forall t \in T, \forall c_{ij} \in C \} \quad (1)$$

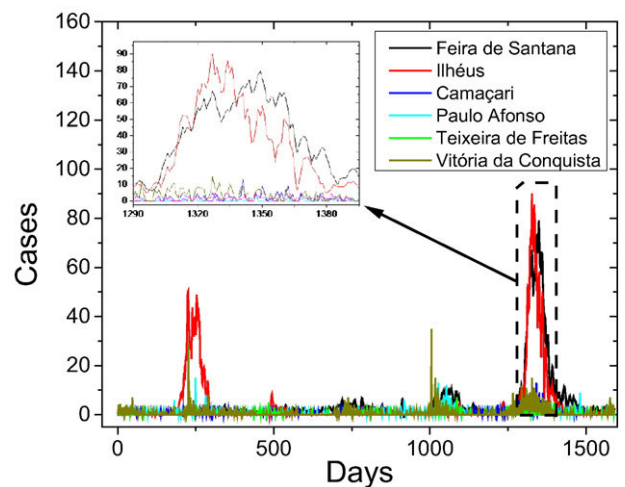
where  $c_{ij}(t)$  represents the correlation between dengue cases in municipalities  $i$  and  $j$  at time  $t$ . This definition implies that any two municipalities are only connected within the network when the measured correlation  $c_{i,j}(t)$  reaches a sufficient level ( $\geq \bar{c}$ ). In the present study, for the sake of simplicity,  $\bar{c}$  was considered a constant over time, and no loss of generality was found. A collapsed network of each TVG was constructed. A collapsed network consists of the integration of the full set of TVG networks in one single weighted network. The weights of the edges in a collapsed network represent the number of times an edge occurred over the investigated period of time. Thus, collapsed networks allow the assessment of pairs of nodes that are highly correlated over time. The weights of the edges in a collapsed network are formally defined by the following equation:

$$C_{ij} = \sum_{t=1}^T F(C_{i,j}, t) \quad (2)$$

where,  $c_{i,j}$  represents the weight of the edge in a collapsed network joining nodes  $i$  and  $j$ , and  $T$  represents the total period of analysis of the TVG.

**3. Results**

An analysis of all dengue cases reported from January 2000 to April 2009 suggest correlations among different municipalities, as illustrated in the example in Fig. 2 between municipalities Feira de Santana and Ilhéus. The peak occurrence in the municipalities, shown in Fig. 2, resulted in a heterogeneous distribution of the peaks over time, producing an asynchronous and time variable behaviour. As a result, the number of days in which no case of infection was reported was much smaller in the entire state of Bahia than for each individual municipality. This continuity in the occurrence of cases at the state level might be accounted for by migration between municipalities. This hypothesis was tested by an analysis of the correlation among the following variables: transportation network degree, correlation network degree, criticality exponents, and the incidence of dengue.



**Fig. 2.** Occurrences per day in six typical dengue time series in municipalities of Bahia, 2005 to 2009.

The results of the present study are described in four separate sections. In the first section, we discuss the correlation between the degree of the correlation network of cases of dengue (Saba et al., 2014b) and the criticality exponents (i.e., gamma) (Saba et al., 2014a). In the second section, we tested the hypothesis that migration between municipalities, represented by the transportation network, accounts for the correlation of cases between municipalities. The third section addresses the correlation between the criticality exponents (i.e., gamma) (Saba et al., 2014a) and incidence. Finally, the fourth section presents a general view of the correlations analysed in the present study.

### 3.1. Correlation between the degree of the correlation network of cases of dengue among municipalities of Bahia and the criticality exponents (SOC)

Using Spearman's correlation, after 100,000 randomisations, the  $p$ -value was 0.00343, which indicates that the correlation was greater than or equal to the original correlation in only 0.343% of the set of randomisations. These findings are shown in Fig. 3 and indicate a significant correlation between the variables incidence and degree of network correlation in Bahia municipalities.

### 3.2. Number of weekly intermunicipal buses versus the degree of the correlation network

The study by Saba et al. (2014a) described the correlation between a land transportation network and reported cases of dengue in the state of Bahia. To achieve a more accurate representation of the flow of individuals among municipalities in the present study, the degree of the transportation network was replaced by the number of buses that circulate in each municipality per week. The correlation relative to 100,000 randomisations produced a  $p$ -value of  $1e-5$ , which indicates that the correlation was greater than or equal to the original correlation in only 0.001% of the set of randomisations (Fig. 4).

### 3.3. Criticality exponents versus incidence

A significant correlation was not found between the criticality exponents and disease incidence. A randomisation test was applied, which resulted in a  $p$ -value of 0.54175, i.e., the correlation was greater than or equal to the original correlation in 54.17% of the cases.

### 3.4. General view of the correlations

Fig. 5 provides a general summary of the results of the present and previous studies. Significant correlations were found among the variables associated with transportation, the correlation network, and the

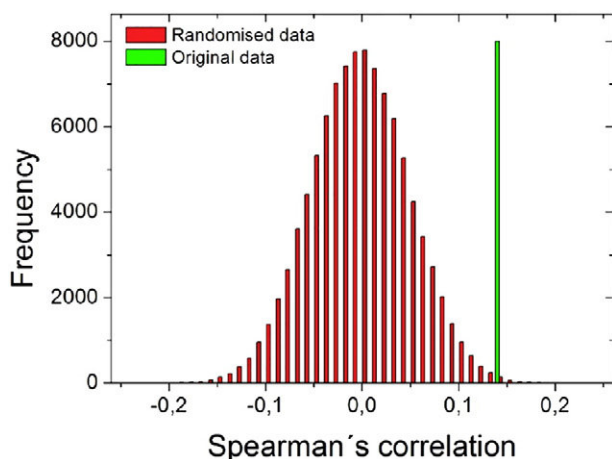


Fig. 3. Randomisation of the relationship between the degree of the correlation network and criticality exponents.

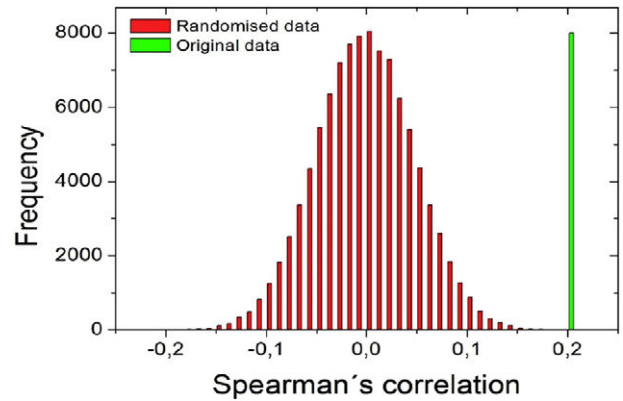


Fig. 4. Randomisation of the relationship between the number of intermunicipal buses per week and the degree of the correlation network.

SOC. However, the disease incidence exhibited a significant association with the variables transportation and correlation network.

Fig. 6 shows the combination of correlation, transportation and incidence for the eleven highest degree in correlation network. This combination highlights the municipalities (georeferenced) with the highest risk of dengue spread, since municipalities with a high degree of correlation imply a greater influence on the correlation network, and municipalities with a greater incidence are related with an internal dynamic that foment the onset of the disease.

## 4. Discussion

The present study assessed the mechanisms of diffusion of dengue based on the results of two general techniques: correlation networks and SOC. These techniques have different scales. The results of SOC represent the diffusion dynamics of dengue at the municipality level (i.e., intramunicipal), and the results of the correlation network reflect the diffusion dynamics at the intermunicipal level. The central hypothesis was that intermunicipal transportation is the main mechanism of diffusion of dengue epidemics. The summary of the results depicted in Fig. 5 confirms this hypothesis, thus indicating that transportation is a relevant physical means for the diffusion of dengue. The correlation between the number of intermunicipal bus lines in the transportation network and the criticality exponents (according to the SOC) demonstrates the presence of a relationship between the flow of people into/out of a given municipality and the pattern of diffusion of the disease in that municipality. A possible explanation for this correlation is the occurrence of a break in the municipality isolation, allowing for the arrival of new cases in the course of the diffusion of the disease. The lack of a significant correlation between the SOC and disease incidence indicates that the latter factor does not influence the pattern of diffusion of the disease within a municipality, thus reinforcing the central role of transportation in the diffusion of dengue at the intramunicipal level. The correlation network of dengue among counties exhibited a significant correlation with the transportation network, which indicates that at the intermunicipal level, an increase in the number of bus lines increases the synchronisation between the occurrences of reported cases of disease in the municipalities, i.e., transportation enables intermunicipal contamination. The significant correlation between the correlation network and the SOC demonstrates that the dengue diffusion inside a municipality is coupled to the pattern of synchronisation between municipalities.

## 5. Conclusions

In summary, these discussions suggest that Transportation is influential in the dynamics of diffusion of epidemics and affects the other variables. According to the correlations of reported cases of dengue



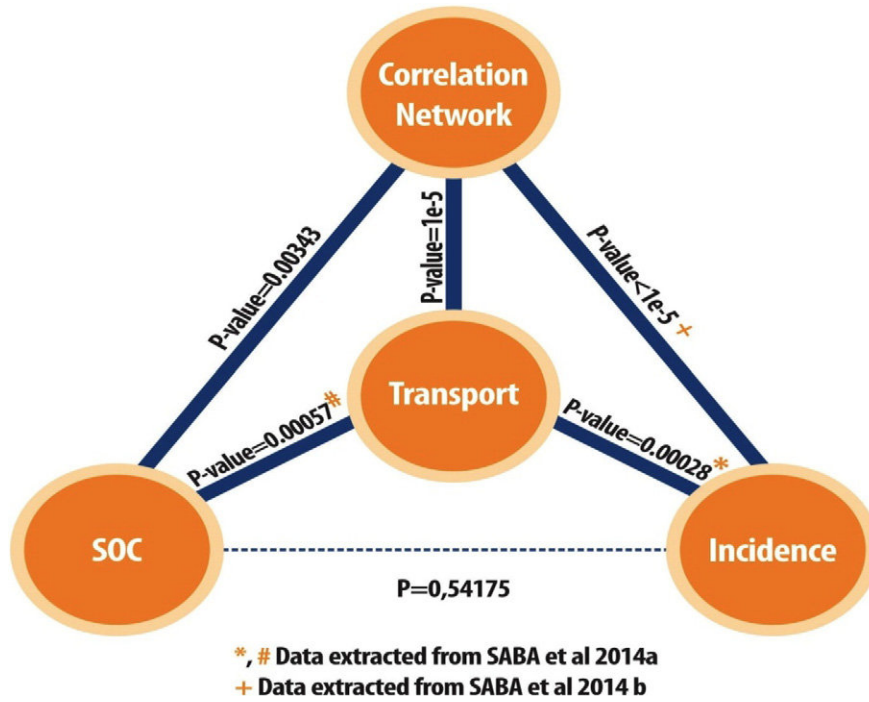


Fig. 5. Correlation network of the results.

among municipalities in the state of Bahia, transportation and SOC might contribute to the development of more efficient strategies for the prevention of dengue. The joint consideration of the connectivity

within the correlation network, data on transportation, and the criticality exponents demonstrates the relevance of each individual municipality in the dynamics of the diffusion of dengue in the state of Bahia.

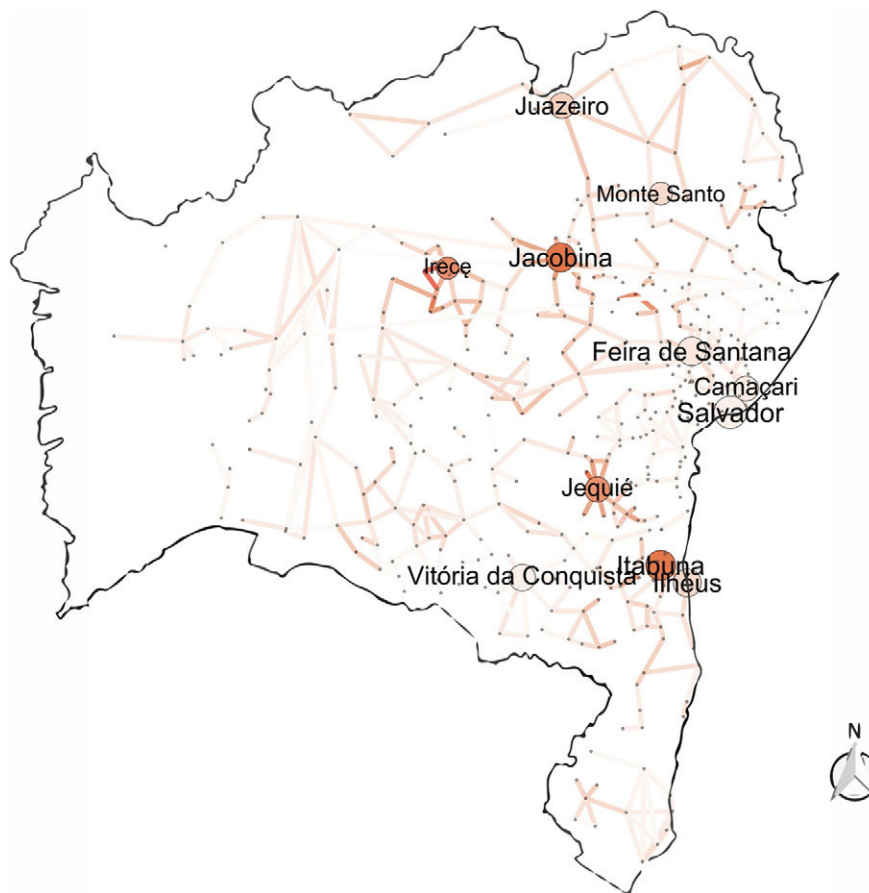


Fig. 6. Transport network showing the eleven-highest municipalities in correlation degree. Colors represent dengue incidence range, from white = 0 incidence to red = maximum incidence. Edges colors are the mean color from adjacent nodes.

## Acknowledgements

This work received financial support from National Counsel of Technological and Scientific Development - CNPq (grant numbers 458549/2014-2, 448303/2014-0, 304454/2014-1 and 310133/2016-5).

## Author contributions statement

These authors contributed equally to this work. All authors reviewed the manuscript.

## Accession codes

Not applicable.

## Competing financial interests

The authors declare that they have no financial interests.

## References

- Abe, S., Suzuki, N., 2004. Scale-free network of earthquakes. *EPL (Europhysics Lett.)* 65, 581.
- Adami, C., 1995. Self-organized criticality in living systems. *Phys. Lett. A* 203, 29–32.
- AGERBA, 2013. Agerba; localidades atendidas por linhas. URL <http://www.agerba.ba.gov.br/transporte/localidadelinha.asp>.
- Braga, I.A., Valle, D., 2007. *Aedes aegypti*: historico do controle no brasil [*Aedes aegypti*: history of control in Brazil]. *Epidemiol. e servic. os de saude* 16, 113–118.
- BRASIL, 2008. Ministerio da saude; doencas infecciosas e parasitarias [infectious and parasitic diseases]. URL <http://portal.saude.gov.br/portal/arquivos>.
- Brauer, F., Castillo-Chavez, C., Castillo-Chavez, C., 2001. *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*. Vol. 40. Springer, New York.
- Brockmann, D., Helbing, D., 2013. The hidden geometry of complex, network-driven contagion phenomena. *Science* 342, 1337–1342.
- CNT, 2011. National transport company; search cnt road. URL <http://pesquisarodovias.cnt.org.br/Paginas/Edicao-011> (accessed in 2011).
- Eggo, R.M., Cauchemez, S., Ferguson, N.M., 2011. Spatial dynamics of the 1918 influenza pandemic in England, Wales and the United States. *J. R. Soc. Interface* 8, 233–243.
- Eguiluz, V.M., Chialvo, D.R., Cecchi, G.A., Baliki, M., Apkarian, A.V., 2005. Scale-free brain functional networks. *Phys. Rev. Lett.* 94, 018102.
- Emmendorfer, L.R., Rodrigues, L.A.D., 2001. Um modelo de automatos celulares para o espalhamento geografico de epidemias [a cellular automaton model for geographic spread of epidemics]. *Tendencia em Matematica Apl. e Comput.* 2, 73–80.
- Flahault, A., Valleron, A.-J., 1992. A method for assessing the global spread of hiv-1 infection based on air travel. *Math. Popul. Stud.* 3, 161–171.
- Gautreau, A., Barrat, A., Barthelemy, M., 2008. Global disease spread: statistics and estimation of arrival times. *J. Theor. Biol.* 251, 509–522.
- Gomes, M.F.C., et al., 2014. Assessing the international spreading risk associated with the 2014 West African ebola outbreak. *PLOS Curr. Outbreaks*.
- Gubler, D.J., Meltzer, M., 1999. Impact of dengue/dengue hemorrhagic fever on the developing world. *Adv. Virus Res.* 53, 35–70.
- Guevara-Souza, M., Vallejo, E.E., 2015. A computer simulation model of wolbachia invasion for disease vector population modification. *BMC Bioinforma.* 16, 1.
- Guo, X., et al., 2010. Response of the mosquito protein interaction network to dengue infection. *BMC Genomics* 11, 1.
- Holmes, E.E., 1997. Basic epidemiological concepts in a spatial context. *Spatial Ecology: Role Space Population Dynamics Interspecific Interactions*. Princet. Univ. Press, Princeton, NJ, pp. 111–136.
- Nogueira, R.M.R., et al., 2005. Dengue virus type 3, Brazil, 2002. *Emerg. Infect. Dis.* 11 (1376).
- Rhodes, C.J., Anderson, R.M., et al., 1996. Power laws governing epidemics in isolated populations. *Natural* 381, 600–602.
- Saba, H., de Oliveira, M.A., Miranda, J.G.V., 2008. Modelo computacional para auxilio no combate a epidemias com base em redes sociais [social network-based computational model to aid in the fight against epidemics]. *WIVA-2008* 1, 10.
- Saba, H., Miranda, J.G.V., Moret, M.A., 2014a. Self-organized critical phenomenon as a q-exponential decay? *Avalanche epidemiology of dengue*. *Phys. A: Stat. Mech. its Appl.* 413, 205–211.
- Saba, H., Vale, V.C., Moret, M.A., Miranda, J.G.V., 2014b. Spatio-temporal correlation networks of dengue in the state of bahia. *BMC Public Health* 14, 1085.
- Sharma, K., Mahabir, R.S., Curtin, K.M., Sutherland, J.M., Agard, J.B., Chadee, D.D., 2014. Exploratory space-time analysis of dengue incidence in Trinidad: A retrospective study using travel hubs as dispersal points, 1998–2004. *Parasites Vectors* 7 341 11pp.
- Siriyasatien, P., Phumee, A., Ongruk, P., Jampachaisri, K., Kesorn, K., 2016. Analysis of significant factors for dengue fever incidence prediction. *BMC Bioinforma.* 17, 1.
- Souza, I.C.A., Furtado, P.C.H., Bezerra, I.S., Moraes, R.M., 2006. Explorando modelos estatisticos de relacoes entre variaveis climaticas, vetores alados e incidencia do dengue [exploiting statistical models of relationships between climate variables, winged vectors and incidence of dengue]. *Proc. of Environmental and Health World Congress 2006*, pp. 230–233.
- Souza, I.C.A.D., Vianna, R.P.D.T., Moraes, R.M.D., 2007. Modelagem da incidencia do dengue na paraíba, brasil, por modelos de defasagem distribuída [dengue incidence modeling in paraiba by distributed lag models]. *Cad. saude publica* 23, 2623–2630.
- Teixeira, M.G., Boischio, A., Costa, M.D.C.N., 2009. Ecosystem approaches to controlling of vector-borne diseases: dengue and chagas disease. *Cadernos de Saude Publica* 25, S4.
- Tizzoni, M., et al., 2014. On the use of human mobility proxies for modeling epidemics. *PLoS Comput. Biol.* 10, e1003716.
- Vieira, I.T., 2005. *Small World Network Models of the Dynamics of HIV Infection*. Ph.D. thesis. University of Southampton.

### ***3.5 Biologia - arranjos econômicos de incidência de dengue na Bahia***

Movimentos demográficos motivados por questões econômicas podem ser importantes no estudo do problema da dengue, uma vez que os padrões espaciais possuem, à primeira vista, potenciais de impactar no aumento ou redução de infecções virais como a dengue. Em regiões onde o progresso é notável esperam-se populações mais saudáveis do que em regiões pobres, devido à disponibilidades de acesso a mais equipamentos (limpeza urbana, saneamento básico, educação entre outros) .

Este experimento testa a hipótese de que características econômicas regionais possam afetar a propagação de uma doença como a dengue, no estado da Bahia. Mas concretamente, o próximo estudo verifica se arranjos econômicos regionais do estado são capazes de produzir resultados diferentes, quando comparados entre si.



Contents lists available at ScienceDirect

Physica A

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/physa](http://www.elsevier.com/locate/physa)

# Self-affinity and self-organized criticality applied to the relationship between the economic arrangements and the dengue fever spread in Bahia

A.S. Nascimento Filho<sup>a,\*</sup>, M.L.V. Araújo<sup>a,b</sup>, J.G.V. Miranda<sup>d</sup>, T.B. Murari<sup>a</sup>,  
H. Saba<sup>c</sup>, M.A. Moret<sup>a,d</sup>

<sup>a</sup> SENAI – CIMATEC – Salvador, Bahia, Brazil

<sup>b</sup> Instituto Federal de Bahia – Salvador, BA, Brazil

<sup>c</sup> Universidade do Estado da Bahia, Salvador, BA, Brazil

<sup>d</sup> Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA, Brazil

## HIGHLIGHTS

- We studied dengue fever spread in the economic regions of Bahia-Brazil.
- We studied self-affinity in a disease diffusion process.
- We compare the spread disease for different regional arrangements.
- We finding two self-affinity behavior in the time series.
- We suggest that dengue fever behavior follow a complex adaptive system.

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 18 September 2017

Received in revised form 9 March 2018

Available online 20 March 2018

### Keywords:

Dengue fever

Self-affinity process

Self-organized criticality

## ABSTRACT

In this paper, we evaluate whether the diffusion of the dengue fever can be explained by differences among regional economies. We evaluate the dengue fever self-affinity behavior and self-organized critical behavior within the fifteen economic regions of State of Bahia, Brazil, between 2000 and 2009. The results showed two distinct behaviors for long-range correlation scaling: persistent for a month and subdiffusive for one year, according to DFA method. Furthermore, the dengue fever distribution presented power law behaviors for these data sets, according to SOC analysis. In this study, we concluded that this disease was not influenced by economic aspects or regional arrangement, and also suggest that the disease's vector (*Aedes aegypti* mosquito) has adapted to all the economic regions.

© 2018 Elsevier B.V. All rights reserved.

## 1. Introduction

The dengue fever is a systemic viral infection transmitted among humans by the bite of the *Aedes aegypti* [1]. It is the most common and widespread arbovirus in the world and especially highlighted among reemerging diseases [1,2]. The substantial vector control efforts have not stopped the rapid emergence and global spread of dengue fever; thereby, it has become an international public health problem, according to the World Health Organization (WHO) [2–4]. Brazil is one of the countries that compose the world's dengue fever risk area. In the State of Bahia-Brazil, the overall number increased from 160 cases per

\* Corresponding author.

E-mail address: [aloisio.nascimento@gmail.com](mailto:aloisio.nascimento@gmail.com) (A.S.N. Filho).



**Table 1**  
Dengue fever record per economic regions in Bahia-Brazil between year 2000 and 2009.

Id	Symbol	Economic region	Quantity of cities	Cases
1	RMS	Região Metropolitana de Salvador	10	57,394
2	LTN	Litoral Norte	20	5658
3	NDE	Nordeste	46	32,942
4	PIE	Piemonte da Diamantina	24	24,812
5	PGU	Paraguaçu	42	36,821
6	REC	Recôncavo	33	10,444
7	LTS	Litoral Sul	53	57,645
8	EXS	Extremo Sul	21	14,196
9	SDE	Sudoeste	39	36,703
10	SGE	Serra Geral	29	10,609
11	CHP	Chapada Diamantina	33	8594
12	IRC	Irecê	19	26,567
13	BMF	Baixo Médio São Francisco	9	14,678
14	MSF	Médio São Francisco	16	4914
15	OST	Oeste	23	8676
	Total		417	350,653

100 thousand inhabitants in 2011 to 200.9 cases per 100 thousand inhabitants in 2012 [5]. Moreover, the silent transmission of dengue infections has been recognized, due the atypically symptomatic, even asymptomatic, in this way it is likely this disease can spread silently and remain in a community or region without being noticed [6].

The paradigm of complexity originates from studies in a wide range of physical, biological, and social phenomena, including diffusion problems and epidemiological spread [7]. Thus, increasing the understanding of how dengue fever spreads is mandatory going forward, the search must focus on discovering new ways of combating this disease, as proposed by [8] that assessed the spatial and temporal pattern of dengue incidence for two cities in Taiwan; in [9,7,10,11], where they verified the roles of transportation among cities in the dengue spread; in Ref. [12] the self affinity applied in multi-scale analysis; in Ref. [13], they measured the existence of a spatial correlation among socioeconomic, demographic and environmental variables in the incidence of dengue; in [14], they found that the incidence was strongly associated with the percentages of shop-houses, brick-made houses and houses with poor garbage disposal. Thereby, if the spatial and temporal factors for dengue cases clustering were better understood, we could prevent and control the transmission of dengue virus more efficiently [8,7].

The relationship between health and wealth seems to be well established, in such a way that, normally, wealthy areas or regions tend to have healthier populations than poor counterparts. At first glance that rule should be applicable for majorities of diseases, including dengue fever, once that one depends just on collective efforts (e.g., coalition, education, communication, and sanitary conditions) to stop or minimize the risks of an outbreak. Thus, the aim of this study is to evaluate the occurrence of symmetries and correlations patterns for dengue cases in 417 cities in Bahia, Brazil, organized in fifteen economic regions, between 2000 and 2009. In addition, we verified whether the hypothesis of economic and social arrangement significantly influences the spread of dengue.

## 2. Materials and methods

In this section are presented the sets of data, climatic variables, the description of the scaling detrended fluctuation analysis method and the definition of the self organized criticality.

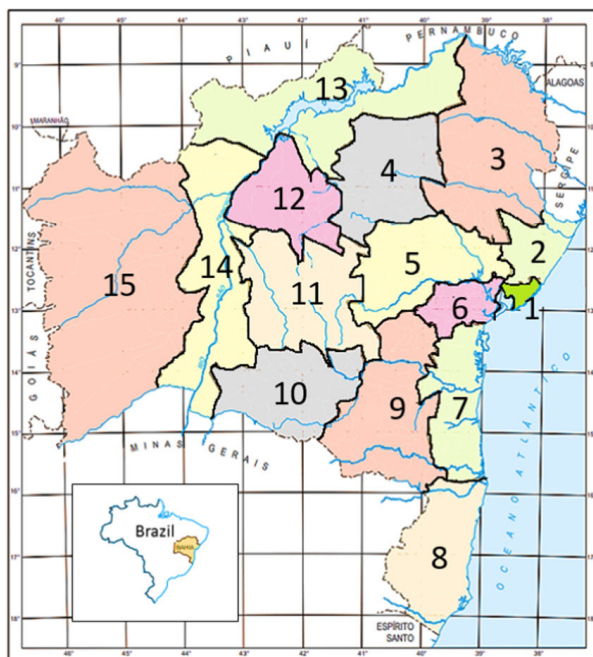
### 2.1. Data

The first step of this work was to collect the daily records of dengue fever cases in Bahia's cities between 2000 and 2009. The collected data is available at the Brazilian Diseases Notification System databases from the Brazilian health ministry. Additionally, these data were organized by clusters in the economic regions [15]. Table 1 shows the record of dengue fever cases per economic region. In Fig. 1 is shown the map of Bahia (total area 564.732 km<sup>2</sup>), with 417 cities and their economic region identifications (Id). The sample of original time series of dengue fever daily cases is shown in Fig. 2, where their shapes suggest cycles of periodic outbreaks of dengue fever cases.

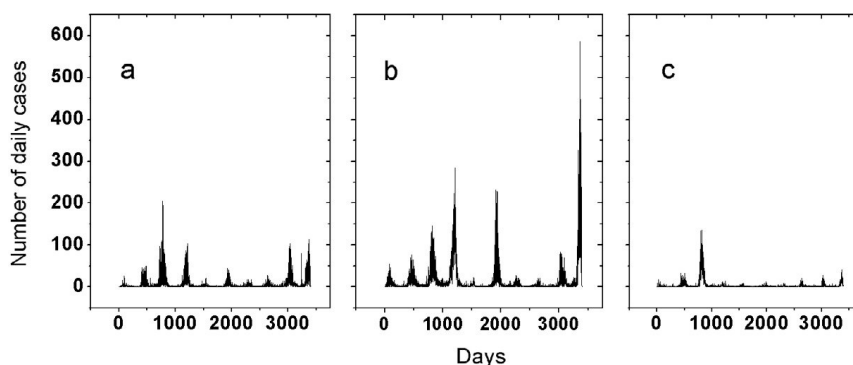
### 2.2. Climatic features

The climatic approach is normally associated with dengue fever problems. According to [1], high levels of precipitation and temperature suitability for dengue transmission are strongly associated with elevated dengue risk.

There are 29 meteorological stations in State of Bahia. It is a low number of stations, covering less than 7% of the its municipalities, that are not able to reach the economic region studied. This lack of data makes it difficult to analyze large areas in this region.



**Fig. 1.** Map of Bahia-Brazil (inset), economic regions division. The economic regions arrangement are characterized by diversities, e.g., in 1(RMS)- there is a petrochemical cluster and automotive pole; in 7(LTS), 8(EXS) and 11(CHP) adventure and ecological tourism; in 13(BMF)- fruit-culture and wine industry and; 15(OST)- agribusiness [15].



**Fig. 2.** Original time series of dengue fever daily cases from (a) PIE, (b) LTS and (c) REC.

It was collected daily precipitation measurements (mm) from fifteen meteorological stations inside the economic regions, between 2000 and 2008, as showed in Table 2. We decided do not use 2009 information because there is a lack of measurements on the data set. These data were provided by Meteorological Database for Teaching and Research (BDMEP) [16].

In Fig. 3, we organize the average precipitation by season and meteorological station. As we can see, the average result does not exceed 10 mm for any season of the year. Bahia is located in a Brazilian region that presents low precipitation when compared to the rest of the country. The annual total precipitation measured between 1976 and 2009 was mostly less than 1000 mm, according to U.S. department of commerce, through Physical Science Division at NOAA [17].

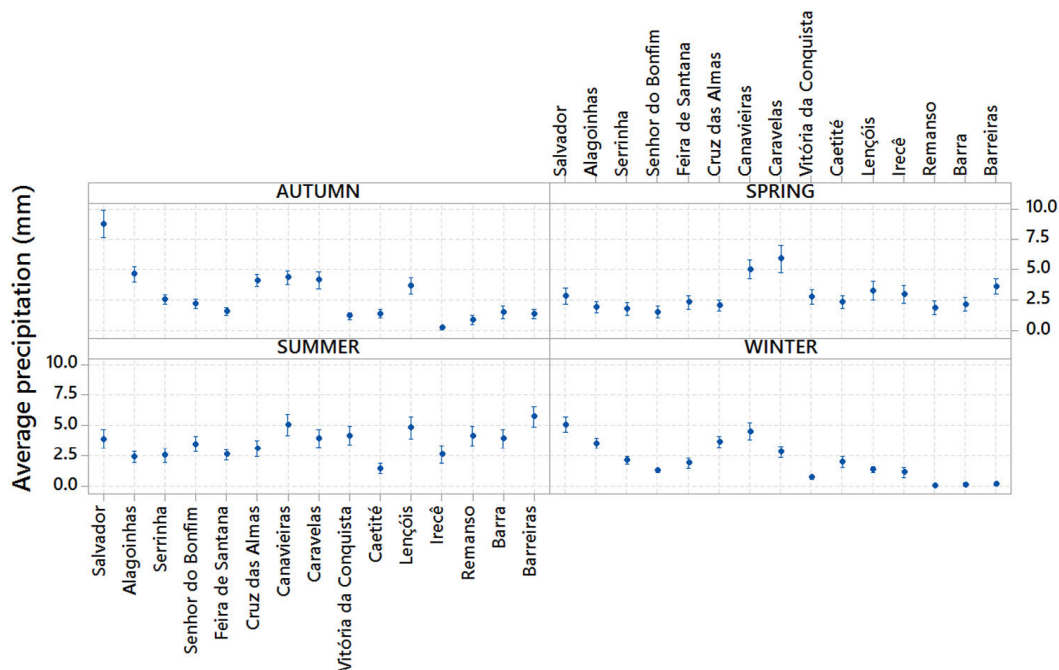
### 2.3. Detrended fluctuation analysis method

The Detrended Fluctuation Analysis method (DFA) [18] was used to assess the self-affinity properties of dengue fever cases. The DFA method avoid false detection of correlations that are artifacts of non-stationary time series and it has been applied to time series analyses in many areas, including the following: cloud structure analysis [19,20], fluctuation analyses of astrophysical systems [21], sunspot [22], protein energy [23], field of seismology [24,25], transport systems [26], efficiency in combustion processes [27], fluid dynamics [28], ion channel [29], finances [30], and blood pressure [31]. The following steps are used for the DFA method:

**Table 2**

The average precipitation by meteorological station for fifteen meteorological stations inside the economic regions between 2000 and 2008. The average precipitation is very low for all cities.

Station name (city)	Coordinates	Econ.Region	Average precipitation (mm)
Salvador	−12.974606, −38.511435	RMS	5.13
Alagoinhas	−12.137584, −38.424553	LTN	3.10
Serrinha	−11.657489, −39.006739	NDE	2.21
Senhor do Bonfim	−10.461947, −40.191283	PIE	2.08
Feira de Santana	−12.259114, −38.956272	PGU	2.05
Cruz das Almas	−12.673997, −39.102709	REC	3.20
Canavieiras	−15.672663, −38.954121	LTS	4.71
Caravelas	−17.733878, −39.265700	EXS	4.16
Vitória da Conquista	−14.849327, −40.837372	SDE	2.17
Caeté	−14.068791, −42.484159	SGE	1.75
Lençóis	−12.563700, −41.391978	CHP	3.23
Irecê	−11.302874, −41.857971	IRC	1.70
Remanso	−9.625357, −42.080921	BMF	1.68
Barra	−11.091831, −43.144915	MSF	1.88
Barreiras	−12.148781, −44.993107	OST	2.68



**Fig. 3.** The average precipitation by season and meteorological station for fifteen meteorological stations inside the economic regions between 2000 and 2008.

Consider an original time series  $r_i$ , where  $r_i$  is the number of cases of dengue fever at the  $i$ th day, with  $i = 1, \dots, N$ , and  $N$  is the total number of days registered. The time series  $r_i$  is integrated to obtain

$$y(k) = \sum_{i=1}^k [r_i - \langle r \rangle], \quad (1)$$

where  $\langle r \rangle$  is the average value of  $r_i$ . The integrated signal  $y(k)$  is divided into non-overlapping boxes of equal length  $n$ ; and for each  $n$  – size box,  $y(k)$  is fitted using a polynomial function, which represents the trend in the box. The coordinate of the fitting line in each box is denoted by  $y_n(k)$  because a polynomial fitting of degree 1 is used and the algorithm DFA-I is denoted; the integrated signal  $y(k)$  is detrended by subtracting the local trend  $y_n(k)$  within each box (of length  $n$ );

For a given  $n$  – size box, the root-mean-square fluctuation,  $F(n)$ , for the integrated and detrended signal is given as

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2}, \quad (2)$$

The above computation is repeated for a broad range of scales ( $n$  – sizedbox) to provide a relationship between  $F(n)$  and the box size  $n$ .

**Table 3**

Results of  $\alpha$  exponent for fifteen economic regions, for one month and one year and power law  $\gamma$  distribution of dengue fever for each economic region. The  $\sigma$  represent the error of these results.

Symbol	DFA results				SOC results	
	$\alpha_{month}$	$\sigma_{month}$	$\alpha_{year}$	$\sigma_{year}$	$\gamma$	$\sigma$
RMS	1.01	0.08	1.36	0.07	-1.99	0.10
LTN	0.75	0.09	1.32	0.06	-1.89	0.11
NDE	0.68	0.03	1.40	0.04	-1.71	0.08
PIE	0.65	0.04	1.37	0.05	-1.72	0.07
PGU	0.73	0.07	1.29	0.04	-1.88	0.08
REC	0.76	0.09	1.41	0.05	-1.61	0.09
LTS	0.77	0.08	1.25	0.07	-1.77	0.09
EXS	0.66	0.04	1.21	0.06	-1.80	0.07
SDE	0.78	0.06	1.32	0.12	-1.72	0.09
SGE	0.70	0.03	1.36	0.05	-1.64	0.08
CHP	0.78	0.05	1.11	0.05	-1.82	0.07
IRC	0.68	0.07	1.37	0.06	-1.52	0.06
BMF	0.92	0.07	1.22	0.05	-1.72	0.09
MSF	0.66	0.04	1.13	0.03	-1.83	0.10
OST	0.81	0.03	1.11	0.04	-1.79	0.07

The scaling exponent  $\alpha$  is defined whenever such a relationship is characterized by power law  $F(n) \sim n^\alpha$ . Therefore, the scaling exponent  $\alpha$  is a self-affine parameter expressing the long-range power-law correlation properties.

Moreover, the scaling exponent  $\alpha$  allows the assessment of how the long-range correlation influences the future behavior. The  $\alpha$  exponent is classified as follows [27,28,22,31,32]:

1.  $0.00 < \alpha < 0.50$  - anti-persistent signal;
2.  $\alpha = 0.50$  - white noise with no memory;
3.  $0.50 < \alpha < 1.00$  - persistent signal;
4.  $\alpha = 1.00$  - the time series shows a noise type  $1/f$ ;
5.  $1.00 < \alpha < 1.50$ , - subdiffusive process.

#### 2.4. Self organized criticality

In the late 1980 Bak, Tang, and Wiesenfeld [33] introduced a sandpile model, in order to describe the so-called self organized critical (SOC) phenomena, where throughout a numerical simulation in geology of a dynamical system that imitated avalanches [34]. The authors suggested that there is a class of systems in nature that go into critical state throughout their own dynamic evolution, as an extension of fractal geometries to thermodynamic systems in the vicinities of instabilities [34,35].

For [34] a remarkable feature of their model is the ever-amplifying, self adjusting activation processes at all length and time scales, where the simplest model can capture the characteristics of a vast class of spatial and temporal evolution processes. The SOC approach is a critical state of a nonlinear energy dissipation system that is slowly and continuously driven toward a critical value of a system-wide instability threshold, producing scale-free, fractal diffusive, and intermittent avalanches with power law distributions [36].

### 3. Results

#### 3.1. The power law analysis

In addition, the power law was obtained from dengue fever incidences frequency days as a function of the number of days into all economic regions, see Table 3. The power law behavior occurs in several complex systems related to many scientific fields and has significant consequences for understanding natural phenomena. Fig. 4 shows the distribution of dengue fever incidence frequency as function of number of dengue fever cases in a day. Piemonte da Diamantina (PIE) curve's shape suggests a behavior similar to the one observed in objects that follow a self organized criticality (SOC) [33,37].

The result of SOC analysis indicates that for small number of cases, an elevated frequency of days is observed, and the number of days with elevated number of cases are rare. This non exponential decreasing in the frequency of number of cases per day, suggests a correlated dynamic of its elements, typical of self-organized systems [33,37]. As example the log-log distribution observed to PIE presents Pearson's correlation coefficient  $R = -0.97$ ,  $Fvalue = 562.35$  and  $Prob > F \rightarrow 0$ . Moreover, the dynamics underlying this type of distribution are equivalent to high cooperative evolutionary activities [38]. In the case of dengue fever, we hypothesized that the different characteristics of economic regions could alter the dynamics of disease diffusion in the epidemic process.

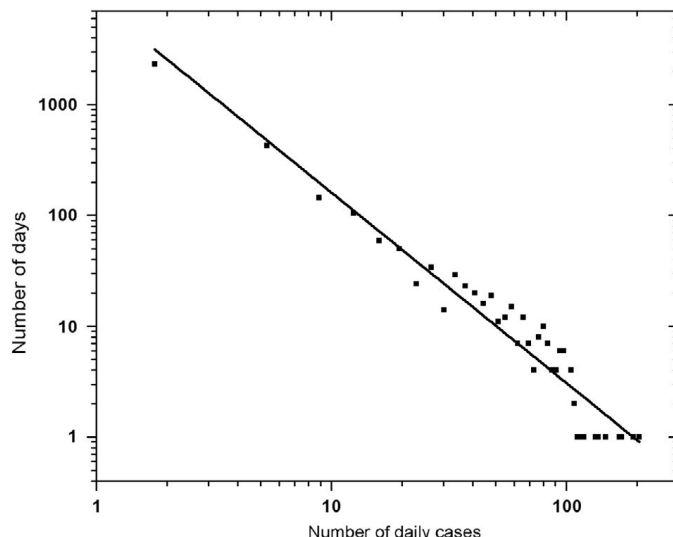


Fig. 4. Dengue fever daily incidence frequency in the economic region of Piemonte da Diamantina (PIE).

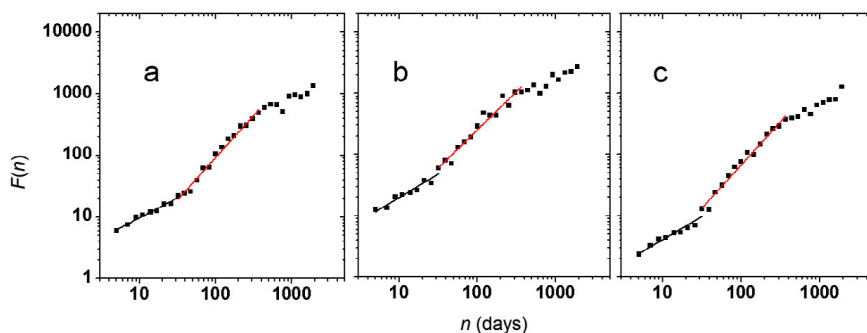


Fig. 5. Samples of self-affinity study applied in dengue fever daily cases in three economic regions (PIE, LTS and REC). We recall for two distinct behavior in the scale exponent  $\alpha$ , the first one the  $\alpha_{month}$  depicts the persistent behavior ( $0.50 < \alpha_{month} < 1.00$ ) whereas the second,  $1.00 < \alpha_{year} < 1.50$ , represent a subdiffusive behavior.

### 3.2. Self-affinity analysis

The DFA method was applied in time series of dengue fever incidences in the fifteen economic regions of Bahia-Brazil to verify the self-affinity properties of these regions. Fig. 5 shows the relationship between root-mean-square fluctuation,  $F(n)$ , and the box size  $n$ , for three economic regions (PIE, LTS and REC). It was detected that for one month the result of  $\alpha$  exponent is persistent for long-range correlations ( $0.50 < \alpha_{month} < 1.00$ ), the large amount (small) of values that are likely followed by large amounts (small). For an annual period, the  $\alpha$  exponent varies between  $1.00 < \alpha_{year} < 1.50$ , as a subdiffusive process (i.e., the behavior tends to be seasonal, without presenting similar epidemics from year to year). That behavior is observed for all economic regions, as shown in Table 3.

### 3.3. The $\gamma$ exponent distance verification

The  $\gamma$  exponent results is depicted in Fig. 6. The initial analysis does not allow distinguish the SOC behavior in economic regions. To better compare the obtained  $\gamma$  values with each other, we calculated the difference ( $D$ ) between each value and that of RMS region which is the largest. Notable are the three groups of cluster ranges, as shown in Fig. 7. Where the first cluster is formed by eight economic regions, its range is ( $0.00 < D < 0.05$ ); the second cluster is ( $0.05 > D < 0.10$ ), which has four economic regions. We recall that the third range does not represent a cluster, scattered among ( $0.10 < D < 0.23$ ). Accordingly, we did not recognize any relationship between the difference  $D$  and the economic region, since each cluster does not contain regions with similar economic conditions.

### 3.4. Randomization test analysis

Finally, the correlation properties between  $\alpha$  exponent values and  $\gamma$  were verified for all 417 cities in order to verify a potential relationship between the SOC dynamic and the long term correlation in time described by the DFA method.

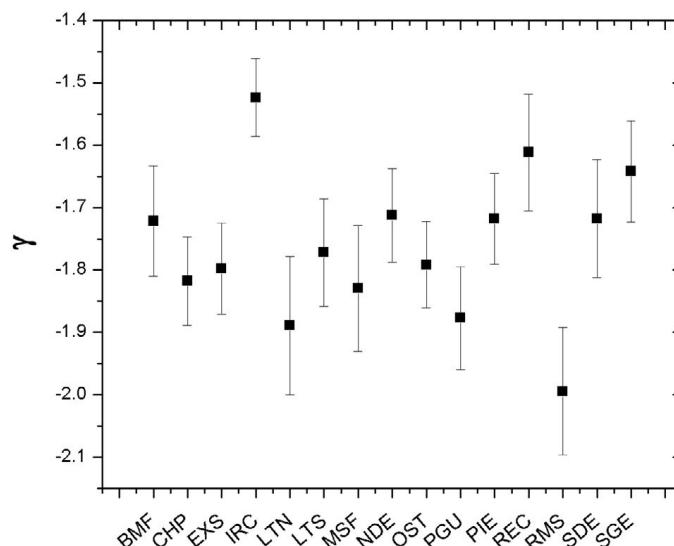


Fig. 6. The  $\gamma$  exponents were obtained from the fifteen economic regions for all period, where the number of class is the  $\sqrt{n}$  (*i.e.*, size equal to 58).

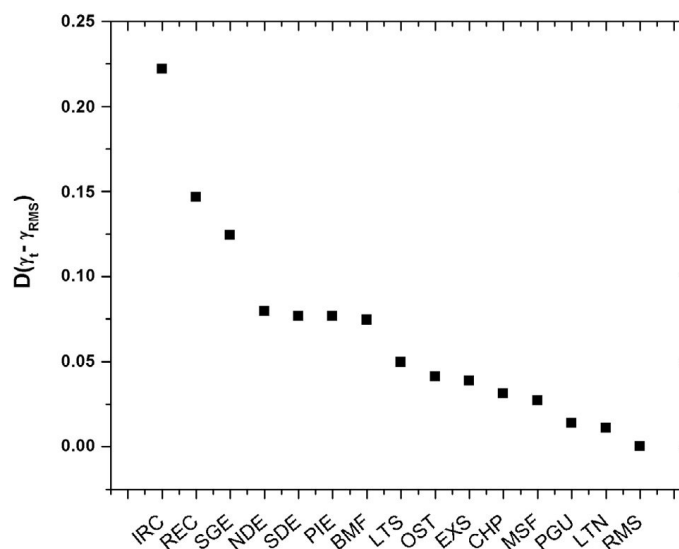


Fig. 7. The distance of the  $\gamma$  exponent in relation to RMS economic region.

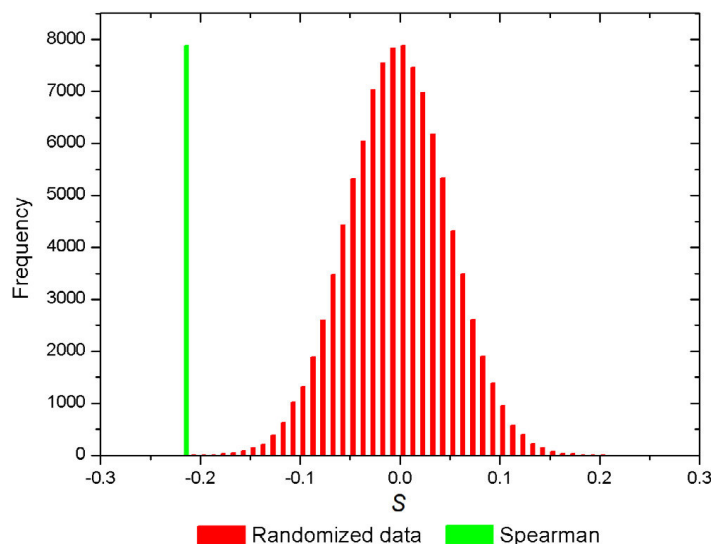
For this purpose, the randomization test [39] was applied, by using the Spearman correlation coefficient with 100,000 randomizations of the data. This method confirms the existence of a pattern in the original data, since under the null hypothesis, all possible data orders have an equal chance to occur [39].

A comparison between the distribution of correlation values found for randomizations and correlation of the original data is shown in Fig. 8. The result of the  $\alpha_{year}$  and  $\gamma$  presented a  $\rho$  equal to  $-0.215702$ . That value is outside the distribution, so that we can reject the null hypothesis. According to the Ref. [39], we can confirm a correlated relationship between  $\alpha_{year}$  exponent and  $\gamma$  exponent (*i.e.*, that does not occur by chance). See Figs. 9 and 10.

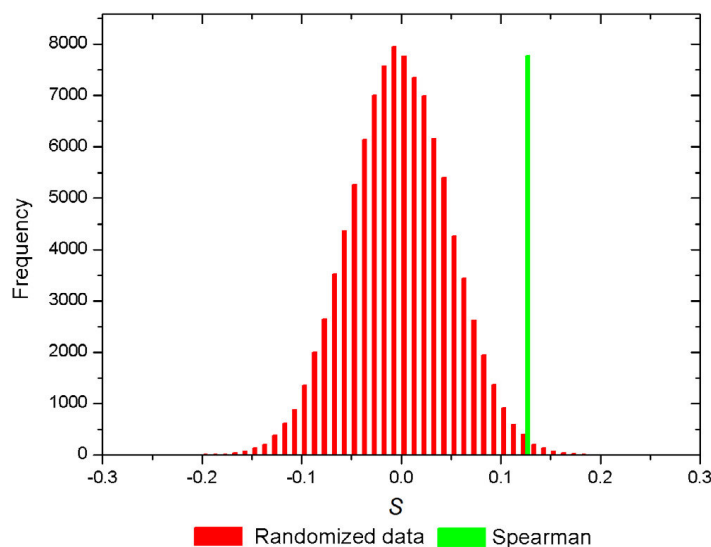
On the other hand, the relationship between  $\alpha_{month}$  and  $\gamma$ , suggests that their relation happened by chance. As well as for  $\alpha_{month}$  and  $\alpha_{year}$ . For both randomization tests were obtained the  $\rho$  equal to 0.125194 and  $-0.113823$ , respectively. As the result of these was inside the distribution area, we can accept the null hypothesis for them (*i.e.*, they occur by chance).

#### 4. Discussions

The economic regions are diversified, e.g., with universities covering all regions, extensive highways connecting all regions, three harbors, two international airports, among other important economic activities as well as public equipment. At first glance, all these capacities could offer materials, financial resources and conditions to fight against the disease propagation. However, this is not observed, and the disease spreads across all economic regions, as showed in Table 1.



**Fig. 8.** The randomization test between  $\alpha_{year}$  exponent and  $\gamma$  exponent shows that they are negatively correlated. Thus, we must reject the null hypothesis, since that Spearman correlation ( $\rho$  is equal to  $-0.215702$ ) is outside of the distribution area (randomized data).



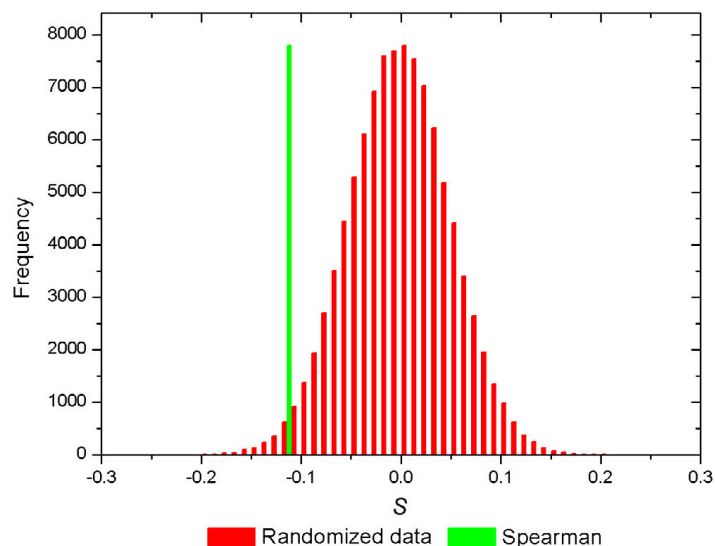
**Fig. 9.** The randomization test between  $\alpha_{month}$  exponent and  $\gamma$  exponent shows that they are not correlated (i.e., the relation between  $\alpha_{month}$  exponent and  $\gamma$  exponent occur by chance). Thus, we must accept the null hypothesis, since that Spearman correlation ( $\rho$  is equal to  $0.125194$ ) is inside the distribution area (randomized data).

In general, dengue spread is directly associated with high levels of precipitation and temperature suitability, although, low precipitation values do not limit the transmission of dengue [1]. According to Fig. 3, Bahia presents low levels of precipitation. On the other hand, greater risk of dengue spread is also linked to the proximity to low-income urban and peri-urban centers, mainly in highly connected areas, bringing the idea that human movement between population centers is an important facilitator of dengue spread [1,7,9,11]. Besides, the diffusion process of dengue reflects the continuous existence of several series of transmission chains, including the spatial and temporal distribution. Where the dengue spread can be explained by the movement of either infected mosquitoes or infected people through a region, area, even neighborhood [7,8,11,13]. Nevertheless, in Bahia does not seem any correlation with economic factors.

#### 4.1. Complexity analysis and implications

The results show that the distribution of the number of cases per day over 9 years follows a power-law behavior in the 15 economic regions studied. This is a characteristic of SOC dynamics [33,37]. Thereby, suggesting that an addition of new cases is similar to the effect of an avalanche, where these avalanches are equivalent to high cooperative evolutionary activities, so that leading to the expansion of the epidemic process among economic regions.





**Fig. 10.** The randomization test between  $\alpha_{month}$  exponent and  $\alpha_{year}$  exponent shows that they are not correlated (i.e., the relation between  $\alpha_{month}$  exponent and  $\alpha_{year}$  exponent occur by chance). Thus, we must accept the null hypothesis, since that Spearman correlation ( $\rho$  is equal to  $-0.113823$ ) is inside the distribution area (randomized data).

Besides, the  $\gamma$  difference ( $0.00 < D < 0.25$ ) did not express relation between economic regions, with no direct relationship with the individual properties of each economic region's cluster is provided, so that it was not possible to recognize similarity in economic regions in the same cluster. In the self-affinity analysis two distinct behaviors were found in time. The first one, a persistent behavior ( $0.50 < \alpha_{month} < 1.00$ ), where there are long-range correlations for all economic regions, i.e., large (small) fluctuations tend to remain in the future. The second one, the subdiffusive process ( $1.00 < \alpha_{year} < 1.50$ ), a state for large time, characterized by nonstationary signals and abrupt changes, which makes prediction difficult [31,27,12,28]. And also, the relationship between SOC and the DFA method was verified. The randomization tests were performed and it detected the existence of a significant relation between high cooperative evolutionary activities (avalanches) and the behavior that tends to be seasonal, without presenting similar epidemics from year to year ( $\alpha_{year}$ ), once  $\gamma$  and  $\alpha_{month}$  as well as for  $\alpha_{year}$  and  $\alpha_{month}$  happened by chance, according to the randomization test.

#### 4.2. Conclusions and perspectives

The dengue fever transmission dynamic in the economic regions is similar among them, which suggests a similar dynamic underlying the diffusion process of the disease throughout the regions. It increases the risk of major epidemics, since regardless of its origin, it would propagate with the same dynamics across all regions. The dengue fever virus has the evolution capacity to create a challenge for the human immunity system, where it faces a complicated task, leading to four categories of dengue fever virus serotypes (DEN 1, DEN 2, DEN 3 and DEN 4) identified [4], it is a difficult battle for public authorities. Although dengue fever is treated as an aggregated system (economic regions), and our results show these regions resemble themselves, as a single system, with the capacity to produce an emergent property, that is, collective responses like a complex adaptive system [38].

The diffusion, therefore, cannot be explained by the clusters. So the hypothesis that economy features can affect the dengue fever diffusion in this region was rejected. The dengue fever spread was neither influenced by economic aspects nor by regional arrangements. The disease seems to reach critical state as a process of natural evolution, without any intervention, changes in sensitivity, parameter settings, or changes in the initial configuration. However, the dengue fever could be spread for all these regions, with potential to create large-scale epidemic clusters. This observation corroborates that *Aedes aegypti* has a great capability to adapt to different habitats, both in nature and urban environments, where the *Aedes aegypti* does not have natural predators.

For a future research, an investigation on the correlation between spatio-temporal and dengue fever virus serotypes. Since we believe it is necessary to enlarge that kind of research due to the adaptive capability of the *Aedes aegypti*. As the possibilities of new outbreaks in Brazil are real, to explore others computational approach are always welcome, e.g., cross correlation approach and neural artificial network, both applied to the dengue fever spread.

#### Acknowledgments

This work received financial support from National Council of Technological and Scientific Development – CNPq, Brazil (grant numbers 458549/2014-2, 448303/2014-0, 304454/2014-1 and 310133/2016-5) and National Petroleum Agency, Brazil - ANP/PRH55 process number:486100833602013 – FINEP.



## References

- [1] S. Bhatt, P.W. Gething, O.J. Brady, J.P. Messina, A.W. Farlow, C.L. Moyes, J.M. Drake, J.S. Brownstein, A.G. Hoen, O. Sankoh, et al., The global distribution and burden of dengue, *Nature* 496 (7446) (2013) 504–507.
- [2] A.J. Tatem, S.I. Hay, D.J. Rogers, Global traffic and disease vector dispersal, *Proc. Natl. Acad. Sci.* 103 (16) (2006) 6242–6247.
- [3] O.J. Brady, P.W. Gething, S. Bhatt, J.P. Messina, J.S. Brownstein, A.G. Hoen, C.L. Moyes, A.W. Farlow, T.W. Scott, S.I. Hay, Refining the global spatial limits of dengue virus transmission by evidence-based consensus, *PLoS Neglected Trop. Dis.* 6 (8) (2012) e1760.
- [4] W. H. Organization, S. P. for Research, T. in Tropical Diseases, W. H. O. D. of Control of Neglected Tropical Diseases, W. H. O. Epidemic, P. Alert, Dengue: guidelines for diagnosis, treatment, prevention and control, 2009, World Health Organization.
- [5] SVS, Secretaria de vigilância sanitária - boletim epidemiológico-dengue 43, 2012, p. 11, 2012, available in: <http://portalms.saude.gov.br/vigilancia-em-saude/>.
- [6] W.-J. Chen, S.-L. Chen, L.-J. Chien, C.-C. Chen, C.-C. King, M.-R. Harn, K.-P. Hwang, J.-H. Fang, Silent transmission of the dengue virus in southern taiwan, *Am. J. Trop. Med. Hygiene* 55 (1) (1996) 12–16.
- [7] H. Saba, V.C. Vale, M.A. Moret, J.G.V. Miranda, Spatio-temporal correlation networks of dengue in the state of Bahia, *BMC Publ. Health* 14 (1) (2014) 1085.
- [8] C.-C. Kan, P.-F. Lee, T.-H. Wen, D.-Y. Chao, M.-H. Wu, N.H. Lin, S. Y.-J. Huang, C.-S. Shang, I.-C. Fan, P.-Y. Shu, et al., Two clustering diffusion patterns identified from the 2001–2003 dengue epidemic, kaohsiung, taiwan, *Am. J. Trop. Med. Hygiene* 79 (3) (2008) 344–352.
- [9] H. Cardoso, J.G.V. Miranda, E.M. de Freitas Jorge, M.A. Moret, Correlation between transport and occurrence of dengue cases in Bahia, *J. Commun. Comput.* 11 (2014) 217–221.
- [10] H. Saba, J. Miranda, M. Moret, Self-organized critical phenomenon as a q-exponential decayAvalanche epidemiology of dengue, *Physica A* 413 (2014) 205–211.
- [11] H. Saba, M.A. Moret, F.R. Barreto, M.L.V. Araújo, E.M.F. Jorge, A.S. Nascimento Filho, J.G.V. Miranda, Relevance of transportation to correlations among criticality, physical means of propagation, and distribution of dengue fever cases in the state of bahia, *Sci. Total Environ.* (2017).
- [12] S. Azevedo, H. Saba, J. Miranda, A.N. Filho, M. Moret, Self-affinity in the dengue fever time series, *Internat. J. Modern Phys. C* 27 (12) (2016) 1650143.
- [13] R. Pontes, J. Freeman, J.W. Oliveira-Lima, J.C. Hodgson, A. Spielman, Vector densities that potentiate dengue outbreaks in a brazilian city., *Am. J. Trop. Med. Hygiene* 62 (3) (2000) 378–383.
- [14] S. Thammapalo, V. Chongsuvivatwong, A. Geater, M. Dueravee, Environmental factors and incidence of dengue fever and dengue haemorrhagic fever in an urban area, Southern Thailand, *Epidemiol. Infection* 136 (1) (2008) 135–143.
- [15] SEI, 2012 Superintendência, de estudos econômicos e sociais do estado da Bahia (SEI). Regiões econômicas do Estado da Bahia, available in: <http://www.sei.ba.gov.br/>.
- [16] BDMEP, 2017 Banco de dados meteorológicos para ensino e pesquisa Available in: <http://www.inmet.gov.br/projetos/rede/pesquisa/>.
- [17] NOAA, 2017 National oceanic and atmospheric administration Available in: [https://www.esrl.noaa.gov/psd/data/gridded/data.south\\_america\\_precip.html](https://www.esrl.noaa.gov/psd/data/gridded/data.south_america_precip.html).
- [18] C.-K. Peng, S.V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H.E. Stanley, A.L. Goldberger, Mosaic organization of DNA nucleotides, *Phys. Rev. E* 49 (2) (1994) 1685.
- [19] K. Ivanova, M. Ausloos, Application of the detrended fluctuation analysis (DFA) method for describing cloud breaking, *Physica A* 274 (1) (1999) 349–354.
- [20] K. Ivanova, M. Ausloos, E. Clothiaux, T. Ackerman, Break-up of stratus cloud structure predicted from non-Brownian motion liquid water and brightness temperature fluctuations, *Europhys. Lett.* 52 (1) (2000) 40.
- [21] M.A. Moret, G. Zebende, E. Nogueira Jr., M. Pereira, Fluctuation analysis of stellar x-ray binary systems, *Phys. Rev. E* 68 (4) (2003) 041104.
- [22] M. Moret, Self-affinity and nonextensivity of sunspots, *Phys. Lett. A* 378 (5) (2014) 494–496.
- [23] P. Figueirêdo, M. Moret, P. Pascutti, E. Nogueira, S. Coutinho, Self-affine analysis of protein energy, *Physica A* 389 (13) (2010) 2682–2686.
- [24] L. Telesca, M. Lovallo, V. Lapenna, M. Macchiato, Long-range correlations in two-dimensional spatio-temporal seismic fluctuations, *Physica A* 377 (1) (2007) 279–284.
- [25] L. Telesca, M. Lovallo, Non-uniform scaling features in central Italy seismicity: A non-linear approach in investigating seismic patterns and detection of possible earthquake precursors, *Geophys. Res. Lett.* 36 (1) (2009).
- [26] A. Filho, G. Zebende, M. Moret, Self-affinity of vehicle demand on the ferry-boat system, *Internat. J. Modern Phys. C* 19 (04) (2008) 665–669.
- [27] J. Souza, A. Santos, L. Guarieiro, M. Moret, Fractal aspects in enriched combustion, *Physica A* 434 (2015) 268–272.
- [28] A. Nascimento Filho, J. de Souza, A. Pereira, A. Santos, I. da Cunha Lima, A. da Cunha Lima, M. Moret, Comparative analysis on turbulent regime: A self-affinity study in fluid flow by using OpenFoam CFD, *Physica A* 474 (2017) 260–266.
- [29] Z. Siwy, M. Ausloos, K. Ivanova, Correlation studies of open and closed state fluctuations in an ion channel: Analysis of ion current through a large-conductance locust potassium channel, *Phys. Rev. E* 65 (3) (2002) 031907.
- [30] S. Lahmiri, Long memory in international financial markets trends and short movements during 2008 financial crisis based on variational mode decomposition and detrended fluctuation analysis, *Physica A* 437 (2015) 130–138.
- [31] C. Galhardo, T. Penna, M.A. de Menezes, P. Soares, Detrended fluctuation analysis of a systolic blood pressure control loop, *New J. Phys.* 11 (10) (2009) 103005.
- [32] B.D. Malamud, D.L. Turcotte, Self-affine time series: Measures of weak and strong persistence, *J. Stat. Plann. Inference* 80 (1) (1999) 173–196.
- [33] P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld, Self-organized criticality: An explanation of the  $1/f$  noise, *Phys. Rev. Lett.* 59 (4) (1987) 381.
- [34] Y.-C. Zhang, Scaling theory of self-organized criticality, *Phys. Rev. Lett.* 63 (5) (1989) 470.
- [35] J. Phillips, Fractals and self-organized criticality in proteins, *Physica A* 415 (2014) 440–448.
- [36] M.J. Aschwanden, A macroscopic description of a generalized self-organized criticality system: Astrophysical applications, *Astrophys. J.* 782 (1) (2014) 54.
- [37] P. Bak, *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*, Springer Science & Business Media, 2013.
- [38] J.H. Holland, Studying complex adaptive systems, *J. Syst. Sci. Complexity* 19 (1) (2006) 1–8.
- [39] B.F. Manly, *Randomization, Bootstrap and Monte Carlo Methods in Biology*, Vol. 70, CRC Press, 2006.

## Discussão dos resultados e conclusões

---

*“Não deixaremos de explorar e, ao término da nossa exploração, deveremos chegar ao ponto de partida e conhecer esse lugar pela primeira vez”.*

T. S. Eliot

Esta pesquisa teve como objetivo principal estudar características dos sistemas dinâmicos complexos, assim como algumas de suas particularidades, em três diferentes áreas do conhecimento (física, economia e biologia), por meio de medidas de seus comportamentos tomadas no tempo e no espaço.

A partir de estudos aplicados, propomos alguns explicações e entendimentos dos movimentos resultantes das observações, mais concretamente, das informações de simulação de escoamento de um fluido, preços de combustíveis comercializados por revendas e registros epidemiológicos. Com a finalidade de organizar os principais conceitos e ideias de maneira esquematizada é apresentado na figura 4.1 um mapa conceitual do percurso metodológico da pesquisa.

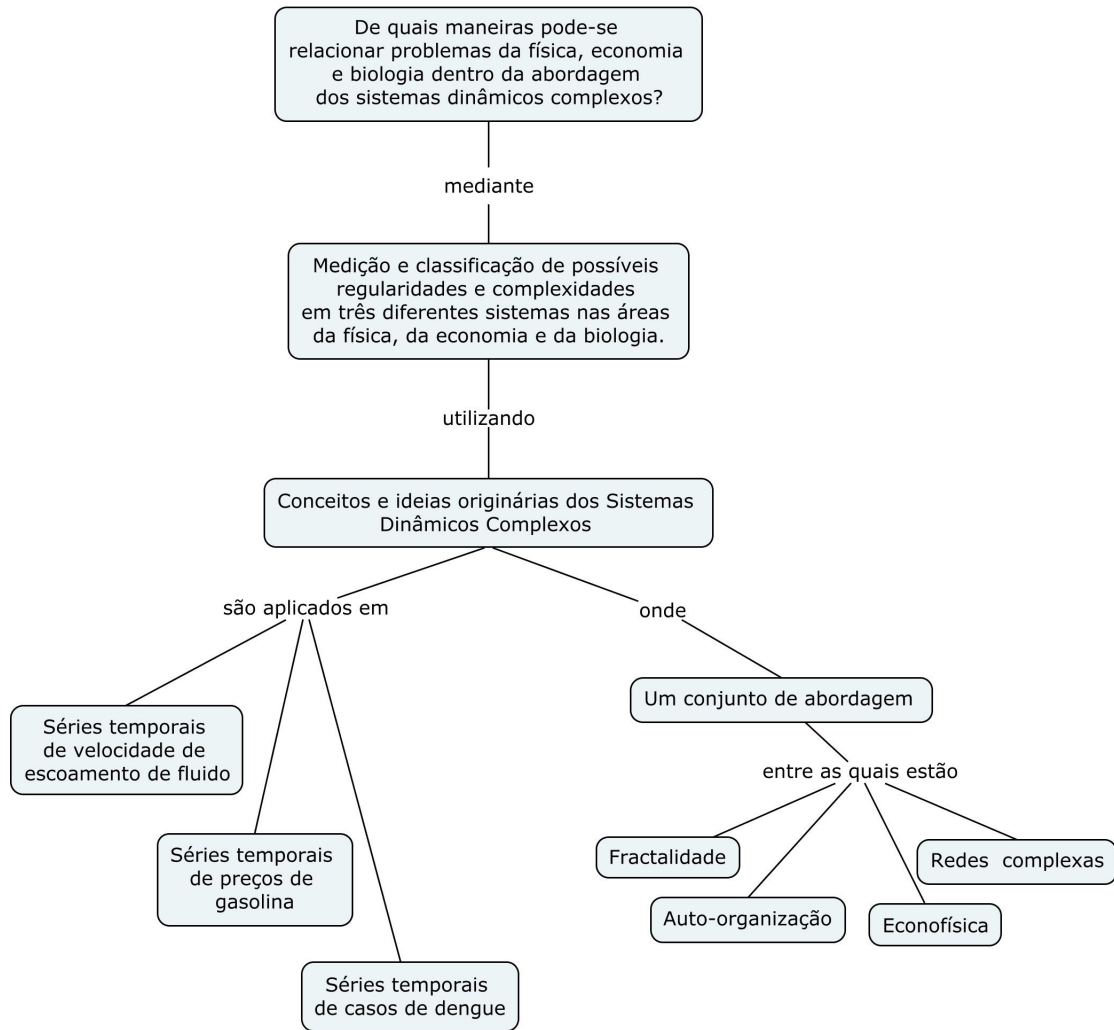


Figura 4.1: Mapa conceitual do percurso metodológico.

Como vimos no capítulo 2, sistemas que possuem muitos elementos interagindo dinamicamente em seu meio ambiente dão lugar, em muitos casos, aos sistemas dinâmicos complexos - SDC, podendo acontecer de esses elementos individuais serem heterogêneos em suas ações e características e, portanto, apresentarem diferenças importantes entre si. No entanto, por vezes, interpretá-los representa um desafio adicional, por se tratar de uma abordagem ainda não muito bem estabelecida e com múltiplas nuances (MOYANO, 2006). Portanto, o interesse na abordagem dos SDC origina-se, em boa medida, da necessidade de reconhecer como tais interações e comportamentos entre indivíduos podem ocorrer, assim como as formas que estes podem assumir e serem mapeados, como evoluem e como estes lidam com mudanças em seus ambientes (BROWNLIE et al., 2007).

Por outro lado, SDC são normalmente sistemas abertos, logo, seria desejável entender o seu ambiente antes que possamos entender o sistema em si, se faz necessário (CILLIERS et al., 2013). Entretanto, tal missão nem sempre é possível, é que, por sua vez, o ambiente

também pode ser complexo. [Allen, Strathern e Varga \(2010\)](#) reconhecem que o conhecimento que temos dos SDC só pode ser baseado em modelos, mas para funcionar como tal e não apenas como uma repetição do sistema original, é preciso reduzir a complexidade deste, deixando de lado alguns aspectos, por vezes, importantes. Ocorre também que, em geral, aquilo que é deixado de fora interage com o resto do sistema de uma maneira não linear, de forma que não se pode prever quais efeitos essa redução de complexidade terá, especialmente enquanto o sistema e seu ambiente se desenvolvem e se transformam ao longo do tempo.

Nas próximas seções estão discutidos resultados de estudos centrados em uma abordagem interdisciplinar, aplicados em diferentes tipos de SDC.

## 4.1 Retrospectiva dos estudos realizados

### 4.1.1 Estudos com escoamento de fluido

De uma maneira geral, modelos computacionais têm exercido um papel importante em descrever comportamentos de sistemas dinâmicos. [Miller e Page \(2009\)](#) entendem que uma das ferramentas mais poderosas que surgem da pesquisa de SDC é um conjunto de técnicas computacionais que permitem experimentar e explorar uma gama muito mais ampla de modelos. Por outro lado, também é razoável considerar que quanto mais modelos aplicados na busca de identificar comportamentos em um sistema, mais intrincado este tende a ser. Com esses cuidados em mente, discutiremos os conceitos dos SDC a partir do estudo denominado **Comparative analysis on turbulent regime: A self-affinity study in fluid flow by using OpenFoam CFD** realizado por [Filho et al. \(2017\)](#) no campo da física aplicada.

O trabalho avaliou propriedades estatísticas a partir da simulação da componente campo vetorial de velocidade no interior de um duto causado por um fluxo interno de um fluido<sup>1</sup> newtoniano, injetado no duto pelo lado esquerdo, que, em princípio, possuía um regime laminar<sup>2</sup> e após passar por dois obstáculos, introduzidos no duto, apresentou vórtices em sua dinâmica de evolução. O modelo verificou o campo vetorial de velocidade em

---

<sup>1</sup>Fluido é uma substância que se deforma continuamente (mantendo seu o volume, amolda-se ao recipiente que o contém) quando sujeito a uma tensão cisalhante, não importando quão pequena seja. Uma tensão de cisalhante é a componente da força, atuando tangencialmente a uma superfície (paredes). Assim, a tensão de cisalhamento em um fluido ao contrário de um sólido, não pode equilibrar uma força tangencial, por menor que seja ([NUSSENZVEIG, 2018](#)).

<sup>2</sup>No regime laminar o fluido se move em camadas sem que haja mistura de camadas e variação de velocidade. As partículas movem-se de forma ordenada, mantendo sempre a mesma posição relativa. A transição de um laminar para um fluxo turbulento está associada a um certo valor do número de Reynolds, que depende do sistema em consideração. Fisicamente, perto da transição, uma perturbação mínima leva o sistema a responder fortemente, refletindo a importância da não-linearidade da equação de Navier-Stokes ([MORRIS et al., 2016](#)).

três posições distintas por intermédio de uma simulação utilizando CFD, do inglês *Computational Fluid Dynamics*, simulação numérica que descreve processos físicos, incluindo escoamento de fluidos. No modelo construído na biblioteca OpenFOAM (WELLER et al., 1998), em uma malha estruturada especialmente para o experimento, onde foram selecionadas seções ( $S0, S1$  e  $S2$ ) verticais e seções ( $M0, M1, M2, M3$  e  $M4$ ) logitudinais, tal qual as linhas de correntes<sup>3</sup>, ambas definidas com o propósito de captura das taxas de velocidades em uma janela de observação do modelo estruturada no CFD (a partir de um ponto fixo de observação quadro a quadro do deslocamento do fluido), como retratado na figura 1(A) em (FILHO et al., 2017).

Em termos físicos, para o processo de escoamento no modelo em questão, é assumida a equação de Navier-Stokes, uma equação diferencial parcial, não-linear e de segunda ordem, onde um campo vetorial de velocidade é analisado. O regime do fluxo desse fluido nessa equação é avaliado em termos da viscosidade do fluido, responsável pelo processo de dissipação, e a inércia, que é não-linear. Além disso, o fluxo é laminar sempre um termo domina, do contrário, temos um fluxo turbulento, no qual o campo de velocidade corresponde a um processo estocástico (LUMLEY, 1998). A razão entre o termo não-linear e a viscosidade é conhecida como o número de Reynolds (TRITTON, 2016). Portanto, a transição de um regime laminar para um fluxo turbulento está associada a um certo valor do número de Reynolds, que depende do sistema em consideração. Fisicamente, perto da transição (laminar para turbulento), uma perturbação mínima leva o sistema a responder fortemente, refletindo a importância da não-linearidade da equação de Navier-Stokes. Embora a equação de movimento seja bem definida, dificilmente existe uma solução exata sem uma aproximação severa no modelo que representa o sistema real. Em geral, isso é possível em casos de fluidos com alta viscosidade. Por outro lado, em casos de viscosidade muito pequena, enfrentamos um problema de perturbação (WILCOX et al., 2010) citado por (FILHO et al., 2017). Em tais casos, podemos imaginar uma solução na qual existe um fluxo laminar, exceto por uma camada muito fina próxima a uma interface fluido-sólido, uma região chamada “camada limite” (SCHLICHTING et al., 2003). Vale a pena ressaltar que os fluxos em vigor raramente são laminares.

O grande conjunto de fatores heterogêneos envolvido na simulação (paredes, obstáculos, geração de vórtices) formam um conjunto de elementos e magnitudes que produzem um processo difusivo dentro do sistema, gerando, por sua vez, mudanças constantes que modificam a dinâmica do escoamento como um todo. Por exemplo, nas regiões mais afastadas,  $S2$ , o campo vetorial da velocidade tende a mudar a direção muito rapidamente devido às turbulências geradas nessas regiões. Como os efeitos de memória fazem parte da natu-

---

<sup>3</sup>Chama-se linha de corrente num dado instante uma linha tangente em cada ponto ao vetor  $v$  nesse ponto. As linhas de corrente são as “linhas de força” do campo de velocidade; é bem conhecida que as linhas de força do campo magnético podem ser materializadas com auxílio de limalhas de ferro. Chama-se de tubo de corrente a superfície formada num dado instante por todas as linhas de corrente que passam pelos pontos de uma da curva  $C$  fechada no fluido. Em geral as linhas e tubos de corrente variam de um instante para o outro (NUSSENZVEIG, 2018).

reza das correlações em SDC, avaliamos os seus feitos nas informações do campo vetorial de velocidade utilizando o método DFA criado por Peng et al. (1994). O método determina a auto-similaridade estatística de uma série temporal, independentemente se esta é estacionária ou não, ou seja, é uma evolução do método *Fluctuation Analysis* - FA (KANTELHARDT, 2009).

Esse método foi aplicado no campo vetorial da velocidade do modelo de escoamento de fluido, na seção *S2*, mostrando um processo subdifusivo, revelado pela relação *log-log* entre a função flutuação  $F(t)$  e os tamanhos das janelas de ajustes linear ( $t$ ), onde o valor do expoente de correlação é  $1, 0 < \alpha < 1, 5$ . O resultado foi comparado com outra simulação, desta vez um aparato, conforme descrito em Souza et al. (2015), projetado para estudos dos gases e avaliação de eficiência na queima de combustíveis, com base na formação de fuligem, em uma câmara de combustão controlada usando enriquecimento de  $O_2$  para a sua queima. Ambos experimentos mostraram comportamentos não-estacionários, como um regime transitório, ou ainda que este estaria sob condições transientes, com mudanças bruscas, como proposto por Galhardo et al. (2009), Souza et al. (2015). Concluímos que este é um SDC, no qual a seção *S2* sofre os efeitos da geometria do sistema, dois obstáculos posicionados em *M1* e *M2* antes de *S0*, revelando os efeitos de memória no comportamento do campo vetorial da velocidade, como pode ser visto na figura 1 em Filho et al. (2017)

#### 4.1.2 Estudos com margens médias brutas de gasolina C no Brasil

Nesta seção discutiremos um estudo no campo da economia, a partir de dados reais do mercado de combustíveis líquidos do Brasil. Foram avaliadas possíveis relações entre revendas de gasolina C em quinze diferentes capitais brasileiras nas cinco regiões do país, no período de 2005 a 2014. Geralmente para esse tipo de avaliação são utilizados métodos da estatística descritiva e inferencial, tais como coeficiente de variação, co-variância e ANOVA, visando a calcular dispersão, correlação e assimetria entre preços de distribuição e revenda (PEDRA et al., 2010; SANTOS, 2013).

Diferentemente dos métodos mais tradicionais, nesse estudo é proposto o uso das margens médias brutas, um modelo de informação capaz de refletir os resultados econômicos, independente de fatores sociais ou geográficos. Ou seja, variáveis que impactam no preço final da gasolina. Para tanto, os dados foram tratados pela econofísica, uma nova disciplina que pode contribuir com o avanço da economia, segundo Gingras e Schinckus (2012). E, assim, medir e caracterizar estruturas de mercados complexas, como as das revendas de combustíveis líquidos veiculares do Brasil.

A partir das alterações iniciadas no Brasil, por intermédio da Lei nº9.478, de 6 de Agosto

de 1997, também conhecida com a Lei do Petróleo, um conjunto de mudanças importantes passaram a repercutir na matriz energética do país, e por conseguinte, na indústria do petróleo e seus derivados. Inaugurando um novo estágio nas relações entre o Estado, sociedade e o mercado, alterando de forma inédita e substancial as configurações e mecanismos das cadeias dessa indústria. Além disso, a Lei do Petróleo em seu primeiro artigo, propõe objetivos gerais a serem perseguidos, incluindo **preservar o interesse nacional; proteger os interesses do consumidor quanto a preço, qualidade e oferta dos produtos; e promover a livre concorrência** entre outros dezessete tópicos (até a data desta pesquisa). A Lei do Petróleo também busca conduzir a matriz energética do Brasil rumo à economia de mercado, sem grandes intervenções diretas do estado brasileiro, bem como na diversificação da matriz energética, desde a cadeia de produção de petróleo *upstream* até toda a cadeia de refino, distribuição e revenda dos seus derivados *downstream*. Entre os combustíveis líquidos do Brasil, a gasolina C (gasolina comum) segundo combustível mais comercializado no Brasil, só ficando atrás do diesel (ANP, 2016).

Outro fato relevante a ser observado é em relação à diversificação de fontes no mercado de combustíveis veiculares. Existe uma fatia de mercado bem definida entre os combustíveis mais vendidos do Brasil, seja quanto ao tipo de frota ou espaço de circulação física. Se por um lado o diesel, combustível mais vendido no Brasil, é consumido por veículos pesados (basicamente caminhões e ônibus) e, principalmente em rodovias, sem concorrência de outros combustíveis em zonas urbanas, isso não ocorre com os combustíveis etanol, gás natural comprimido (GNV) e gasolinas, que concorrem entre si (SANTOS, 2013). Entre estes, está o segundo combustível mais consumido, a gasolina comum, misturada com porcentagem de etanol, conhecida como gasolina C<sup>4</sup>. Além das distinções espaciais dos tipos de combustíveis, o mercado ainda lida com os modernos sistemas de combustão veiculares do tipo *flex-fuel*, que utilizam motores projetados para funcionar com etanol ou gasolina.

Temos também a influência do consumidor, sobre o qual seu papel pode causar impactos nesse mercado de combustíveis líquidos, inclusive nos preços da gasolina C. A estimativa da demanda de combustível é também uma preocupação da economia de energia, por exemplo, nos trabalhos de Graham e Glaister (2002), Hughes, Knittel e Sperling (2006), Dahl e Sterner (1991) são encontradas evidências das diferenças espaciais e temporais no preço da gasolina relacionadas à elasticidade do consumo de combustível, ou seja, o grau de capacidade de resposta da quantidade exigida para as mudanças nos determinantes da demanda. Dessa forma, existe uma expectativa de que o mercado varejista brasileiro seja competitivo em termos de preço, levando-se em consideração o seu tamanho e características, à primeira vista aberto e fragmentado. Além disso, Santos (2013) destaca a

---

<sup>4</sup>As gasolinas comercializadas no país são: gasolina A, sem etanol, vendida pelos produtores e importadores de gasolina; e gasolina C (gasolina comum), com adição de etanol anidro combustível pelos distribuidores, vendida aos postos revendedores e em seguida ao consumidor final. Em composição, fixada por decreto ministerial, é de 73% gasolina A e 27% Etanol Anidro.



hipótese dentro da teoria econômica do comportamento do consumidor, de que estes são mais sensíveis aos preços, de forma que os preços se ajustam mais rapidamente para níveis de demanda desejados, de modo a causar impactos diretos nas margens médias brutas das vendas de gasolina no Brasil.

No trabalho, intitulado **Cross-correlation analysis on Brazilian gasoline retail market**, produzido por [Filho et al. \(2018b\)](#), aceito para publicação no jornal **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, utilizamos um conjunto de dados coletados do repositório de dados da Agência Nacional do Petróleo Gás Natural e Biocombustíveis - ANP. A agência realiza pesquisas de preços semanais em cerca de 600 municípios em todas as regiões do Brasil, disponibilizando um repositório público em seu sítio na Internet. No estudo, utilizamos o termo ARM, *Average Retail Margin*, para representar as margens médias brutas das vendas, para a gasolina C. Os valores das ARM foram calculados conforme a expressão  $ARM_w = rs_w - c_w$ , onde  $w$  é a semana da pesquisa de preços,  $rs$  é média de preços das vendas (postos de gasolina) e  $c$  é o preço cobrado pelo distribuidor atacadista.

Na Lei do Petróleo, o art.8º define o papel da ANP, que inclui a missão de garantir a proteção dos interesses dos consumidores quanto a preço e práticas anticompetitivas nos mercados por ela regulados. Na prática, a ANP utiliza um conjunto de premissas, a partir de dados da pesquisa nacional de preços no mercado de revenda. O primeiro passo para identificar indicativos de formação de cartel<sup>5</sup> é definir o mercado relevante. Este é composto de produtos e área geográfica onde a aplicação do poder de mercado por uma empresa é possível, por intermédio de ações coordenadas ou unilaterais. O escopo do mercado relevante é definido para cada situação envolvendo análise de concentração de mercado e alinhamento de preços. Como também, em termos de produtos e áreas geográficas, entre os mercados cuja demanda e oferta têm o grau de substituição<sup>6</sup> necessário e suficiente para manter a dinâmica de preços, do contrário pode ser considerado abusivo ([PEDRA et al., 2010](#)).

Em relação à dimensão do produto, o mercado relevante para o atacado e o varejo de combustíveis líquidos deve ser definido separadamente para cada derivado do petróleo, ou seja gasolina, combustível para motores diesel, etanol hidratado, gás natural liquefeito - GNL e gás natural veicular - GNV. Além disso, os estados brasileiros, em geral, delimitam a definição de mercado na dimensão geográfica (divisões das regiões brasileiras). No entanto, dependendo da logística da distribuição (mercado atacadista) do produto, dois

---

<sup>5</sup>Informalmente, um cartel é um acordo tácito ou implícito entre empresas concorrentes de fixação de preços ou cotas de produção, divisão de clientes e de mercados, ou ainda por meio da ação coordenada entre os participantes, eliminar a concorrência e visando a aumentar os preços dos produtos, obtendo maiores lucros, em prejuízo do bem-estar do consumidor.

<sup>6</sup>Relativo a produtos que possa ser consumido em substituição a outro. Por exemplo, margarina e manteiga ou etanol e gasolina C, são em geral consideradas bens e produtos substitutos, uma vez que exercem basicamente a mesma função.



ou mais estados ou uma região específica de um estado podem ser agregados. No segmento atacadista de combustíveis líquidos, a delimitação geográfica corresponde à cidade em análise (PEDRA et al., 2010).

Uma vez que o mercado relevante foi definido, a metodologia desenvolvida pela ANP para identificar indicações de cartéis no mercado de revenda de combustíveis baseia-se na análise simultânea do comportamento da dispersão entre os preços em um mercado relevante e do consequente aumento de ARM. O índice utilizado para analisar a dispersão do preço do combustível é o coeficiente de variação amostral -  $CV$ , que é uma medida estatística de dispersão relativa, calculada pelo quociente entre o desvio padrão e a média do conjunto de dados amostrais. Na metodologia adotada, quando  $CV$  assume valores inferiores a 0,010 por mais de 24 semanas, em mercados relevantes, com mais de 15 revendedores, é considerado um indicador do alinhamento de preços. De maneira que se houver evidência de alinhamento de preços para um determinado mercado relevante, é necessário continuar avaliando o comportamento do ARM. Na prática essa abordagem da ANP analisa o crescimento do ARM do segmento de mercado em alguns municípios do mesmo estado e no mesmo período para fazer comparações entre as observações. A seleção desses municípios, considerando todos os locais pesquisados nacionalmente, leva em consideração características socioeconômicas similares, como população, renda *per capita*, frota de veículos de passeios *per capita*, número de revendas de combustíveis automotivos e volume de vendas (PEDRA et al., 2010).

Diante de um mercado de revenda de combustíveis líquidos sem controles governamentais de preços e altamente fragmentado, com mais de 41.000 estabelecimentos, segundo a (ANP, 2016), é de se supor que correlações entre mercados seriam raras. Uma vez que esses mercados são normalmente sensíveis aos fatores internos e externos, de modo que possíveis assimetrias entre preços de distribuição e revendas seriam esperadas, o que, por sua vez, repercutiria nas ARM das revendas. Por exemplo, no âmbito interno aos mercados, ter que lidar com complexas estruturas logísticas de distribuição, gestão de custos indiretos e indiretos e a própria concorrência no mercado e de substitutos como o etanol e gás natural; enquanto que no âmbito externo, ter que lidar com questões tributárias, leis ambientais e choques nos mercados internacionais de preços do petróleo *commodity*. São, portanto, fatores que potencialmente repercutem na dinâmica dos preços dos produtos comercializados localmente, por exemplo nos combustíveis líquidos e lubrificantes. E, por conseguinte, afetariam nos resultados financeiros das revendas de forma diferente. Dessa forma, com base no pressuposto de que as condições individuais de cada unidade revendedora (posto de gasolina) lida com fatores internos e externos diferentemente em algum grau. Outra hipótese que se coloca é de que, após a Lei do Petróleo, mercados relevantes não apresentariam correlações significativas entre eles. Para tanto, foram avaliando possíveis níveis simetrias e regularidades utilizando métodos e conceitos da econofísica. Mensurando os movimentos desses mercados, a partir das flutuações de preços de ven-

das e de custos, pode-se extrair uma melhor compreensão dos possíveis mecanismos que influenciam esse segmento de mercado.

As relações espaciais e temporais entre os agentes desse mercado (revendas) podem proporcionar múltiplas formas de interações. Utilizamos séries temporais das ARM, por estas nos livrarem das complicações naturais que afetam mercados desse tipo, com mecanismos internos e externos agindo simultaneamente, trazendo uma série de complicações para se entender o comportamento desse mercado. Assim, por meio do uso do método  $\rho DCCA$  proposto por Zebende (2011), que mede o grau de correlação cruzada em múltiplas escalas de tempo, foram avaliadas as relações entre mercados relevantes (capitais brasileira), dentro e fora das suas respectivas regiões. Estas, assim como na dinâmica das medições do campo vetorial de velocidade em uma simulação de escoamento de um fluido aquoso, lida com possibilidades amplas, que emerge de interações entre as suas partes de diversas formas. Moyano (2006) observa que uma característica básica na dinâmica individual dos elementos é a não linearidade, de maneira que tal dinâmica é frequentemente resultado da retroalimentação que os agentes constitutivos adquirem como resposta de suas próprias atividades. Portanto, além da aplicação do método  $\rho DCCA$  nas séries temporais das ARM, utilizamos o teste de significância estatística criado por Podobnik et al. (2011), onde hipótese  $H_0$  é não significativa dentro dos limites críticos inferiores (LL) e superiores (UL), para um nível de significância  $\beta$  estabelecido, que nesse trabalho foi de 95%.

O método  $\rho DCCA$  apresentou graus de correlação cruzadas significativas para um conjunto de capitais, conforme retratado nas figuras 2,3,4 e 5 no trabalho **Cross-correlation analysis on Brazilian gasoline retail market**. Esses, por sua vez, formam um grupo e que, ao menos para uma janela de tempo obtiveram coeficiente  $\rho DCCA$  estatisticamente significativo, incluindo BEL-FOR, BEL-CGB, CGB-SAO e CWB-FOR. Tais movimentos sugerem que esses mercados apresentam comportamentos similares. Todavia não encontramos, até o momento, evidências que justificassem esse comportamento em cidades tão distantes e distintas entre si. No entanto, um outro grupo chamou a atenção por apresentarem graus de correlação cruzadas significativas por todas as semanas avaliadas, Belo Horizonte, São Paulo e Rio de Janeiro, todos da mesma região, Sudeste.

Além dos graus de correlação significativos, por várias semanas essas três capitais apresentaram coeficientes  $\rho DCCA$  fortes. De acordo com o trabalho de Silva et al. (2016),  $\rho DCCA > 0,66$  é considerado como um forte grau de correlação cruzada. De forma que entre São Paulo e Rio de Janeiro, excede 0,66 a partir de uma escala de tempo de trinta e três semanas e permanece forte para todas as escalas subsequentes, chegando a quase 0,8 no final. Já entre São Paulo e Belo Horizonte, o  $\rho DCCA$  excede 0,66 a partir de cinquenta e duas semanas e permanece acima deste até o final da escala. Contudo entre Belo Horizonte e Rio de Janeiro, embora apresentem coeficientes significativos, seus coeficientes não excedem o valor de 0,66. Tal fato nos leva a sugerir o mercado de São Paulo como

um líder regional.

Visto que, segundo [Holland \(1992\)](#), sistemas complexos adaptativos formam e usam modelos internos para antecipar o futuro, o sistema da região sudeste poderia ser analisado tendo São Paulo como líder. É esse atributo que distingue sistemas dinâmicos complexos adaptativos de outros sistemas complexos. [Curzio e Fortis \(2012\)](#), complementam nessa mesma linha, ao afirmarem que dentre as características dos sistemas complexos adaptativos, está a capacidade dos indivíduos de criarem condições especiais, permitindo uma espécie de reprogramação de seus movimentos, como um efeito em cadeia da especialização dos indivíduos.

Embora o mercado brasileiro de varejo de gasolina lide com produtos homogêneos e custos similares, os proprietários de postos de gasolina ainda precisam enfrentar problemas locais. Dessa forma, a análise utilizando ARM é um indicador simples e útil para modelar mercados, deixando de lado distorções regionais e locais, revelando o que de fato importa, o desempenho semanal de um mercado. No caso do mercado de São Paulo, a reprogramação citada no trabalho de [Curzio e Fortis \(2012\)](#) poderia se encaixar como uma resposta fruto das ações de sindicatos ou associações, concentração de redes de revendas independentemente se revendas seriam “bandeira branca”, situação em que a revenda pode comprar combustíveis de qualquer distribuidor; ou “bandeirada”, situação essas que possuem um contrato de exclusividade de compra com um determinado distribuidor. Ou ainda, produzida pela existência de alinhamento de preços decidido entre os donos de postos de combustíveis, de maneira a aumentar as suas ARM, dando a entender que tais movimentos poderiam ser notados pelos agentes (postos de gasolina) do Rio de Janeiro e de Belo Horizonte, que por sua vez, imitariam o comportamento do mercado líder, a capital São Paulo, e se antecipariam alinhando suas ARM, como previsões autorrealizáveis. O que abre nova discussão quanto à existência de regularidade nas ARM no mercado de combustíveis líquidos.

Ademais, na teoria econômica, mercados com baixos níveis de concentração refletem a presença de um número substancial de empresas semelhantes (postos de gasolina) e, pelo menos implicitamente, a ausência de barreiras substanciais à entrada, deve ser associado às relações preço-custo, indicando “lucro normal”<sup>7</sup>. No entanto, ações cooperativas podem exceder os “lucros anormais” ou “lucros supranormais”<sup>8</sup>, podendo este último ser alcançado mediante recompensas positivas, fruto de conluio manifestado ou encoberto ou mesmo tácito, entre os proprietários de postos de gasolina, podendo ser vizinhos ou não.

---

<sup>7</sup>Na teoria econômica o lucro normal constitui a remuneração normal do investidor pela utilização do seu factor produtivo (capacidade empresarial), podendo ser visto como um custo de oportunidade. Como tal, está incluído na função custo da empresa, sendo deduzido à receita total para determinar o lucro econômico.

<sup>8</sup>Já o lucro supranormal representa os ganhos que a empresa eventualmente obtenha depois de remunerar todos os factores produtivos. É, por isso, considerado um ganho extraordinário. Quando se fala em maximização do lucro, estamos a falar da maximização do lucro supranormal, dado que o lucro normal constitui a remuneração de um factor produtivo e, portanto, deve ser considerado um custo.

O fato é que se as empresas realmente cooperarem estrategicamente, pode-se idealizar, empiricamente, que os graus de correlações significativas na região sudeste são prováveis de serem resultados de ações cooperativas entre os seus agentes integrantes. Paradoxalmente, tal comportamento típico é observado nas interações estratégicas que surgem em um setor com um pequeno número de empresas, que, muitas vezes, formam uma estrutura de mercado oligopolista<sup>9</sup> (VARIAN, 2014; MANKIW, 2014).

De modo geral, a partir do que foi observado e medido, temos a impressão de que a livre concorrência é dificultada. Como lembram Miller e Page (2009), um dos principais impulsionadores da teoria econômica nos últimos dois séculos tem sido o conceito de Adam Smith de uma “mão invisível”, que leva os conjuntos de agentes interessados em estruturas bem formadas, que não fazem parte da intenção de um único ou poucos agentes. Ou seja, como se a persistente regularidade das ARM nos mercados da região Sudeste fossem geradas pelos esforços deliberados de revendedores em neutralizar as forças “naturais” de mercados, competitivas e com lucros econômicos “normais”. E não emergindo na forma de um único mercado, como aparenta ser o comportamento dos membros das região sudeste do Brasil.

Este estudo pode levar a contribuições na área de economia e energia, em termos de tomadas de decisão. Acreditamos que nossas descobertas têm implicações importantes para potenciais investidores. Já que estes teriam a possibilidade de escolher mercados que apresentem semelhanças em suas ARM e assim decidir por investir em regiões com ARM correlacionadas ou não. E ainda, com perspectiva de múltiplas escalas de tempo. Assim, decidindo investir, avaliando as vantagens de espalhar amplamente seus postos de gasolina em diferentes mercados ou concentrá-los. Já que resultados de coeficientes de correlação cruzada fortes poderiam reduzir os benefícios financeiros da diversificação do mercado, como observado nos mercados de ações. Conforme entendimento de Wang et al. (2017).

Do mesmo modo, este estudo também poderia ser aplicado em conjunto com quaisquer dos métodos estatísticos convencionais, atualmente utilizados pela ANP (PEDRA et al., 2010), para fins de análise de indicativo de alinhamento de preços, de forma a auxiliar a Lei do Petróleo no que se refere aos objetivos destacados anteriormente, principalmente a defesa da concorrência. Bem como para avaliar microregiões, buscando padrões de co-movimentos entre cidades ou mesmo regiões fronteiriças.

---

<sup>9</sup>Oligopólio é uma estrutura de mercado que faz parte da microeconomia e que caracteriza um mercado onde existem poucos vendedores para muitos compradores. Além disso, em um oligopólio as alterações nas condições de atuação de uma empresa vai influenciar o desempenho de outras empresas no mercado. Fato que provoca reações que são mais relevantes visíveis quando o número de empresas do oligopólio é reduzido

### 4.1.3 Estudos com casos de dengue na Bahia, Brasil

Lidar em áreas onde soluções gerais são frequentemente difíceis e reconhecer que problemas enfrentados possuem complexas interdependências parece um primeiro passo rumo às possíveis resoluções do problema que se encara, como por exemplo, na infecção por dengue na Bahia. Entre as arboviroses, a dengue, uma doença infecciosa transmitida pelo mosquito *Aedes aegypti*, possui uma dinâmica de entendimento desafiadora. Segundo estimativas da Organização Mundial da Saúde - OMS, aproximadamente 80 milhões de pessoas são infectadas anualmente em muitos países, exceto para localidades com clima temperado, já que o transmissor não sobrevive nesse ambiente (BHATT *et al.*, 2013). O ciclo de transmissão da dengue se inicia quando o mosquito transmissor, vetor da doença no Brasil, pica uma pessoa infectada. O vírus multiplica-se no intestino médio do vetor e infecta outros tecidos chegando finalmente às glândulas salivares. Uma vez infectado, o mosquito é capaz de transmitir enquanto viver. Não existe transmissão da doença através do contato entre indivíduos doentes e pessoas saudáveis (BHATT *et al.*, 2013).

Doenças como a dengue são tratadas como um problema global, uma vez que aproximadamente dois terços da população mundial estão suscetíveis à infecção por dengue, segundo a OMS. Além disso, essa doença parece estar enquadrada entre aqueles problemas onde não há um único caminho resolutivo, o que nos tem motivado a elaborar múltiplas avaliações e caminhos para auxiliar no seu enfrentamento. Dessa forma, de posse de informações de registros de casos de dengue no Estado da Bahia, oportunamente, avaliamos possíveis comportamentos na disseminação da doença por meio de um conjunto de abordagens e métodos originários dos SDC. Para o tema disseminação da dengue na Bahia, são discutidos três trabalhos, que utilizam teorias e métodos computacionais aplicadas em diferentes organizações dos registros de casos de dengue.

Na teoria dos SDC interações não são desprezíveis, muito pelo contrário, mesmo quando os elementos estão muito distantes. A história de um sistema pode ser importante, os estados passados podem ter uma influência no estado atual, logo a interação temporal pode ser de longo alcance Moyano (2006). De maneira que a disseminação de uma doença infecciosa gera uma motivação especial, principalmente por ela ser genuinamente um SDC (HOLLAND, 1992; NEWMAN, 2011). Logo, avaliar interações temporais dos registros de casos pode revelar pistas importantes sobre o comportamentos dessa infecção viral.

Além disso, corroborando com Kantelhardt (2009), quando descobrimos que um SDC é caracterizado por dinâmicas fractais (ou multifractais), com determinados expoentes de escala. Essa descoberta pode ajudar a obter previsões sobre o comportamento futuro do sistema. Já que mudanças no comportamento SDC são frequentemente associadas a mudanças em sua dinâmica fractal, permitindo a detecção de tais transições por análise fractal (KANTELHARDT, 2009).

No trabalho **Self-affinity in the dengue fever time series** produzido por [Azevedo et al. \(2016\)](#) mediram e avaliaram correlações de longo alcance dos registros de casos de dengue, nas vinte cinco cidades de maior índice populacional da Bahia, com mais de 500.000 habitantes, durante os anos de 2000 e 2009, utilizando o método DFA. Os resultados apresentaram *crossover*<sup>10</sup> na curva de distribuição, na relação  $\log - \log$  entre  $F(t)$  e  $t$ , produzindo dois comportamentos distintos do expoente  $\alpha$ , persistente ( $0,5 < \alpha < 1,0$ ) para escalas de tempo de até um mês, indicando que as flutuações das séries temporais originais possuem correlações de longo alcance nas suas flutuações. Por outro lado, um processo subdifusivo ( $1,0 < \alpha < 1,5$ ) para escalas de tempo acima do um mês até um ano, definindo que a dinâmica dos casos de dengue como caótica, comparada a um estado de transição ou condições transitórias, similar ao observado na seção *S2* na simulação de escoamento de fluido vista no trabalho de [Filho et al. \(2017\)](#). Tal achado, preliminarmente, dificulta a previsão de novos surtos da dengue na Bahia, por conta da subdifusividade detectada em períodos maiores que um mês. Exigindo maiores esforços na avaliação do processo de propagação da doença.

Mas se fossem consideradas outras variáveis, outras metodologias, conjuntamente combinadas com os registros de casos registrados de dengue? É o que será discutido a seguir, o processo de disseminação da dengue por meio de um processo de difusão.

Os avanços tecnológicos proporcionam à sociedade em geral novas possibilidades, incluindo entre esses avanços o deslocamento humano. Embora esse fato represente um progresso no desenvolvimento humano, também representa um aumento no risco de ocorrência epidemiológicas em maior escala ([ADAMS; KAPAN, 2009](#)). O desenvolvimento de modelos epidêmicos que simulam a dinâmica de doenças infecciosas em sociedades em evolução (*i.e.*, crescimento populacional, urbanização crescente e trânsito frequente de pessoas usando diferentes modais de transporte) representa um desafio contemporâneo. Como se sabe, o Estado da Bahia possui extensa área que, por sua vez precisa estar interconectada por rodovias, principalmente por questões socioeconômicas. Além disso, o estado teve nas últimas décadas uma substancial melhora do seu sistema de transporte rodoviário, o que dinamizou o escoamento de produções agrícolas e industriais, como também o fluxo de pessoas entre as cidades, dentro e fora do estado da Bahia ([CNT, 2017](#)). Entender a dinâmica de circulação e transmissão do vírus, bem como do seu agente transmissor e hospedeiro é uma das formas abordada aqui, como mais uma das possíveis estratégias de controle de futuros surtos epidemiológicos, visto que ainda não existe uma vacina efetiva disponível ([IOC, 2017](#)).

[Moyano \(2006\)](#) lembra que medições aplicadas nos elementos individuais que compõem os sistemas podem ser muito simples, e a interação entre eles é normalmente simples

---

<sup>10</sup>Alteração do ponto em uma lei de escala, em que um expoente de escala aplica-se a parâmetros de pequena escala e outro expoente de escala aplica-se a parâmetros de grande escala.



também. Mas o comportamento do sistema como um todo pode apresentar uma estrutura (ou em algumas áreas, uma inteligência) emergente das muitas interações não lineares, mas cada uma delas considerada simples. No trabalho **Relevance of transportation to correlations among criticality, physical means of propagation, and distribution of dengue fever cases in the state of Bahia** de [Saba et al. \(2017\)](#) são avaliados os significados físicos da propagação e dinâmica de difusão da doença na Bahia.

O estado da Bahia, possui a quarta população maior do Brasil, tem uma área de  $567.295\text{km}^2$  e está dividido em 417 municípios, conectados por uma rede de transporte terrestre ([IBGE, 2017](#); [CNT, 2017](#)). Segundo o Ministério da Saúde e com base sobre dados coletados pelo Programa Nacional de Controle da Dengue - PNCD, entre todos os municípios que compõem a Bahia, apenas 45 (10,79%) estão classificados como locais de alta prioridade para ações de controle. A prioridade é estabelecida com base na população e características epidemiológicas, tais como capitais, áreas metropolitanas, municípios com mais de 50.000 habitantes e municípios com alta taxa de imigração (isto é, áreas próximas de fronteiras, portos e centros de atração turística), como as cidades avaliadas no trabalho de [Azevedo et al. \(2016\)](#). Sabe-se que o mosquito *Aedes aegypti* está presente em 99,5% dos municípios da Bahia, e quatro sorotipos do vírus (DENV-1, DENV-2, DENV-3 e DENV-4) foram encontrados circulando nessas áreas e todos podem causar tanto a forma clássica da doença quanto formas mais graves ([SABA; MIRANDA; MORET, 2014](#)). Todos os vírus circulam pelos municípios através das 22 rodovias federais e 11 estaduais (totalizando  $7.368\text{km}$ ). Considerando o potencial de difusão da dengue, o seu comportamento pode ser melhor entendido utilizando redes complexas e observando que são sistemas criticamente auto-organizados - SOC.

Dessa forma, o trabalho de [Saba et al. \(2017\)](#) avaliou os mecanismos de difusão da dengue com base nos resultados das correlações entre o grau de correlação da rede de casos de dengue entre os municípios da Bahia e os expoentes de criticalidade  $\gamma$  (SOC); os números de viagens de ônibus intermunicipais semanais em relação ao grau da rede de correlação; e expoentes de criticalidade  $\gamma$  e incidência de casos nos municípios. Os resultados do SOC representam a dinâmica de difusão da dengue em nível municipal (isto é, intramunicipal), e os resultados da rede de correlação refletem a dinâmica de difusão no nível intermunicipal.

A hipótese testada foi que o transporte intermunicipal é o principal mecanismo de difusão de epidemias de dengue. A figura 5 em ([SABA et al., 2017](#)) resume os resultados dos teste de significância estatística das correlações por um método não paramétrico ([MANLY, 2006](#)), utilizado para confirmar essa hipótese. A correlação entre o número de linhas de ônibus intermunicipais na rede de transporte e os expoentes de criticalidade  $\gamma$  demonstra a presença de uma relação entre o fluxo de pessoas para dentro ou fora de um dado município e o padrão de difusão da doença naquele município. Onde uma possível explicação para essa correlação seria o número de paradas de ônibus isoladas no município, permitindo a

chegada de novos casos no decurso da difusão da doença.

Por outro lado, a falta de significativa correlação entre o SOC e a incidência da doença, retratada na ligação pontilhada na figura 5 em (SABA et al., 2017), indica que este último fator não influencia o padrão de difusão da doença dentro de um município, reforçando assim o papel central do transporte na difusão da dengue no nível intramunicipal. A rede de correlação de casos de dengue entre os municípios apresentou uma correlação significativa com a rede de transporte, o que indica que no nível intermunicipal, um aumento no número de linhas de ônibus aumenta a sincronização entre as ocorrências de casos notificados nos municípios, ou seja, o transporte permite a contaminação intermunicipal. Portanto a correlação significativa entre a rede de correlação e o SOC demonstra que a difusão da dengue dentro de um município está associada ao padrão de sincronização entre os municípios.

Dessa forma, por intermédio de avaliações das correlações dos registros de casos de dengue entre os municípios, SOC dos casos registrados e as redes de transporte entre os municípios, esse trabalho demonstrou a existência de significativas relações entre as redes de transportes e SOC, e que o padrão de difusão intramunicipal de casos de dengue estaria associado ao padrão de sincronização (ligação) entre os municípios e conseqüentemente, do processo de difusão da dengue no estado da Bahia. Daí envolver a integração entre essas medidas de complexidades surge como mais um caminho para medir e avaliar a dinâmica dessa enfermidade. O que representa mais um caminho possível rumo ao controle epidemiológico. Pois, uma vez mapeado os grandes “nós”, das redes de transportes, estes poderiam funcionar como pontos de controle epidemiológico e de informação para os transeuntes.

Vimos que interação de componentes individuais distintos, distantes um em relação outro, como as cidades da Bahia, mas que se interconectam, possuem a capacidade compor a cadeia de transmissão, e por conseguinte, na distribuição espacial e temporal do vírus. Mas o que acontece quando redimensionamos o espaço demográfico, como uma ampliação, agrupando os espaços amostrais dos casos de dengue? Em outras palavras, no lugar de avaliar 417 cidades interconectadas por redes de transportes, fossem avaliados grandes aglomerados de cidades formando arranjos econômicos. Foi objeto de estudo no trabalho intitulado **Self-affinity and self-organized criticality applied to the relationship between the economic arrangements and the dengue fever spread in Bahia** realizado por Filho et al. (2018), que abordou a disseminação da dengue nas quinze regiões econômicas da Bahia.

Poderia a diversificação de equipamentos e indústrias, incluindo universidades cobrindo todas as regiões; extensas rodovias conectando todas as regiões; portos de grande capacidades; aeroportos internacionais; aterros sanitários; centros de saúdes de baixa, média



e alta complexidades espalhados em todas as regiões; montadoras de automóveis; polos industriais e uma das maiores indústrias petroquímicas, poderiam fazer diferença na disseminação da dengue? À primeira vista, toda esses equipamentos poderiam oferecer materiais, recursos humanos e financeiros, e condições gerais de combate e controle da doença. Ou mesmo que ocorressem disseminações assimétricas entre as quinze regiões econômicas. A hipótese testada foi de que na relação entre saúde e riqueza, espera-se que áreas ou regiões ricas tendam a ter suas populações menos suscetíveis a processos de disseminação de casos de dengue do que regiões com menos recursos. Portanto, foram mensurados por meio do expoentes de criticidade  $\gamma$  (SOC) e auto-afinidade, utilizando o expoente de correlação  $\alpha$ , para as séries temporais de registros de casos diários de dengue em cada uma das regiões econômicas. Independentemente de redes de transportes, número de ônibus ou incidências de dengue na região. Preocupando-se, mais diretamente, com possíveis movimentos ou distinções entre os arranjos econômicos esquematizados na tabela 1 em (FILHO et al., 2018).

Os resultados da avaliação de auto-afinidade indicaram que a dengue nas regiões econômicas apresentaram *crossover* em suas curvas de distribuição, com expoente de correlação  $\alpha$  persistente no primeiro momento e um processo subdifusivo em seguida, corroborando com os achados destacados no trabalho de Azevedo et al. (2016). Adicionalmente foi calculado o SOC de cada região econômica. Para avaliar as relações entre as medidas, repetimos os testes de significância estatística não paramétrico, similar ao realizado em (SABA et al., 2017), para os três expoentes ( $\alpha_{mês}$ ,  $\alpha_{ano}$  e  $\gamma$ ), só que dessa vez para verificar os mecanismos de difusão da dengue com base nos resultados dos expoentes de correção  $\alpha_{mês}$  e  $\alpha_{ano}$ ; os expoentes de correção  $\alpha_{mês}$  e expoentes de criticalidade  $\gamma$ ; e  $\alpha_{ano}$  e expoentes de criticalidade  $\gamma$ , como pode ser observado nas figuras 8, 9 e 10 em (FILHO et al., 2018), somente a correlação entre  $\gamma$  e  $\alpha_{ano}$  foram correlacionadas (SOC com o processo subdifusivo) revelando a dificuldade de previsibilidade de novos casos de dengue no longo prazo. E portanto, rejeitando a hipótese de que a disseminação da doença seria influenciada por questões econômicas.

Além da dificuldade de previsibilidade no longo prazo, a partir dos resultados, poderíamos admitir que a dengue se difunde uniformemente, seja pelos movimentos do mosquitos infectados ou pessoas infectadas por meio de uma região ou fora dela. Como se a doença tivesse a capacidade de espalhar por todas essas regiões econômicas, com potencial para criar arranjos epidemiológicos em larga escala espacial.

#### 4.1.4 Considerações finais

O uso de teorias originárias dos estudos dos SDC foi capaz de mensurar as dinâmicas de sistemas em áreas tão distintas (física, economia e biologia). Tal que os ambientes

criados nos estudos geraram contribuições que julgamos relevantes. Entre as principais observamos:

- As formas de mensurar, detectar e classificar movimentos visando a compreender comportamentos e riscos por meio de pesquisas aplicadas em problemas reais, por intermédio da abordagem SDC.
- Uma segunda contribuição foi o papel ilustrativo da simulação de escoamento de fluido. Este serviu como um exemplo de como um parâmetro, no caso os dois obstáculos, puderam influenciar na memória e na dinâmica de uma componente desse sistema. Além disso, os resultados do experimento serviram para rejeitar a hipótese de que fluidos em regime turbulento apresentam comportamentos auto-afins anti-persistente, uma vez que as mudanças de estados não se estabilizam em escalas de longo alcance (longa memória).
- Grandes mercados de revenda de gasolina C apresentaram indicativos de previsões autorrealizáveis, que, por sua vez, rejeitam a hipótese de que esses mercados não tendem a apresentar relações entre si, independentemente dos fatores externos e internos aos mercados.
- Por fim, sob os aspectos dos estudos epidemiológicos, estes sugeriram diferentes caminhos para avaliar o processo de disseminação da dengue, e nesse estudo foi aceita a hipótese de que a infecção viral por dengue não obedece a padrões espaciais e muito menos pode ser influenciada por arranjos socio-econômicos, ambientais ou processos migratórios no estado da Bahia.

Em suma, encontramos nesse trabalho um conjunto de possibilidades reais, em razão de lidarmos com problemas práticos e de apelo social. Portanto, este estudo contribui com a utilização de conceitos e teorias aqui discutidos para ajudar na compreensão de problemas convencionais, conforme resumido na tabela 4.1. Concluindo, que as ferramentas dos sistemas dinâmicos complexos aqui propostas e utilizadas são em si uma abordagem eminentemente interdisciplinar, cujo protocolo utilizado é uma nova metodologia que pode ser aplicável a várias áreas do conhecimento.

Tabela 4.1: Resumo das ferramentas dos SDC utilizadas em cada área de estudo.

Área	Estudo aplicado	DFA	$\rho DCCA$	SOC	TVG
Física	Comparative analysis on turbulent regime: A self-affinity study in fluid flow by using OpenFoam CFD	<b>X</b>			
Economia	Cross-correlation analysis on Brazilian gasoline retail market		<b>X</b>		
Biologia	Self-affinity in the dengue fever time series	<b>X</b>		<b>X</b>	
Biologia	Relevance of transportation to correlations among criticality, physical means of propagation, and distribution of dengue fever cases in the state of Bahia			<b>X</b>	<b>X</b>
Biologia	Self-affinity and self-organized criticality applied to the relationship between the economic arrangements and the dengue fever spread in Bahia	<b>X</b>		<b>X</b>	

## 4.2 *Perspectivas e trabalhos futuros*

Todos os trabalhos envolveram atributos complexos e de difíceis entendimentos, principalmente sobre possíveis comportamentos emergentes no tempo e no espaço. Por este motivo, enxergamos um vasto campo a ser explorado, com múltiplas possibilidades de estudos aplicados. Uma vez que no decorrer dessa pesquisa muitas outras questões surgiram e precisam ser tratadas. E como [Miller e Page \(2009\)](#) ponderam que se o fenômeno da emergência em SDC não seria uma metáfora muito atraente no discurso científico, no qual parte do apelo inato da emergência é a surpresa que ela gera por parte do observador, uma vez que em muitas das experiências mais profundas de emergência provêm daqueles sistemas em que o comportamento local parece tão completamente desconectado do agregado, dando a impressão que o resultado final surge por mágica.

Por este motivo, ampliaremos os estudos no campo da economia e energia, mais concretamente, nas avaliações em múltiplas escalas de tempo de tamanho de mercado para do combustível etanol, dentro do conceito de macro-metrópoles, aglomerado de municípios que compartilham infraestrutura, transportes públicos, logística, serviços, rodovias entre outros. Aplicando métodos da econofísica nas ARM das regiões escolhidas. Ainda no campo da energia e economia, pretendemos avaliar as possíveis regularidades e complexidades dos dados das séries temporais de vendas de etanol, tanto para macrometrópoles como para regiões maiores dentro da abordagem de natureza entrópica.

Já no campo epidemiológico, o fato do mosquito transmissor, o *Aedes aegypti*, possuir uma capacidade para se adaptar, evoluir em diferentes habitats, interagindo tanto na natureza quanto nos ambientes urbanos, no qual o mosquito não possui predadores naturais, abre-se uma nova hipótese, a de que a adição de novos casos seria semelhante ao efeito de uma avalanche, onde essas avalanches são equivalentes às atividades evolutivas cooperativas elevadas, de modo que levam à expansão do processo epidêmico entre bairros conectados por redes de transportes urbanos ou mesmo por arranjos econômicos, emergindo na forma de surtos epidemiológicos de tempos em tempos em localidades dentro de uma cidade. Também pretendemos incluir outras doenças transmitidas pelo *Aedes aegypti* como a *zika* vírus e *chikungunya*, uma vez que estas doenças geram vários impactos socio-econômico em escala global.

---

## Referências Bibliográficas

---

- ADAMS, B.; KAPAN, D. D. Man bites mosquito: understanding the contribution of human movement to vector-borne disease dynamics. *PloS one*, Public Library of Science, v. 4, n. 8, p. e6763, 2009.
- AIE, U. E. I. A. *International Energy Outlook 2016 - With Projections to 2040*. May 2016. URL: [www.eia.gov/forecasts/ieo](http://www.eia.gov/forecasts/ieo).
- ALLEN, P. M.; STRATHERN, M.; VARGA, L. Complexity: the evolution of identity and diversity. In: *Complexity, Difference and Identity*. [S.l.]: Springer, 2010. p. 41–60.
- ANP. *Agência Nacional do Petróleo. Gás Natural e Biocombustíveis*. Dezembro 2012. URL: [www.anp.gov.br](http://www.anp.gov.br).
- ANP. *Anuário Estatístico brasileiro do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis 2016*. Junho 2016. URL: [www.anp.gov.br](http://www.anp.gov.br).
- ASCHWANDEN, M. J. et al. 25 years of self-organized criticality: Solar and astrophysics. *Space Science Reviews*, Springer, v. 198, n. 1-4, p. 47–166, 2016.
- AZEVEDO, S.; SABA, H.; MIRANDA, J.; FILHO, A. N.; MORET, M. Self-affinity in the dengue fever time series. *International Journal of Modern Physics C*, World Scientific, v. 27, n. 12, p. 1650143, 2016.
- BAK, P.; TANG, C.; WIESENFELD, K. Self-organized criticality. *Physical review A*, APS, v. 38, n. 1, p. 364, 1988.
- BATTISTON, S. et al. Complexity theory and financial regulation. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 351, n. 6275, p. 818–819, 2016.
- BHATT, S. et al. The global distribution and burden of dengue. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 496, n. 7446, p. 504–507, 2013.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. *The journal of political economy*, JSTOR, p. 637–654, 1973.
- BP, B. P. *BP statistical review of world energy June 2016*. June 2016. URL: [www.bp.com/statisticalreview](http://www.bp.com/statisticalreview).
- BROWNLEE, J. et al. Complex adaptive systems. *Complex Intelligent Systems Laboratory, Centre for Information Technology Research, Faculty of Information Communication Technology, Swinburne University of Technology: Melbourne, Australia*, Citeseer, 2007.

- BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. *Estatística básica*. [S.l.]: Atual São Paulo, 2010.
- CARNEIRO, M.; CHARRET, I. A criticalidade auto-organizada na pilha de areia. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 27, n. 4, p. 571–576, 2005.
- CASTEIGTS, A.; FLOCCHINI, P.; QUATTROCIOCCHI, W.; SANTORO, N. Time-varying graphs and dynamic networks. *International Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems*, Taylor & Francis, v. 27, n. 5, p. 387–408, 2012.
- CILLIERS, P. et al. Complexity, modeling, and natural resource management. *Ecology and Society*, The Resilience Alliance, v. 18, n. 3, 2013.
- CNT. *Anuário da Confederação Nacional do Transporte (CNT)*. Janeiro 2017. URL: [www.cnt.org.br](http://www.cnt.org.br).
- CURZIO, A. Q.; FORTIS, M. *Complexity and industrial clusters: dynamics and models in theory and practice*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.
- DAHL, C.; STERNER, T. Analysing gasoline demand elasticities: a survey. *Energy economics*, Elsevier, v. 13, n. 3, p. 203–210, 1991.
- FEDER, J. *Fractals*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013.
- FERREIRA, P.; DIONISIO, A. Revisiting covered interest parity in the european union: the dcca approach. *International Economic Journal*, Taylor & Francis, v. 29, n. 4, p. 597–615, 2015.
- FIGUEIRÊDO, P.; MORET, M.; PASCUTTI, P.; NOGUEIRA, E.; COUTINHO, S. Self-affine analysis of protein energy. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 389, n. 13, p. 2682–2686, 2010.
- FILHO, A.; ZEBENDE, G.; MORET, M. Self-affinity of vehicle demand on the ferry-boat system. *International Journal of Modern Physics C*, World Scientific, v. 19, n. 04, p. 665–669, 2008.
- FILHO, A. M.; SILVA, M. D.; ZEBENDE, G. Autocorrelation and cross-correlation in time series of homicide and attempted homicide. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 400, p. 12–19, 2014.
- FILHO, A. N. et al. Self-affinity and self-organized criticality applied to the relationship between the economic arrangements and the dengue fever spread in bahia. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 502, p. 619–628, 2018.
- FILHO, A. N.; MORET, M. Avaliação de retornos financeiros de ações de companhias petrolíferas no mercado financeiro internacional—uma abordagem econofísica. In: *Workshop de Gestão, Tecnologia Industrial e Modelagem Computacional*. [S.l.: s.n.], 2015. v. 1, n. 1.

FILHO, A. N.; PEREIRA, E.; FERREIRA, P.; MURARI, T.; MORET, M. Cross-correlation analysis on brazilian gasoline retail market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, 2018b.

FILHO, A. N. et al. Comparative analysis on turbulent regime: A self-affinity study in fluid flow by using openfoam cfd. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 474, p. 260–266, 2017.

GALHARDO, C.; PENNA, T.; MENEZES, M. A. de; SOARES, P. Detrended fluctuation analysis of a systolic blood pressure control loop. *New Journal of Physics*, IOP Publishing, v. 11, n. 10, p. 103005, 2009.

GINGRAS, Y.; SCHINCKUS, C. The institutionalization of econophysics in the shadow of physics. *Journal of the History of Economic Thought*, Cambridge University Press, v. 34, n. 1, p. 109–130, 2012.

GLEISER, I. *Caos e complexidade: a evolução do pensamento econômico*. [S.l.]: Campus, 2002.

GLERIA, I.; MATSUSHITA, R.; SILVA, S. d. Sistemas complexos, criticalidade e leis de potência. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 26, n. 2, p. 99–108, 2004.

GRAHAM, D. J.; GLAISTER, S. The demand for automobile fuel: a survey of elasticities. *Journal of Transport Economics and Policy (JTPE)*, Journal of Transport Economics and Policy, v. 36, n. 1, p. 1–25, 2002.

HERNANDEZ, V.; HAINVINKA, M.; BULLIN, J. Designing glycol units for maximum efficiency. *Bryan Research and Engineering, Inc*, 2001.

HOLLAND, J. H. Complex adaptive systems. *Daedalus*, JSTOR, p. 17–30, 1992.

HU, K.; IVANOV, P. C.; CHEN, Z.; CARPENA, P.; STANLEY, H. E. Effect of trends on detrended fluctuation analysis. *Physical Review E*, APS, v. 64, n. 1, p. 011114, 2001.

HUGHES, J. E.; KNITTEL, C. R.; SPERLING, D. *Evidence of a shift in the short-run price elasticity of gasoline demand*. [S.l.], 2006.

IBGE. *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - (IBGE)*. Janeiro 2017. URL: [www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br).

IOC. *Instituto Oswaldo Cruz*. Janeiro 2017. URL: [www.ioc.fiocruz.br](http://www.ioc.fiocruz.br).

IVANOVA, K.; AUSLOOS, M. Application of the detrended fluctuation analysis (dfa) method for describing cloud breaking. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 274, n. 1, p. 349–354, 1999.

- IVANOVA, K.; AUSLOOS, M.; CLOTHIAUX, E.; ACKERMAN, T. Break-up of stratus cloud structure predicted from non-brownian motion liquid water and brightness temperature fluctuations. *EPL (Europhysics Letters)*, IOP Publishing, v. 52, n. 1, p. 40, 2000.
- JIANG, Z.-Q.; ZHOU, W.-X. et al. Multifractal detrending moving-average cross-correlation analysis. *Physical Review E*, APS, v. 84, n. 1, p. 016106, 2011.
- KANTELHARDT, J. W. Fractal and multifractal time series. In: *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. [S.l.]: Springer, 2009. p. 3754–3779.
- KRISTOUFEK, L. Leverage effect in energy futures. *Energy Economics*, Elsevier, v. 45, p. 1–9, 2014.
- KRISTOUFEK, L. Measuring correlations between non-stationary series with dcca coefficient. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 402, p. 291–298, 2014.
- KWAPIEŃ, J.; OŚWIKECIMKA, P.; DROŹDŹ, S. Detrended fluctuation analysis made flexible to detect range of cross-correlated fluctuations. *Physical Review E*, APS, v. 92, n. 5, p. 052815, 2015.
- LAHMIRI, S. Long memory in international financial markets trends and short movements during 2008 financial crisis based on variational mode decomposition and detrended fluctuation analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 437, p. 130–138, 2015.
- LIMA, D. d. A. *Quantificação de Fases Cristalinas de Incrustações em Colunas de Produção de Petróleo pelo Método Rietveld*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2009.
- LUMLEY, J. L. *Stochastic tools in turbulence*. [S.l.]: Courier Corporation, 1998.
- MANDELBROT, B. B. *The fractal geometry of nature*. [S.l.]: Macmillan, 1983.
- MANKIW, N. G. *Principles of macroeconomics*. [S.l.]: Cengage Learning, 2014.
- MANLY, B. F. *Randomization, bootstrap and Monte Carlo methods in biology*. [S.l.]: CRC Press, 2006.
- MANTEGNA, R. N.; STANLEY, H. E. Scaling behaviour in the dynamics of an economic index. *Nature*, Springer, v. 376, n. 6535, p. 46–49, 1995.
- MANTEGNA, R. N.; STANLEY, H. E. *Introduction to econophysics: correlations and complexity in finance*. [S.l.]: Cambridge university press, 1999.
- MAUGERI, L. *Oil: the next revolution - The Unprecedented Upsurge of Oil Production Capacity and What It Means for the World*. June 2012. URL: [www.live.belfercenter.org](http://www.live.belfercenter.org).



- MILLER, J. H.; PAGE, S. E. *Complex adaptive systems: An introduction to computational models of social life*. [S.l.]: Princeton university press, 2009.
- MOBIL, E. *Exxon Mobil Corporation - 2017 Outlook for Energy: A View to 2040*. June 2016. URL: [www.exxonmobil.com](http://www.exxonmobil.com).
- MONTEIRO, L. H. A. *Sistemas dinâmicos*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2011.
- MONTEIRO, L. H. A. *Sistemas dinâmicos*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2014.
- MORET, M. Self-affinity and nonextensivity of sunspots. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 378, n. 5, p. 494–496, 2014.
- MORET, M. A.; ZEBENDE, G.; JR, E. N.; PEREIRA, M. Fluctuation analysis of stellar x-ray binary systems. *Physical Review E*, APS, v. 68, n. 4, p. 041104, 2003.
- MORETTIN, P. A. *Econometria financeira: um curso em séries temporais financeiras*. [S.l.]: Edgard Blücher, 2011.
- MORRIS, P. D. et al. Computational fluid dynamics modelling in cardiovascular medicine. *Heart*, BMJ Publishing Group Ltd and British Cardiovascular Society, v. 102, n. 1, p. 18–28, 2016.
- MOYANO, L. G. *Mecânica estatística nao-extensiva em sistemas complexos: fundamentos dinâmicos e aplicações*. Tese (Doutorado em Física) — Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro, Brazil, Rio de Janeiro, 2006.
- NEWMAN, M. Complex systems: A survey. *arXiv preprint arXiv:1112.1440*, 2011.
- NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de Física Básica: fluidos, oscilações e ondas, calor*. [S.l.]: Editora Blucher, 2018.
- NUSSENZVEIG, H. M.; GOMES, M. et al. Complexidade e caos. *Rio de Janeiro: Editora UFRJ/COPEA*, 2011.
- PEDRA, D. P. et al. Metodologia adotada pela agência nacional do petróleo, gás natural e biocombustíveis para a detecção de cartéis. *ANP, Rio de Janeiro*, 2010.
- PENG, C.-K. et al. Mosaic organization of dna nucleotides. *Physical review e*, APS, v. 49, n. 2, p. 1685, 1994.
- PEREIRA, E. J. d. A. L.; SILVA, M. F. da; PEREIRA, H. B. de B. Econophysics: Past and present. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, 2017.
- PIAO, L.; FU, Z. Quantifying distinct associations on different temporal scales: comparison of dcca and pearson methods. *Scientific reports*, Nature Publishing Group, v. 6, 2016.

- PODOBNIK, B.; JIANG, Z.-Q.; ZHOU, W.-X.; STANLEY, H. E. Statistical tests for power-law cross-correlated processes. *Physical Review E*, APS, v. 84, n. 6, p. 066118, 2011.
- PODOBNIK, B.; STANLEY, H. E. Detrended cross-correlation analysis: a new method for analyzing two nonstationary time series. *Physical review letters*, APS, v. 100, n. 8, p. 084102, 2008.
- PRADO, A. C. d. *Sistemas complexos não-aditivos: Aplicações em Astrofísica, Química e Engenharias*. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial) — SENAI CIMATEC, Salvador, 2015.
- QIAN, X.-Y. et al. Detrended partial cross-correlation analysis of two nonstationary time series influenced by common external forces. *Physical Review E*, APS, v. 91, n. 6, p. 062816, 2015.
- SABA, H.; MIRANDA, J.; MORET, M. Self-organized critical phenomenon as a q-exponential decay?avalanche epidemiology of dengue. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 413, p. 205–211, 2014.
- SABA, H. et al. Relevance of transportation to correlations among criticality, physical means of propagation, and distribution of dengue fever cases in the state of bahia. *Science of The Total Environment*, Elsevier, 2017.
- SANTOS, G. F. Fuel demand in brazil in a dynamic panel data approach. *Energy Economics*, Elsevier, v. 36, p. 229–240, 2013.
- SCHINCKUS, C. What can econophysics contribute to financial economics? *International Review of Economics*, Springer, v. 58, n. 2, p. 147–163, 2011.
- SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K.; KRAUSE, E.; OERTEL, H.; MAYES, K. *Boundary-layer theory*. [S.l.]: Springer, 2003.
- SILVA, M. F. da et al. Quantifying cross-correlation between ibovespa and brazilian blue-chips: The dcca approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 424, p. 124–129, 2015.
- SILVA, M. F. da et al. Quantifying the contagion effect of the 2008 financial crisis between the g7 countries (by gdp nominal). *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 453, p. 1–8, 2016.
- SILVER, N. *O sinal e o ruído*. [S.l.]: Editora Intrínseca, 2013.
- SIWY, Z.; AUSLOOS, M.; IVANOVA, K. Correlation studies of open and closed state fluctuations in an ion channel: Analysis of ion current through a large-conductance locust potassium channel. *Physical Review E*, APS, v. 65, n. 3, p. 031907, 2002.

SOUZA, J.; SANTOS, A.; GUARIEIRO, L.; MORET, M. Fractal aspects in o<sub>2</sub> enriched combustion. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 434, p. 268–272, 2015.

STANLEY, H. E. et al. Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: from dna and physiology to econophysics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 224, n. 1-2, p. 302–321, 1996.

TELESCA, L.; LOVALLO, M. Non-uniform scaling features in central italy seismicity: A non-linear approach in investigating seismic patterns and detection of possible earthquake precursors. *Geophysical Research Letters*, Wiley Online Library, v. 36, n. 1, 2009.

TELESCA, L.; LOVALLO, M.; LAPENNA, V.; MACCHIATO, M. Long-range correlations in two-dimensional spatio-temporal seismic fluctuations. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 377, n. 1, p. 279–284, 2007.

TRITTON, D. J. *Physical fluid dynamics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2016.

VARIAN, H. *Microeconomia, 8ª Edição*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2012.

VARIAN, H. R. *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach: Ninth International Student Edition*. [S.l.]: WW Norton & Company, 2014.

VASSOLER, R.; ZEBENDE, G. Dcca cross-correlation coefficient apply in time series of air temperature and air relative humidity. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 391, n. 7, p. 2438–2443, 2012.

WANG, G.-J.; XIE, C.; CHEN, S.; HAN, F. Cross-correlations between energy and emissions markets: New evidence from fractal and multifractal analysis. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2014, 2014.

WANG, G.-J.; XIE, C.; LIN, M.; STANLEY, H. E. Stock market contagion during the global financial crisis: A multiscale approach. *Finance Research Letters*, Elsevier, v. 22, p. 163–168, 2017.

WELLER, H. G.; TABOR, G.; JASAK, H.; FUREBY, C. A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques. *Computers in physics*, AIP Publishing, v. 12, n. 6, p. 620–631, 1998.

WILCOX, D. C. et al. *Turbulence modeling for CFD*. [S.l.]: DCW industries La Canada, CA, 2010.

ZAPART, C. A. Econophysics: A challenge to econometricians. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 419, p. 318–327, 2015.

ZEBENDE, G. Dcca cross-correlation coefficient: quantifying level of cross-correlation. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 390, n. 4, p. 614–618, 2011.

*Sistemas dinâmicos complexos: teorias e aplicações nas áreas da física, economia e biologia*

Aloísio Santos Nascimento Filho

Salvador, Julho de 2018.